


Ex Electorali Bibliotheca
Sereniss.rum Vtriusq; Bauariæ
Ducum.

34215.

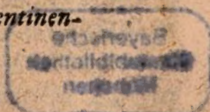
VOLVMEN II.

MATHEMATICVM, COMPLECTENS PRAECEPTA

Mathematica,
Astronomica,
Logistica,

VNA CVM TYPIS ET TABVLIS, ad explicationem eorundem necessarijs.

Per Conradum Dasypodium, in utilitatem Academiæ Argentinensis, collectum.



Cum Gratia & Priuilegio Cæsareo ad annos octo.

EXCVDEBAT IOSIAS RIhelius. M. D. LXX.

Sum Ioh. Georgij à Werdenstein

AD REVERENDISS: ET ILLUSTREM PRINCIPEM AC DOMInum, D Ioannem, Episcopum Argentoratensem electum, Landgrauium Alsatiae. &c.

CONRADI DASYPODII praefatio.



IDEO, REVERENdiss: Princeps, permultos esse: nō solum in hominum uulgo: sed etiam in eruditorum coetu: qui studia earum rerum, quas Graeci Μαθηματικὰς appellant: uel omnino aspernentur: uel saltem non eo, quo tales tantaeq́ res dignae sunt, honore prosequantur. Cū tamen perspicuum sit: nullum esse uitae genus: neq́ ullas actiones: aut ho-

minum ſtudia: aut alias deniq; res: in quibus harum ſcientiarum non appareant ueſtigia.

Cuius ſanè contemptus, cum cauſas inueſtigarem: permultas quidem inueni: quarum tamen præcipua hæc mihi uiſa eſt eſſe: quod ſcientię tot tãtarumq; rerum in literarum Scholis non tanto ſtudio & ardore colerentur: quanto eas coli, & neceſſe & honorificum eſſet. Quorum enim potius eſt hæc ſcire & intelligere: quam literatorum hominum? aut quibus magis conuenient demonſtrationes, cauſarumq; expoſitiones: quam literarũ ſtudioſis? At mechanici noſtri (ferè dixerim) præſtantiores ſunt Ὀπτικοὶ, Γεωδαῖται, Ὀργανοποιητικοὶ, καὶ Γνωμονικοὶ: quam qui in Scholis literatorum nomen tueri uolunt.

Atqui hominibus literatis Μαθήματα maximè ſunt colenda: tanquam in medio omnium ſcientiarum gradu cõſtituta: quibus etiam inſtructi uel ad

cœle-

cœleſtium, diuinarumq́ rerum contemplationem aſcendimus: uel ad rerum naturalium perſcrutationem deſcendimus. Sicuti Pythagoricorum id indicat ſymbolum σχῆμα, καὶ βῆμα. atque ipſe Plato multis teſtatur in locis: nos per mathematicas diſciplinas, ad rerum abſtruſiſsimarū peruenire cognitionem. Ita quoq; Plotinus mathematicas ſcientias adoleſcentibus tradendas eſſe pręcipit: ut aſſueſcant res, rerumq́ omnium uim atque naturam & efficaciam comprehendere. ideoq; nominãt eas, κατὰ παιδευτικὴν ὁδὸν: & τῆς διανοίας καὶ ἀληθείας ἀγαγών. Atqui Pythagoras ſummus ille Philoſophus, in ſuis Scholis ordinem mathematicorū παιδευτικὸν appellauit. quia in Mathematicorū pręceptis pueri prius erudiebantur: quã ad altiora contemplanda deducerentur. Cū itaq; neglecta ueterum Græcorū bona & ſalutari inſtitutionis ratione: in Scholis noſtris uel omnino nõ imbuamus adoleſcentū a-

nimos, in his ſtudiis: uel contenti paucis, idq́ꝫ facilioribus harum ſcientiarũ præceptionibus: atqꝫ à primis tantum eas ſalutaſſe limitibus: fit ut quorum eſſet inſtituere atqꝫ erudire mechanicorum pueros: cauſas atque demonſtrationes ſingularum rerum tenere: ipſis indoctiores ſint mechanicis.

Quare cum diu multumq́ꝫ mecum deliberarem: quónam remedio hic inueteratus morbus ſanari: imo radicitus extirpari: noſtrasq́ꝫ in ſcholas mathematica ſtudia, ad Græcorum imitationem introduci poſſent: multa quidẽ mihi occurrebant: quibus nos id efficere: huic malo medicinam inuenire poſſe arbitrabar. Veruntamẽ inter alia, quæ animo agitabam meo: hoc in mentem mihi uenit: quod Ioannes Sturmius præceptor meus obſeruandiſsimus, in libro de literarum ludis recte aperiendis pręcipiat: hæc ſtudia mathematica ſingulariter adoleſcentibus noſtris eſſe inculcanda:

canda certo modo atq; ratione bona. Ideoq; de ſententia eiuſdem Sturmii obſeruandiſsimi mei præceptoris: tria cœpi cõſcribere uolumina Mathematica: quæ ſi noſtri diſcipuli intelligent: in illo de quo diximus, Pythagoricorum conſtituti erunt Bemmate: atque ad omnium rerum contemplationem quadam animi alacritate accedent.

Neq; uero operæpretium me factu-rum exiſtimo: ſi omnia quæ his comprehenſa ſunt uoluminibus, explicẽ: cum Ioannes Sturmius, Academiæ noſtræ Rector: in ſuis epiſtolis Academicis, ſingula eleganter exponat. ubi ſane multa quidem requirit in iis, qui mathemata docent: multa etiam poſtulat ab iis, quorum eſt hæc diſcere: neq; immerito, cum omnia magna & ſingularia in iis eſſe debeant: qui uniuerſarum mathematicarum rerum ſolidam ſibi comparare cognitionem nituntur. Si enim Aſtronomo uniuerſam Geometriam tenere: Logiſtico-

rum calculos, & Arithmeticorum ca-
nones intelligere: Musicorũ harmo-
nias percipere: hæc inquam & his plu
ra cognouisse necessarium est: quem
& qualem eum uolumus esse: qui Ma
thematicus aut Philosophus esse & ui-
deri uult: Intelligo autem talem Ma-
thematicum, in quo tantum sit studiũ,
tanta assiduitas, & attentio in rerum
contemplatione: ut cum Archimede
dicere ausit: τὴν κεφαλὴν: ἀλλ' οὐχὶ τὴν
γραμμήν: necq; hæc solum, sed & eius-
dem uiri industria: qua uaria ad bellũ,
uitæq; usum necessaria confecit instru
menta. Quanquam paucissimi fieri
possint Archimedi, Apollonio, Hip-
pocrati Chio, Thaleti, & aliis similes:
sint nobis Hierones, sint Cthesibii:
sint Theones, Sereni, Pappi: nihil a-
liud in nostris requiro hominibus:
quam ut quos natura ad hæc forma-
uit studia, assiduitate contemplandi:
& agendi industria, existant singula-
res. quos quidem cum iuuandos esse
uiderem:

uiderem: hæc tria, ut dictum est, uolumina Mathematica, Sturmio Rectore sic uolente, concinnaui. Nam in nostris Scholis, in quibus sum educatus: & annos nunc profiteor duodecim: hoc animaduerti: plurima & excellẽtisſsima fuiſſe, & adhuc eſſe ingenia: quæ ſi excitarentur cum ad hęc: tum & ad alia ſtudia: inſigniter ſuam nauarent operã: ut priſcis illis hominibus literatis æquales eſſe poſſent.

Neq; uero omnes uolo fieri Mathematicos, ſed diſciplinarum, diſcipulos, diſciplinas addiſcere: ut ſi ad alia ſe conferent ſtudia, ſentiant tamen fructum harum ſcientiarum: easq́; non aſpernandas: ſed potius colendas eſſe intelligant: neq; dubito fore adoleſcentes, quibus idem quod mihi accidet. Cum enim pater meus Petrus Daſypodius ad aliud ſtudiorum genus maluiſſet me animum adieciſſe: tamẽ natura propenſior ad mathemata: nactus præceptorem eruditiſsimũ Chri-

ſtianum Herlinum: quò natura me du cebat, perrexi: adiutoribus patre meo, præceptoreq́ Herlino. ſic etiam exiſti mo quoſdam adoleſcentes fore: quibus hæc ſtudia erunt cordi: eaq́ perſequi ſtudebunt: alii uero in mediis con ſiſtere uolent: nonnulli deniq́ conten ti erunt hæc Mathematicorum præcepta deguſtaſſe.

At dicet aliquis: non nego hęc eſſe præclara: imò fateor neceſſaria ad imperitiam tollendam: & contemptum harum ſcientiarum expurgādum: ſed adoleſcentũ ingenia, copia tot tantarumq́ rerum obtunduntur. Neſcio ſane an hoc ſit obtundere: quando poſt ſermonis puri, ueri, & ornati cognitionem: deducuntur ad perceptio nem rerum non abſtruſiſsimarum & reconditarum: ſed in medio inter ſummas & infimas poſitarũ. facilius enim intelligent figurarum definitiones: & circulorum cœleſtium partitiones: atque numerorũ ſupputationes: Geographo-

graphorum etiam deſcriptiones: quã humani corporis ſabricam: aut prima atq; ſumma rerum principia: uel etiam quæ à Theologis, Medicis, Iurecõſultis proponuntur, explicantur, atq; diſputantur. Imò in his ſtudiis Mathematicis exercitati: ea omnia quę enumeraui, & his ſimilia longe facilius et ſolidius intelligent.

Itaq; in tanta rerum Mathematicarum uarietate atque copia, certo opus eſt docendi diſcendiq; modo: rationeq; bona: quæ conſiſtit in duobus: quorum alterum rerum eſt: alterum tẽporis. Non enim omnia Mathematicorum præcepta ſimul ſunt tradenda: neq; etiã cuncta confundenda, ut, quę Geometrarum ſunt, in Aſtronomia præcipiantur: aut aſtronomica in geographicis: aut logiſtica in Arithmeticis, aut Canonica in muſicis: ſed ut ſciẽtiæ ſunt inter ſe diſtinctæ: ita & ſcientiarum præcepta ſuo quoq; loco erũt explicanda: eaq; non omnia, ut eſt dictum:

ctũ: ſed prima atq; ſimpliciſsima: quibus cognitis, ad altiora adoleſcentes progredi poterunt: uel præeunte magiſtro: uel priuatis ſtudiis & meditationibus. Temporis diſtinctio alterũ fuit: quam obſeruandã eſſe diximus. quia Medici ſuis præſcribunt certum tempus: quo medicinæ ſtudioſi omnia aſſequi debent: idem Iuris periti: idem faciunt & alii: liceat itaq; & nobis in hoc ſtudiorum curriculo, ſpatiũ temporis præſcribere, quo ad metam propoſitam, quæ eſt rerum Mathematicarum uera cognitio, pertingere poſsint.

Vnus ergo & primus annus primo tribuatur uolumini Mathematico: quod qui aſſequi diſcendo nequit: is ad βαναύσους redeat. Secundus annus huic ſecundo uolumini concedetur: quo temporis ſpatio, animus prioribus pręceptis imbutus: omnia, aut ſaltem plæraq; quæ in eo continentur facilime adſequetur. Tertio deniq; uolumine

lumini tribuimus biennium. Atq; hęc omnia his cōprehensa uoluminibus, talia erunt: ut sine molestia, sine tædio, sine aliorum studiorum impedimento, singula cognoscere posśint: et ita cognoscere: ut uel ad fastigiū scientiarum Mathematicarum (si propensiores fuerint ad hæc studia) ascendere queant: uel in medio consistant: atque præcipua, maximeq; ad alias scientias consequendas necessaria intelligant: uel deniq; si hæc minus eis curę erunt: & ad aliud uitæ genus se conferent: tantum sint adsequuti: ut hæc degustasse illis & iucundum, & frugiferum sit futurum.

Atque hæc sunt quæ tanquā remedium aliquod adhibenda duxi huic morbo pernitioso: quo Scholas laborare cū nostras, tum et alias sensi. sed si quis ex me quærat cur Græca Latinis coniunxerim: is sciat hoc à me factum esse propter Græcę linguæ imperitiores; ut collatione facta: quid tradatur:

facilius

facilius intelligant. Deinde quia hæ ſciẽtiæ à Grȩcis præcipue fuerũt excultæ: atq; idcirco hæc nõ niſi ex ipſorum monumentis petere dignum erat. maxime uero ut ad fontes harum ſcientiarum noſtri ducerentur diſcipuli.

Erunt forſitan qui farraginẽ quandam rerum dicent eſſe. Ii ſane non tã mihi, quam Grȩcis iniuriam facient. quorũ uerbis, non meis utor: aut ſi res conſideres: ſunt ipſa uera harum ſcientiarum principia atq; fundamenta: ſine quibus cȩtera ſubſiſtere nequeũt: eaq; eo ordine ſeſe mutuo cõſequuntur: quo ab ipſis antiquis authoribus fuerunt collocata. quanquam exiſtimo neminem fore (modo abſq; inuidia, & odio iudicare uelit) qui aliquo modo hoc factum meum reprehenſurus ſit: aut ſi qui forſitan erunt: ſpero tamen æquum lectorem pluris facturum res à me collectas: & in uſum ſcholarum noſtrarum hoc in uo-

lumine

lumine propositas: quam eiusmodi hominum calumnias. qui forsitan & hoc in malam interpretabuntur partem: quod quædam nostris discipulis hic proponam (ut ipsi sentiunt) aliena. Ii sciant quædam in his uoluminibus esse comprehensa: quæ docenda sunt: alia uero meditanda erũt domi: siquidem non omnia interpretanda ueniunt: sed multa animi discipulorũ meditationibus assiduis adsequuntur: quæ ex ore præceptoris non habent: alia uero talia sunt: ut, nisi uox præeuntis & demonstrantis accedat: non intelligantur. itaque utrumq; obseruare uolui: & id quod ad docendum esset aptum: & quod domesticis meditationibus esset comparandum.

Quare cum hæc à me, sicuti dixi, sint scripta, arbitror me uoluntati Rectoris nostri satisfecisse: qui accessione rerum Mathematicarum, quas his tribus meis Voluminibus

compre-

comprehendi: Scholas noſtras ornari, & locupletiores reddi uoluit: quo omni diſciplinarum genere eſſent inſtructæ. Feci itaq; quod pro uiribus meis potui: & quod facere debui: & quantum ſcholas noſtras ferre poſſe uidi. Sicuti & in trium Muſicorum Voluminum confectione, quantũ in me erit, laborabo: ut ſcholę exornari noſtrę poſsint. Nã & huius ſciẽtię cognitio penes Gręcos adhuc eſt: ex quibus quæ exercitationem illam canendi, ipſamq; κανονικὴν iuuabunt, M. Dauid Wolckenſtein Heintzeliorum præceptor, & ego de ſententia conſilii Academici addemus: ut non ſolum Cantores in noſtris ſcholis, ſed & Muſicos habeamus. Sic itaq; fiet, ut nemo uerè diſcipulos noſtros ἀγεωμετρήτους, aut ἀμούσους appellare deinceps poſsit.

Habes itaque Reuerendiſs. præſul explicatam conſilii & inſtituti noſtri rationem; in quem finẽ tria volumina

cum

cum Mathematica, tum Musica insti-
tuantur. Amplitudini uero tuæ hoc
secundum uolumen gratulationis er-
gò dedicare uolui, obnixè rogans, ut
non solùm me, meaq; studia: sed &
Scholas nostras paterno amore, & sin
gulari humanitate atque beneuolen-
tia amplecti uelit: Sicuti tuam ampli-
tudinem hæc facturam omnino con-
fidimus: neq; alio in nos futuram a-
nimo, quam pietate & probitate ex-
cellentiss. antistes Erasmus Episcopus
Argentoratensis: in nos scholasq; no-
stras fuit: qui & pecunia attributa ad
apparatum Comœdorum & Tra-
gœdorum: & spe facta annui stipen-
dii ad instructionem nouæ Bibliothe-
cæ: ostendit, quid de nostris Scholis
sentiret, & quam amaret literarū stu-
dia. Atq; eo magis huiusmodi de tua
uirtute expectamus: quo ipsa illustri-
or est: primum propter antiquitatem
generis comitum à Manderscheit &
Blanckenheim: & affinitatis uetustas

utriusque familiæ: à quibus sanguis uester multis ætatibus usque ad hoc seculum est propagatus. Deinde propter naturæ, tuiq; ingenii præclara indicia: prudentiæ, & grauitatis, & constantiæ. Tum etiam propter rem familiarem: quam ita frugaliter, & temperatè, & sanctè instituisti: ut, quum hæc in gradibus inferioribus institueris: facile perspicere posimus, quid in his summis honoribus sit expectandũ. Taceo de doctrina: de educatione inde ab adolescentia: de institutione literarum: quæ omnia huiusmodi sunt: ut facile cõsentientibus collegii uestri sententiis Episcopatus tibi non petẽti concreditus sit: magna omnium cõprobatione. Atque hæc ego non eò scribo: ut aliquid quæram in tua amplitudine in quo aduler: sed ut omnes homines uideant: qui hæc legent: me nullorum hominum in hoc meo iudicio: & in hac rerum omnium perturbatione iudicium extimescere: & hãc

laudem

laudem atque dignitatem tuam omnes bonos uiros æquè libenter cognoſcere. Opto tamen meam in hoc excelſo tuo honore uoluntatem & ſtudium abs te etiam in hac epiſtola intelligi: cuius rei teſtem facio Henricum Schorum: uirum literatiſsimum, tuæ amplitudinis ſtudioſiſsimum: pacis & concordiæ cupidiſsimum, meiq́ꝫ amantiſsimum hominem. Cal. Maii Anni 1570.

INDEX EORVM QVAE CONTINENTVR IN *hoc secundo Volumine Mathematico.*

MATHEMATICA.

ASTRONOMICA.

Pars I.

II De

PARS IIII.

LOGISTICA.

Typi,

INDEX.

FINIS.

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑ-ΤΙΚΑ.

ΤΙ'Σ Η' ΚΑΘΟ'ΛΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ' ΕΠΙ-στήμη.



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ οὐσία τὴν μέσην χώραν ἀπείληφε τῶν τε πρωτίστων ἐν τοῖς οὖσι γενῶν, καὶ τῶν ἐσχάτων, ἔτι δὲ τῶν ἀμερίστων καὶ ἁπλῶν, καὶ ἀσυνθέτων, καὶ ἀδιαιρέτων ὑποστάσεων, καὶ τῶν μεριστῶν καὶ ἐν συνθέσεσι παντοίαις καὶ ποικίλαις διαιρέσεσιν ἀφωρισμένων. Ὁ Πλάτων γὰρ τὰς τῶν ὄντων γνώσεις διαιρεῖ ταῖς τε πρώταις καὶ μέσαις καὶ τελευταίαις ὑποστάσεσι, καὶ ταύτας τὰς γνώσεις συζύγως ἀπονέμει τοῖς γνωστοῖς.

Τῶν γὰρ ὄντων τὰ μὲν νοητὰ θέμενος, τὰ δὲ αἰσθητά, καὶ τῶν νοητῶν τὰ μὲν νοητὰ πάλιν, τὰ δὲ διανοητά: οὕτω καὶ τῶν αἰσθητῶν τὰ μὲν

αἰσθητά, τὰ δὲ εἰκαστά. τοῖς μὲν οὖν νοητοῖς, ἃ δὴ τῶν τεσσάρων ἐστὶ γενῶν τὰ πρώτιστα, γνῶσιν ἐφίστησι τὴν νόησιν, τοῖς δὲ διανοητοῖς διάνοιαν, καὶ τοῖς αἰσθητοῖς πίστιν, τοῖς δὲ εἰκαστοῖς εἰκασίαν, καὶ ἀποφαίνει τοῦτον τὸν λόγον ἔχειν τὴν εἰκασίαν πρὸς τὴν αἴσθησιν, ὃν ἡ διάνοια πρὸς τὴν νόησιν. ἥ τε γὰρ εἰκασία τὰ εἴδωλα γινώσκει τῶν αἰσθητῶν ἔν τε ὕδασι φανταζόμενα, καὶ τοῖς ἄλλοις κατόπτροις, ἐσχάτην πως ἐν εἴδεσιν ἔχοντα τάξιν, καὶ εἰδώλων ὄντως εἴδωλα γεγονότα. καὶ ἡ διάνοια τὰς τῶν νοητῶν εἰκόνας θεωρεῖ, τὰς ἀπὸ τῶν πρώτων, καὶ ἁπλῶν, καὶ ἀμερίστων εἰδῶν εἰς πλῆθος καὶ διαίρεσιν ὑποβάσας. διὸ καὶ ταύτης μὲν ἡ γνῶσις ἀπ' ἄλλων ὑποθέσεων ἤρτηται πρεσβυτέρων, ἡ δὲ νόησις ἐπ' αὐτὴν ἄνεισι τὴν ἀνυπόθετον ἀρχήν. Τὰ τοίνυν μαθηματικὰ διανοητὰ μὲν ἐστὶ κατὰ τὴν οὐσίαν, διάνοια δὲ αὐτῶν προέστηκεν ὡς κριτήριον, ὥσπερ τῶν αἰσθητῶν ἡ αἴσθησις, καὶ εἰκασία τῶν εἰκαστῶν.

Ἐστι δὲ μία τις καθόλου ἐπιστήμη μαθηματικὴ πάσας ὁμοῦ τὰς μαθηματικὰς γνώσεις ἐν ἑνὶ περιέχουσα: ἥτις καὶ πρὸ πασῶν οὖσα, προηγεῖται τῶν πολλῶν γνώσεων, καὶ

δίδω-

δίδωσι τὰς ἀρχὰς ἐκείναις, καὶ αἱ πολλαὶ περὶ αὐτὴν ὑφεστήκασι, καὶ ἐπ' αὐτὴν ἀναφέρονται.

Ἀρχαὶ τοίνυν τῆς ὅλης μαθηματικῆς οὐσίας εἰσὶν αἱ διὰ πάντων τῶν ὄντων διήκουσαι, καὶ πάντα ἀφ' ἑαυτῶν ἀπάγουσαι. λέγω δὴ τὸ πέρας, καὶ τὸ ἄπειρον. ἐκ γὰρ τούτων τῶν δύο πρώτων μετὰ τὴν τοῦ ἑνὸς ἀπεριήγητον, καὶ τοῖς ἅπασιν ἄληπτον αἰτίαν ὑπέστη τά τε ἄλλα πάντα, καὶ ἡ τῶν μαθηματικῶν φύσις: ἐκείνων μὲν ἀθρόως πάντα παραγουσῶν, καὶ ἐξῃρημένως, τῶν δὲ περιϊόντων ἐν μέτροις τοῖς προσήκουσιν, καὶ τάξει τῇ πρεπούσῃ τὴν πρόοδον καταδεχομένων. καὶ τῶν μὲν πρώτων, τῶν δὲ μέσων, τῶν δὲ τελευταίων ὑφισταμένων.

Τὰ μὲν γὰρ νοητὰ γένη κατὰ τὴν ἑαυτῶν ἁπλότητα πρώτως μετέχει τοῦ πέρατος καὶ τοῦ ἀπείρου· διὰ μὲν τὴν ἕνωσιν, καὶ τὴν ταυτότητα, καὶ τὴν μόνιμον ὕπαρξιν, καὶ σταθερὰν τοῦ πέρατος ἀποπληρούμενα: διὰ δὲ τὴν εἰς τὸ πλῆθος διαίρεσιν, καὶ τὴν γεννητικὴν περιουσίαν, καὶ τὴν θείαν ἑτερότητα, καὶ πρόοδον τῆς ἀπειρίας ἀπολαύοντα. Τὰ δὲ μαθηματικά, πέρατος μὲν ἐστὶν ἔκγονα καὶ τῆς ἀπειρίας, ἀλλ' οὐ

τῶν πρωτίστων μόνον, οὐδὲ τῶν νοητῶν καὶ κρυφίων ἀρχῶν, ἀλλὰ καὶ τούτων αἳ προῆλθον μὲν ἀπ᾽ ἐκείνων εἰς δευτέραν τάξιν, ἀπογεννῶν δὲ μετ᾽ ἀλλήλων ἐξαρκοῦσι τοὺς μέσους διακόσμους τῶν ὄντων, καὶ τὴν ἐν αὐτοῖς ποικιλίαν. ὅθεν δὴ καὶ ἐν τούτοις προέρχονται μὲν εἰς ἄπειρον οἱ λόγοι, κρατοῦνται δὲ ὑπὸ τῆς τοῦ πέρατος αἰτίας. ὅτε γὰρ ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἠρξάμενος ἄπαυστον ἔχει τῆς ἀπειρίας αὔξησιν: αἰεὶ δὲ ὁ ληφθεὶς πεπέρασται, καὶ ἡ τῶν μεγεθῶν διαίρεσις ἐπ᾽ ἄπειρον χωρεῖ, τὰ δὲ διαιρούμενα πάντα ὥρισται. καὶ μετ᾽ ἐνεργείας πεπέρασται τὰ μόρια τοῦ ὅλου: καὶ τῆς μὲν ἀπειρίας οὐκ οὔσης ἐν τῇ διαιρέσει τῶν μεγεθῶν: τά τε μεγέθη πάντα σύμμετρα ἂν ἦν: καὶ οὐδὲν ἄρρητον οὐδὲ ἄλογον. οἷς δὴ δοκεῖ διαφέρειν τὰ ἐν γεωμετρίᾳ τῶν ἐν τῇ ἀριθμητικῇ, καὶ οἱ ἀριθμοὶ τὴν γόνιμον τῆς μονάδος δύναμιν οὐκ ἂν ἐδύναντο δεικνύναι, οὐδὲ ἂν πάντας εἶχον τοὺς λόγους ἐν ἑαυτοῖς τῶν ὄντων, οἷον τοὺς πολλαπλασίους ἢ τοὺς ἐπιμορίους. πᾶς γὰρ ἀριθμὸς ἐξαλλάττει τὸν λόγον πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὸν πρὸ αὐτοῦ γινόμενον ἐξεταζόμενος. τοῦ δὲ πέρατος ἀναιρεθέντος συμμετρίατε καὶ

κοινω-

κοινωνία τῶν λόγων, καὶ ταυτότης, καὶ ἰσότης τῶν εἰδῶν, καὶ ὅσα τῆς ἀμείνονός ἐστι συστοιχείας, οὐκ ἄν ποτε ἐν τοῖς μαθήμασιν ἐφαίνετο. οὐδ' ἂν ἐπιστῆμαι τῶν τοιούτων ἦσαν, οὐδὲ καταλήψεις μόνιμοι καὶ ἀκριβεῖς.

Δεῖ τοίνυν ἀμφοτέρων τῶν ἀρχῶν ὥσπερ τοῖς ἄλλοις γένεσι τῶν ὄντων: οὕτω δὴ καὶ τοῖς μαθηματικοῖς: τὰ δ' ἔσχατα, καὶ ἐν ὕλῃ φερόμενα, καὶ ὑπὸ τῆς φύσεως διαπλαττόμενα παντως αὐτόθεν ἀμφοῖν μετέχοντα κατὰ φαίνεται τοῦ μὲν ἀπείρου, κατὰ τὴν ὑποκειμένην αὐτοῖς ἕδραν τῶν εἰδῶν, τοῦ δὲ πέρατος κατὰ τοὺς λόγους καὶ τὰ σχήματα, καὶ τὰς μορφάς. ἀλλ' ὅτι μὲν ἀρχαὶ τῶν μαθημάτων αὗται προεστήκασιν αἱ τῶν ὄντων ἁπάντων, φανερόν.

Ὥσπερ δὲ τὰς κοινὰς πάντων ἀρχὰς τεθεωρήκαμεν καὶ δι' αὐτῶν διηκούσας τῶν μαθηματικῶν γενῶν: οὕτω δὴ καὶ τὰ κοινὰ αὐτῶν θεωρήματα, καὶ ἁπλᾶ καὶ τῆς μιᾶς ἐπιστήμης ἔγγονα τῆς πάσας ὁμοῦ τὰς μαθηματικὰς γνώσεις ἐν ἑνὶ περιεχούσης ἀναλογιζόμεθα, καὶ ὅπως ἐφαρμόττει πάσαις, καὶ δύναται καὶ ἐν ἀριθμοῖς, καὶ ἐν μεγέθεσι, καὶ ἐν κινήσεσι, θεωρεῖσθαι σκοπῆ

σωμάτων. τοιαῦτα δέ ἐστι τά τε τῶν ἀναλογιῶν, καὶ τὰ τῶν συνθέσεων καὶ διαιρέσεων, καὶ τῶν ἀναστροφῶν, καὶ ἐναλλαγῶν. ἔτι δὲ τὰ τῶν λόγων πάντων, οἷον πολλαπλασίων, καὶ ἐπιμερῶν, καὶ τῶν τούτοις ἀντικειμένων, καὶ ἁπλῶς τὰ περὶ τὸ ἴσον καὶ ἄνισον καθόλου θεωρήματα, καὶ κοινῶς, οὐ καθόσον ἐστὶν ἐν σχήμασι ἢ ἀριθμοῖς ἢ κινήσεσιν· ἀλλ' αὐτὸ καθ' αὐτὸ τούτων ἑκάτερον φύσιν τινὰ ἔχον κοινήν, καὶ γνῶσιν ἑαυτοῦ παρεχόμενον ἁπλουστέραν.

Καὶ μὲν καὶ τὸ κάλλος, καὶ ἡ τάξις κοινὴ πάντων ἐστὶ τῶν μαθημάτων, καὶ ἡ ἀπὸ τῶν γνωριμωτέρων ὁδὸς ἐπὶ τὰ ζητούμενα, καὶ ἡ ἐκ τούτων ἐπ' ἐκεῖνα μετάβασις, ἃς δὴ καλοῦσιν ἀναλύσεις, καὶ συνθέσεις.

Ἥ τε ὁμοιότης καὶ ἡ ἀνομοιότης τῶν λόγων, οὐδ' ὁποῦν τῶν μαθηματικῶν γενῶν ἀπολείπουσι, καὶ γὰρ σχήματα τὰ μὲν ὅμοια, τὰ δ' ἀνόμοια λέγομεν, καὶ τοὺς ἀριθμοὺς ὡσαύτως τοὺς μὲν ὁμοίους, τοὺς δὲ ἀνομοίους. καὶ ὅσα κατὰ τὰς δυνάμεις ἀναφαίνεται, πᾶσιν ὁμοίως προσήκει τοῖς μαθήμασι τῶν μὲν δυναμένων, τῶν δὲ δυναστευομένων. ἃ δὴ καὶ ὁ ἐν πολιτείᾳ Σωκράτης ταῖς μούσαις ὑψηλολογουμέναις ἀνέθηκε

τὰ

τὰ κοινὰ πάντων μαθηματικῶν λόγων ἐν πέρασιν ὡρισμένοις περιλαβὼν, καὶ προστησάμενος ἐν τοῖς εἰρημένοις ἀριθμοῖς. ἐφ' ὧν δὴ καὶ τὰ μέτρα τῆς τε ὀρθογωνίας καὶ τῆς ἐναντίας πρὸς ταύτην ἀγωνίας καταφαίνεται.

Δεῖ δὲ τὰ κοινὰ ταῦτα μήτε ἐν τοῖς πολλοῖς καὶ διῃρημένοις εἴδεσι πρώτως ὑφεστάναι νομίζειν, μήτε ὑστέρως, ἢ καὶ ἐκ τῶν πολλῶν ἔχοντα τὴν γένεσιν, ἀλλ' ὡς πρὸ αὐτῶν ἑστῶτα καὶ τῇ ἁπλότητι καὶ ἀκριβεία διαφέροντα τίθεσθαι. διὰ γὰρ τοῦτο καὶ ἡ γνῶσις αὐτῆς προηγεῖται τῶν πολλῶν γνώσεων, καὶ δίδωσι τὰς ἀρχὰς ἐκείναις, καὶ αἱ πολλαὶ περὶ αὐτὴν ὑφεστήκασι, καὶ ἐπ' αὐτὴν ἀναφέρονται.

Λεγέτω γὰρ ὁ γεωμέτρης ὅτι τεσσάρων ὄντων μεγεθῶν ἀνάλογον· καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται· καὶ δεικνύτω κατὰ τὰς οἰκείας ἀρχὰς, αἷς ὁ ἀριθμητικὸς οὐκ ἄν ποτε χρήσαιτο. καὶ αὖ ὁ ἀριθμητικὸς, ὅτι τεσσάρων ὄντων ἀριθμῶν ἀνάλογον ἔσται καὶ τὸ ἐναλλὰξ, καὶ τοῦτο ἀπὸ τῶν τῆς οἰκείας ἐπιστήμης ἀρχῶν.

Τίς οὖν ὁ καθ' ἑαυτὸν γνωρίζων τὸ ἐναλλὰξ, εἴτε ἐν μεγέθεσιν, εἴτε ἐν ἀριθμοῖς, καὶ τὴν

διαίρεσιν τῶν συγκειμένων μεγεθῶν ἢ ἀριθμῶν, καὶ τὴν σύνθεσιν ὡσαύτως τῶν διῃρημένων; οὐ γὰρ δέ που τῶν μὲν μερικῶν εἰσιν ἐπιστῆμαι καὶ γνώσεις· τῶν δὲ αὖ ἀΰλων, καὶ τῆς νοερᾶς θεωρίας ἐγγυτέρω πεπηγμένων οὐδεμίαν ἔχομεν ἐπιστήμην, ἀλλὰ πολλῷ πρότερον ἡ ἐκείνων γνῶσίς ἐστιν ἐπιστήμη, καὶ ἀπ' ἐκείνης αἱ πολλαὶ τοὺς κοινοὺς ἀποδέχονται λόγους· καὶ μέχρι τοσούτων γνώσεων ἡ ἄνοδος ἀπὸ τῶν μερικωτέρων ἐπὶ τὰς καθολικωτέρας ἕως ἂν ἐπ' αὐτὴν ἀναδράμωμεν τὴν τοῦ ὄντος ᾗ ὂν ἐστὶν ἐπιστήμην. αὕτη γὰρ οὐ τὰ καθ' αὑτὰ τοῖς ἀριθμοῖς ὑπάρχοντα σκοπεῖν ἀξιοῖ οὐδὲ τὰ κοινὰ πᾶσι τοῖς ποσοῖς, ἀλλὰ τῶν ὄντων ἁπάντων τὴν μίαν καὶ μόνην οὐσίαν καὶ ὕπαρξιν θεωρεῖ. καὶ διὰ τοῦτο πασῶν ἐστὶ τῶν ἐπιστημῶν περιληπτικωτάτη, καὶ πᾶσαι παρ' ἐκείνης λαμβάνουσι τὰς ἀρχάς. Ἀεὶ γὰρ αἱ ἀνωτέρω ταῖς ὑπ' αὐτὰς παρέχουσι τὰς πρώτας τῶν ἀποδείξεων ὑποθέσεις. ἡ δὲ τελειοτάτη τῶν ἐπιστημῶν ἁπάσαις ἀφ' ἑαυτῆς ἐνδίδωσι ταῖς μὲν ὁλικωτέρας, ταῖς δὲ μερικωτέρας ἀρχάς.

Διὸ καὶ ὁ ἐν Θεαιτήτῳ Σωκράτης παιδείαν σπουδῇ κεραννὺς, περιεργαῖς μὲν ἀπεικάζει

τὰς

τὰς ἐν ἡμῖν ἐπιστήμας. πέτεσθαι δὲ αὐτάς φησι τὰς μὲν κατ' ἀγέλας, τὰς δὲ καὶ χωρὶς ἀπὸ τῶν ἄλλων. αἱ μὲν γὰρ κοινότεραι καὶ ὁλικώτεραι πολλὰς ἐν ἑαυταῖς περιέχουσι μερικωτέρας, αἱ δὲ τῶν διῃρημένων κατ' εἴδη γνωστῶν ἐφαπτόμεναι, διεστήκασιν ἀλλήλων, καὶ ἀσύμπτωτοι πρὸς ἀλλήλας εἰσίν, ἀπὸ διαφερουσῶν ὡρμημέναι τῶν πρώτων ἀρχῶν.

Μία τοίνυν ἐπιστήμη προτετάχθω τῶν πολλῶν ἐπιστημῶν καὶ μαθημάτων, ἡ τὰ κοινὰ, καὶ διὰ πάντων διήκοντα τῶν γενῶν γνωρίζουσα, καὶ πάσαις ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις χορηγοῦσα τὰς ἀρχάς.

Καὶ μέχρι τοῦδε αὖ ἡμῖν ἡ περὶ τούτων ἀφωρίσθη ἡ διδασκαλία. πάλιν δὲ ἐκεῖνα θεωρήσομεν, ὅπως ὁ Πλάτων θριγκὸν τῶν μαθημάτων ἐν πολιτείᾳ τὴν διαλεκτικὴν προσείρηκεν, καὶ ὅστις ὁ σύνδεσμος αὐτῶν (ὥσπερ Ἐπινομίδα συνθεὶς παραδίδωσι) καὶ λέγωμεν, ὅτι, καθάπερ ὁ νοῦς ὑπερίδρυται τῆς διανοίας, καὶ χορηγεῖ τὰς ἀρχὰς, ἄνωθεν αὐτῇ, καὶ τελειοῖ τὴν διάνοιαν ἀφ' ἑαυτῆς: κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ διαλεκτικὴ φιλοσοφίας τὸ καθαρώτατον μέρος προσεχῶς οὖσα, ὑπερήπλωται τῶν

μαθηματικῶν, καὶ περιέχει τὴν ὅλην αὐτῆς ἀνέλιξιν, καὶ δίδωσιν ἀφ' ἑαυτῆς ταῖς ἐπιστήμαις αὐταῖς δυνάμεις παντοίας τελεσιουργοὺς καὶ κριτικὰς καὶ νοεράς· τήν τε ἀναλυτικὴν λέγω, καὶ τὴν διαιρετικὴν, καὶ τὴν ὁριστικὴν, καὶ τὴν ἀποδεικτικὴν. ἀφ' ὧν δὴ χορηγουμένη, καὶ τελειουμένη ἡ μαθηματικὴ, τὰ μὲν διὰ ἀναλύσεως εὑρίσκει, τὰ δὲ διὰ συνθέσεως. καὶ τὰ μὲν διαιρετικῶς ὑφηγεῖται, τὰ δὲ ὁριστικῶς, τὰ δὲ διὰ ἀποδείξεως καταδεῖται τῶν ζητουμένων. καὶ συναρμόζουσα μὲν τοῖς ὑποκειμένοις ἑαυτῆς τὰς μεθόδους ταύτας, χρωμένη δὲ καὶ ἑκάστῃ πρὸς τὴν θεωρίαν τῶν μέσων λόγων. ὅθεν δὴ καὶ αἱ ἀναλύσεις ἐπ' αὐτῆς, καὶ αἱ διαιρέσεις, καὶ αἱ ἀποδείξεις οἰκεῖαί τε, καὶ κατὰ τὸν τρόπον τῆς μαθηματικῆς γνώσεως ἀνελίσσονται.

Θριγκὸς οὖν εἰκότως ἐστὶν ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων, πᾶν τὸ νοερὸν αὐτῶν τελειοῦσα, καὶ τὸ ἀκριβὲς ἀνελεγκτότερον ἀπεργαζομένη, καὶ τὸ ἀκίνητον μόνιμον ὡσαύτως διαφυλάττουσα, καὶ τὸ ἄϋλον, καὶ τὸ καθαρὸν εἰς τὴν ἁπλότητα τὴν τοῦ νοῦ, καὶ τὴν ἀϋλίαν ἀναφέρουσα, καὶ τὰς ἀρχὰς αὐτῶν τὰς πρώτας ἀφορίζουσα, διὰ τῶν λόγων, καὶ τὰς τῶν γενῶν καὶ εἰδῶν τῶν ἐπ' αὐτὰ διακρίσεις ἐμφαίνουσα, τάς τε συνθέσεις τὰς ἐκ

τῶν ἀρ-

τῶν ἀρχῶν, εἰς τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς προάγουσαι, καὶ τὰς ἀναλύσεις τὰς ἐπὶ τὰ πρῶτα καὶ τὰς ἀρχὰς ἐπανιούσας ἀναδιδάσκουσι.

Καὶ μὴν καὶ τὸν σύνδεσμον τῶν μαθημάτων οὐ τὴν ἀναλογίαν, ὥσπερ Ἐρατοσθένης οἴεται, θετέον· ἡ γὰρ ἀναλογία τῶν κοινῶν τοῖς μαθήμασιν, ἕν τι καὶ λέγεται εἶναι καὶ ἐστι· πολλὰ γὰρ αὖ καὶ ἄλλα διήκει διὰ πάντων (ὡς εἰπεῖν) τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα τῇ κοινῇ φύσει τῶν μαθημάτων· ἀλλ' ὡς ἡμεῖς φαμὲν, προσεχὴς μὲν ἐστὶν αὐτῶν σύνδεσμος ἡ μία καὶ ὅλη μαθηματικὴ τὰς πασῶν τῶν καθ' ἕκαστα ἐπιστημῶν ἀρχὰς ἁπλούστερον ἐν ἑαυτῇ περιέχουσα· καὶ τήν τε κοινωνίαν αὐτῶν, καὶ τὴν διαφορὰν ἐπεσκεμμένη, καὶ ὅσα τὰ αὐτὰ ἐν πάσαις ἀναδιδάσκουσα, καὶ ὅσα πλείοσιν ὑπάρχει, καὶ ὅσα ἐλάττοσι. καὶ ἐπὶ ταύτην ἀπὸ τῶν πολλῶν ἡ ἄνοδος τοῖς κατὰ τρόπον μανθάνουσιν.

Ανωτέρω δ' ἔτι ταύτης ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων εἴη σύνδεσμος· ἣν καὶ θριγκὸν αὐτῶν (ὡς ἔφην) ἐν πολιτείᾳ προσείρηκεν. αὕτη γὰρ καὶ τὴν ὅλην μαθηματικὴν τελειοῖ, καὶ εἰς νοῦν ἀναπέμπει ταῖς ἑαυτῆς δυνάμεσι καὶ ἐπιστήμην ὄντως ἀποφαίνει, καὶ μόνιμον, καὶ ἀνέλεγκτον ἀπεργάζεται.

Τρί-

Τρίτην δ' ἂν ἔχοι τάξιν ἐν τοῖς συνδέσμοις ὁ νοῦς αὐτὸς, ὁ πάσας τὰς διαλεκτικὰς δυνάμεις ἐν ἑαυτῷ μονοειδῶς περιέχων, καὶ τὴν ποικιλίαν αὐτῶν διὰ τῆς ἁπλότητος, καὶ τὸν μερισμὸν διὰ τῆς ἀμεροῦς γνώσεως, καὶ τὸ πλῆθος διὰ τῆς ἑνώσεως συνάγων. αὐτὸς δὴ οὖν συμπληροῖ μὲν τὰς ἀναλύσεις τῶν διαλεκτικῶν μεθόδων· συνδεῖ δὲ ἄνωθεν πᾶσαν τὴν διέξοδον τῶν μαθηματικῶν λόγων. τέλος δ' ἐστὶ τὸ ἄριστον τῆς ἀναγωγοῦ πορείας, καὶ τῆς γνωστικῆς ἐνεργείας. ταῦτά μοι καὶ περὶ τούτων διωρίσθω.

Τὸ δὲ αὐτὸ τοῦτο τὸ ὄνομα τῆς μαθηματικῆς καὶ τὸ τῶν μαθημάτων πόθεν ἂν φαῖμεν ὑπὸ τῶν παλαιῶν ταῖς ἐπιστήμαις ταύταις ἀποδεδόσθαι; καὶ τίνα ἂν ἔχοι προσήκοντα λόγον;

Δοκεῖ δή μοι μὴ τῶν ἐπιτυχόντων εἶναι (καθάπερ δὴ τὰ πολλὰ τῶν ὀνομάτων) ἡ τοιαύτη τῆς ἐπιστήμης τῶν διανοητικῶν λόγων προσηγορία· ἀλλ' ὥσπερ δή ἐστι καὶ λέγεται τῶν πυθαγορείων κατειδότων μὲν, ὅτι πᾶσα ἡ καλουμένη μάθησις, ἀνάμνησίς ἐστιν οὐκ ἔξωθεν ἐντιθεμένη ταῖς ψυχαῖς, ὥσπερ τὰ ἀπὸ

τῶν αἰσθητῶν φαντάσματα τυποῦται ἐν τῇ φαντασίᾳ· οὐδὲ ἐπεισοδιώδης οὖσα καθάπερ ἡ δοξαστικὴ γνῶσις, ἀλλ' ἀνεγειρομένη μὲν ἀπὸ τῶν φαινομένων, προβαλλομένη δ' ἔνδοθεν ἀπ' αὐτῆς τῆς διανοίας εἰς ἑαυτὴν ἐπιστρεφομένης.

Κατιδότων δὲ αὖ καὶ ὅτι ὁ Πλάτων φησὶν τὰς ἀναμνήσεις εἰ καὶ πολλαχόθεν δεικνῦναι δυνατόν· ἀλλὰ διαφερόντως ἐκ τῶν μαθημάτων. Εὰν γάρ τις ἐπὶ τὰ διαγράμματα ἄγῃ, φησὶν ἐκεῖνος· ἐνταῦθα ἄρα σαφέστατα κατηγορεῖ, ὡς ἐστὶν ἡ μάθησις ἀνάμνησις. ὅθεν δὴ καὶ ὁ ἐν μένωνι Σωκράτης ἐκ τοῦδε τοῦ τρόπου τῆς ἐπιχειρήσεως ἐπέδειξεν ὅτι τὸ μανθάνειν οὐκ ἄλλο τι ἐστὶν ἢ ἀναμιμνήσκεσθαι τὴν ψυχὴν τῶν ἑαυτῆς λόγων. αἴτιον δὲ ὅτι τὸ μὲν ἀναμιμνησκόμενον ἐστὶ τὸ διανοητικὸν τῆς ψυχῆς, τοῦτο δὲ τὸ διανοητικὸν ἐν τοῖς λόγοις οὐσίωται τῶν μαθημάτων, καὶ τὰς ἐπιστήμας αὐτῶν ἐν ἑαυτῷ προείληφε, κἂν μὴ ἐνεργῇ κατ' αὐτάς. ἔχει δ' οὖν πάσας οὐσιωδῶς, καὶ κρυφίως· προφαίνει δὲ ἑκάστην ὅταν ἀφαιρεθῇ τῶν ἐμποδίων, τῶν ἐκ τῆς αἰσθήσεως. αἱ μὲν γὰρ αἰσθήσεις συνάπτουσιν αὐτὴν τοῖς

μερι-

λικὸν τὸ περὶ τὰ σώματα φανταζόμενον. ταῦτα γὰρ οἶμαι θεωρεῖν τῆς φυσιολογίας ἐστὶν ἀλλ' οὐ τῆς μαθηματικῆς αὐτῆς: ἀλλ' ἐπεὶ τὴν ἕνωσιν, καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν ὅλων, καὶ τὴν ταυτότητα μετὰ τῆς ἑτερότητος εἰς τὴν τῆς ψυχῆς συμπλήρωσιν ὁ δημιουργὸς παρείληφε; καὶ πρὸς ταύταις στάσιν καὶ κίνησιν, καὶ ἐκ τούτων αὐτὴν τῶν γενῶν ὑπέστησεν, ὡς ὁ τίμαιος ἡμᾶς αὖ ἐδίδαξεν: λεκτέον ὅτι κατὰ μὲν τὴν ἑτερότητα αὐτῆς, καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν λόγων, καὶ τὸ πλῆθος, ἡ διάνοια στᾶσα καὶ νοήσασα ἑαυτὴν ἓν καὶ πολλὰ οὖσαν τούς τε ἀριθμοὺς προβάλλει, καὶ τὴν τούτων γνῶσιν τὴν ἀριθμητικὴν κατά τε τὴν ἕνωσιν τοῦ πλήθους, καὶ τὴν πρὸς ἑαυτὸ κοινωνίαν, καὶ τὸν σύνδεσμον τὴν μουσικήν. Διὸ καὶ ἡ ἀριθμητικὴ πρεσβυτέρα τῆς μουσικῆς.

Καὶ αὖ πάλιν κατὰ μὲν τὴν στάσιν τὴν ἐν αὐτῇ, τὴν ἐνέργειαν ἱδρύσασα γεωμετρίαν ἀφ' ἑαυτῆς ἐξέφηνε, καὶ τὸ ἓν σχῆμα τὸ οὐσιῶδες, καὶ τὰς δημιουργικὰς ἀρχὰς τῶν σχημάτων πάντων. κατὰ δὲ τὴν κίνησιν, τὴν σφαιρικήν. κινεῖται γὰρ καὶ αὐτὴ κατὰ τοὺς κύκλους, ἕστηκεν δὲ ἀεὶ ὡσαύτως κατὰ τὰς αἰτί

ας τῶν κύκλων τὸ εὐθὺ καὶ περιφερές. καὶ διὰ τοῦτο κἀνταῦθα προὐφέστηκεν ἡ γεωμετρία τῆς σφαιρικῆς, ὥσπερ ἡ στάσις τῆς κινήσεως. ἐπεὶ δὲ οὐκ εἰς τὴν ἀπειροδύναμον ἑαυτῆς ἀφορῶσα τῶν εἰδῶν ἀνέλιξιν, τὰς ἐπιστήμας ἐγέννησε ταύτας· ἀλλ' εἰς τὴν κατὰ γένη τοῦ πέρατος περιοχήν· διὰ τοῦτο φασὶν αὐτὰς ἀπό τε τοῦ πλήθους, καὶ μεγέθους ἀφελούσας τὸ ἄπειρον, περὶ τὸ πεπερασμένον ἤδη τὴν πραγματείαν ἔχειν. ἀρχὰς γὰρ ἐν αὐτῇ πάντων ἵδρυσεν ὁ νοῦς, καὶ τοῦ πλήθους καὶ τοῦ μεγέθους. τῶν μὲν τοίνυν πυθαγορείων ὁ λόγος οὗτος, καὶ ἡ τῶν τεσσάρων ἐπιστημῶν διαίρεσις τοιαύτη.

Κατ' ἄλλον δ' αὖ τρόπον τὴν μαθηματικὴν τέμνειν τινὲς ἀξιοῦσιν, ὥσπερ καὶ ὁ γεμῖνος. καὶ ποιοῦσι τὴν μὲν περὶ τὰ νοητὰ μόνον, τὴν δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ καὶ τούτων ἐφαπτομένην.

Νοητὰ δέ που καλοῦντες, ὅσα καθ' ἑαυτὴν ἡ ψυχὴ θεάματα ἀνακινεῖ, χωρίζουσα τῶν ἐνύλων ἑαυτὴν εἰδῶν. καὶ τῆς μὲν περὶ τὰ νοητὰ πραγματευομένης δύο τὰ πρώτιστα καὶ κυριώτατα μέρη τίθενται ἀριθμητικὴν καὶ γεωμετρίαν. τῆς δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ τὴν ἐνέργειαν ἐχούσης ἕξ· Μηχανικὴν, Ἀστρολογίαν, Ὀπτι-

διαίρεσιν τῶν συγκειμένων μεγεθῶν ἢ ἀριθμῶν, καὶ τὴν σύνθεσιν ὡσαύτως τῶν διῃρημένων; οὐ γὰρ δέ που τῶν μὲν μεριστῶν εἰσὶν ἐπιστῆμαι καὶ γνώσεις· τῶν δὲ αὖ ἀΰλων, καὶ τῆς νοερᾶς θεωρίας ἐγγυτέρω τεταγμένων οὐδεμίαν ἔχομεν ἐπιστήμην, ἀλλὰ πολλῷ πρότερον ἡ ἐκείνων γνῶσίς ἐστιν ἐπιστήμη, καὶ ἀπ' ἐκείνης αἱ πολλαὶ τοὺς κοινοὺς ἀποδέχονται λόγους· καὶ μέχρι τοσούτων γνώσεων ἡ ἄνοδος ἀπὸ τῶν μερικωτέρων ἐπὶ τὰς καθολικωτέρας ἕως ἂν ἐπ' αὐτὴν ἀναδράμωμεν τὴν τοῦ ὄντος ᾗ ἂν ἐστὶν ἐπιστήμην. αὕτη γὰρ οὐ τὰ καθ' αὑτὰ τοῖς ἀριθμοῖς ὑπάρχοντα σκοπεῖν ἀξιοῖ, οὐδὲ τὰ κοινὰ πᾶσι τοῖς ποσοῖς, ἀλλὰ τῶν ὄντων ἁπάντων τὴν μίαν καὶ μόνην οὐσίαν καὶ ὕπαρξιν θεωρεῖ. καὶ διὰ τοῦτο πασῶν ἐστὶ τῶν ἐπιστημῶν περιληπτικωτάτη, καὶ πᾶσαι παρ' ἐκείνης λαμβάνουσι τὰς ἀρχάς. ἀεὶ γὰρ αἱ ἀνωτέρω ταῖς ὑπ' αὐτὰς παρέχουσι τὰς πρώτας τῶν ἀποδείξεων ὑποθέσεις. ἡ δὲ τελειοτάτη τῶν ἐπιστημῶν ἁπάσαις ἀφ' ἑαυτῆς ἐνδίδωσι ταῖς μὲν ὁλικωτέρας, ταῖς δὲ μερικωτέρας ἀρχάς.

Διὸ καὶ ὁ ἐν Θεαιτήτῳ Σωκράτης παιδείαν σπουδῇ κεραννὺς, περιστεραῖς μὲν ἀπεικάζει

τὰς

τὰς ἐν ἡμῖν ἐπιστήμας. πετέσθαι δὲ αὐτάς φησι τὰς μὲν κατ' ἀγέλας, τὰς δὲ καὶ χωρὶς ἀπὸ τῶν ἄλλων. αἱ μὲν γὰρ κοινότεραι καὶ ὁλικώτεραι πολλὰς ἐν ἑαυταῖς περιέχουσι μερικωτέρας, αἱ δὲ τῶν διῃρημένων κατ' εἴδη γνωστῶν ἐφαπτόμεναι, διεστήκασιν ἀλλήλων, καὶ ἀσυνάπτοι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν, ἀπὸ διαφερουσῶν ὡρμημέναι τῶν πρώτων ἀρχῶν.

Μία τοίνυν ἐπιστήμη προτετάχθω τῶν πολλῶν ἐπιστημῶν καὶ μαθημάτων, ἡ τὰ κοινὰ, καὶ διὰ πάντων διήκοντα τῶν γενῶν γνωρίζουσα, καὶ πάσαις ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις χορηγοῦσα τὰς ἀρχάς.

Καὶ μέχρι τοῦδε αὖ ἡμῖν ἡ περὶ τούτων ἀφωρίσθη ἡ διδασκαλία. πάλιν δὲ ἐκεῖνα θεωρήσομεν, ὅπως ὁ Πλάτων θριγκὸν τῶν μαθημάτων ἐν πολιτείᾳ τὴν διαλεκτικὴν προσείρηκεν, καὶ ὅστις ὁ σύνδεσμος αὐτῶν (ὥσπερ ἐπινομίδα συνθεὶς παραδίδωσι) καὶ λέγωμεν, ὅτι, καθάπερ ὁ νοῦς ὑπερίδρυται τῆς διανοίας, καὶ χορηγεῖ τὰς ἀρχὰς, ἄνωθεν αὐτῇ, καὶ τελειοῖ τὴν διάνοιαν ἀφ' ἑαυτῆς: κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ διαλεκτικὴ φιλοσοφίας τὸ καθαρώτατον μέρος προσεχῶς οὖσα, ὑπερήπλωται τῆς

μαθηματικῶν, καὶ περιέχει τὴν ὅλην αὐτῶν ἀνέλιξιν, καὶ δίδωσιν ἀφ' ἑαυτῆς ταῖς ἐπιστήμαις αὐτῶν δυνάμεις παντοίας τελεσιουργοὺς καὶ κριτικὰς καὶ νοεράς: τὴν ἀναλυτικὴν λέγω, καὶ τὴν διαιρετικὴν, καὶ τὴν ὁριστικὴν, καὶ τὴν ἀποδεικτικήν, ἀφ' ὧν δὴ χορηγουμένη, καὶ τελειουμένη ἡ μαθηματικὴ, τὰ μὲν διὰ ἀναλύσεως εὑρίσκει, τὰ δὲ διὰ συνθέσεως. καὶ τὰ μὲν διαιρετικῶς ὑφηγεῖται, τὰ δὲ ὁριστικῶς, τὰ δὲ διὰ ἀποδείξεως καταδεῖται τῶν ζητουμένων. καὶ συναρμόζουσι μὲν τοῖς ὑποκειμένοις ἑαυτῆς τὰς μεθόδους ταύτας, χρωμένη δὲ καὶ ἑκάστῃ πρὸς τὴν θεωρίαν τῶν μέσων λόγων. ὅθεν δὴ καὶ αἱ ἀναλύσεις ἐπ' αὐτῆς, καὶ αἱ διαιρέσεις, καὶ αἱ ἀποδείξεις οἰκεῖαί τε, καὶ κατὰ τὸν τρόπον τῆς μαθηματικῆς γνώσεως ἀνελίσσονται.

Θριγκὸς οὖν εἰκότως ἐστὶν ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων, πᾶν τὸ νοερὸν αὐτῶν τελειοῦσα καὶ τὸ ἀκριβὲς ἀνελεγκτότερον ἀπεργαζομένη, καὶ τὸ ἀκίνητον μόνιμον ὡσαύτως διαφυλάττουσα, καὶ τὸ ἄυλον, καὶ τὸ καθαρὸν εἰς τὴν ἁπλότητα τὴν τοῦ νοῦ, καὶ τὴν ἀϋλίαν ἀναφέρουσα, καὶ τάς τε ἀρχὰς αὐτῶν τὰς πρώτας ἀφορίζουσα, διὰ τῶν λόγων, καὶ τὰς τῶν γενῶν καὶ εἰδῶν τῶν ἐπ' αὐτὰ διακρίσεις ἐμφαίνουσα τάς τε συνθέσεις τὰς ἐκ

τῶν ἀρ-

τῶν ἀρχῶν, εἰς τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς προάγουσας, καὶ τὰς ἀναλύσεις τὰς ἐπὶ τὰ πρῶτα καὶ τὰς ἀρχὰς ἐπανιούσας ἀναδιδάσκουσι.

Καὶ μὴν καὶ τὸν σύνδεσμον τῶν μαθημάτων οὐ τὴν ἀναλογίαν, ὥσπερ Ἐρατοσθένης οἴεται, θετέον: ἡ γὰρ ἀναλογία τῶν κοινῶν τοῖς μαθήμασιν, ἕν τι καὶ λέγεται εἶναι καὶ ἐστι: πολλὰ γὰρ αὖ καὶ ἄλλα διήκει διὰ πάντων (ὡς εἰπεῖν) τὰ καθ᾿ αὑτὰ ὑπάρχοντα τῇ κοινῇ φύσει τῶν μαθημάτων: ἀλλ᾿ ὡς ἡμεῖς φαμὲν, προσεχὴς μὲν ἐστὶν αὐτῶν σύνδεσμος ἡ μία καὶ ὅλη μαθηματικὴ τὰς πασῶν τῶν καθ᾿ ἕκαστα ἐπιστημῶν ἀρχὰς ἁπλούστερον ἐν ἑαυτῇ περιέχουσα: καὶ τήν τε κοινωνίαν αὐτῶν, καὶ τὴν διαφορὰν ἐπεσκεμμένη, καὶ ὅσα τὰ αὐτὰ ἐν πάσαις ἀναδιδάσκουσα, καὶ ὅσα πλείοσιν ὑπάρχει, καὶ ὅσα ἐλάττοσι. καὶ ἐπὶ ταύτην ἀπὸ τῶν πολλῶν ἡ ἄνοδος τοῖς κατὰ τρόπον μανθάνουσιν.

Ἀνωτέρω δ᾿ ἔτι ταύτης ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων εἴη σύνδεσμος: ἣν καὶ θριγκὸν αὐτῶν (ὡς ἔφη) ἐν πολιτείᾳ προσείρηκεν. αὐτὴ γὰρ καὶ τὴν ὅλην μαθηματικὴν τελειοῖ, καὶ εἰς νοῦν ἀναπέμπει ταῖς ἑαυτοῦ δυνάμεσι καὶ ἐπιστήμην ὄντως ἀποφαίνει, καὶ μόνιμον, καὶ ἀνέλεγκτον ἀπεργάζεται.

Τρί-

Τρίτην δ' ἂν ἔχοι τάξιν ἐν τοῖς συνδέσμοις ὁ νοῦς αὐτός, ὁ πάσας τὰς διαλεκτικὰς δυνάμεις ἐν ἑαυτῷ μονοειδῶς περιέχων, καὶ τὴν ποικιλίαν αὐτῶν διὰ τῆς ἁπλότητος, καὶ τὸν μερισμὸν διὰ τῆς ἀμεροῦς γνώσεως, καὶ τὸ πλῆθος διὰ τῆς ἑνώσεως συνάγων. αὐτὸς δὴ οὖν συμπτύσσει μὲν τὰς ἀναλίξεις τῶν διαλεκτικῶν μεθόδων: συνδεῖ δὲ ἄνωθεν πᾶσαν τὴν διέξοδον τῶν μαθηματικῶν λόγων. τέλος δ' ἐστὶ τὸ ἄριστον τῆς ἀναγωγοῦ πορείας, καὶ τῆς γνωστικῆς ἐνεργείας. ταῦτά μοι καὶ περὶ τούτων διορίσθω.

Τὸ δὲ αὐτὸ τοῦτο τὸ ὄνομα τῆς μαθηματικῆς καὶ τὸ τῶν μαθημάτων πόθεν ἂν φαῖμεν ὑπὸ τῶν παλαιῶν ταῖς ἐπιστήμαις ταύταις ἀποδεδόσθαι; καὶ τίνα ἂν ἔχοι προσήκοντα λόγον;

Δοκεῖ δή μοι μὴ τῶν ἐπιτυχόντων εἶναι (καθάπερ δὴ τὰ πολλὰ τῶν ὀνομάτων) ἡ τοιαύτη τῆς ἐπιστήμης τῶν διανοητικῶν λόγων προσηγορία: ἀλλ' ὥσπερ δή ἐστι καὶ λέγεται τῶν πυθαγορείων κατειδότων μέν, ὅτι πᾶσα ἡ καλουμένη μάθησις, ἀνάμνησίς ἐστιν οὐκ ἔξωθεν ἐντιθεμένη ταῖς ψυχαῖς, ὥσπερ τὰ ἀπὸ

τῶν

τῶν αἰσθητῶν φαντάσματα τυποῦται ἐν τῇ φαντασίᾳ· οὐδὲ ἐπεισοδιώδης οὖσα καθάπερ ἡ δοξαστικὴ γνῶσις, ἀλλ' ἀνεγειρομένη μὲν ἀπὸ τῶν φαινομένων, προβαλλομένη δ' ἔνδοθεν ἀπ' αὐτῆς τῆς διανοίας εἰς ἑαυτὴν ἐπιστρεφομένης.

Κατιδόντων δὲ αὖ καὶ ὅτι ὁ Πλάτων φησὶν τὰς ἀναμνήσεις εἰ καὶ πολλαχόθεν δεικνῦναι δυνατόν: ἀλλὰ διαφερόντως ἐκ τῶν μαθημάτων. Εαν γάρ τις ἐπὶ τὰ διαγράμματα ἄγῃ, φησὶν ἐκεῖνος: ἐνταῦθα ἄρα σαφέστατα κατηγορεῖ, ὡς ἐστὶν ἡ μάθησις ἀνάμνησις. ὅθεν δὴ καὶ ὁ ἐν μένωνι Σωκράτης ἐκ τούτου τοῦ τρόπου τῆς ἐπιχειρήσεως ἐπέδειξεν ὅτι τὸ μανθάνειν οὐκ ἄλλο τι ἐστὶν ἢ ἀναμιμνήσκεσθαι τὴν ψυχὴν τῶν ἑαυτῆς λόγων. αἴτιον δὲ ὅτι τὸ μὲν ἀναμιμνησκόμενον ἐστὶ τὸ διανοητικὸν τῆς ψυχῆς, τοῦτο δὲ τὸ διανοητικὸν ἐν τοῖς λόγοις οὐσίωται τῶν μαθημάτων, καὶ τὰς ἐπιστήμας αὐτῶν ἐν ἑαυτῷ προείληφε, κἂν μὴ ἐνεργῇ κατ' αὐτάς. ἔχει δ' οὖν πάσας οὐσιωδῶς, καὶ κρυφίως: προφαίνει δὲ ἑκάστην ὅταν ἀφαιρεθῇ τῶν ἐμποδίων, τῶν ἐκ τῆς αἰσθήσεως. αἱ μὲν γὰρ αἰσθήσεις συνάπτουσιν αὐτὴν τοῖς

μεριστοῖς, αἱ δὲ φαντασίαι μορφωτικῶν κινήσεων ἀναπίμπλασιν, αἱ δὲ ὀρέξεις περιεστῶσιν εἰς τὸν ἐμπαθῆ βίον. πᾶν δὲ τὸ μεριστὸν ἐμπόδιόν ἐστι τῆς εἰς ἑαυτοὺς ἡμῶν ἐπιστροφῆς καὶ πᾶν τὸ μορφωτικὸν ἐπιθολοῖ τὴν ἀμόρφωτον γνῶσιν. καὶ πᾶν τὸ ἐμπαθὲς κώλυμα τῆς ἀπαθοῦς ἐνεργείας ἐστίν.

Ὅταν οὖν ταῦτα τῆς διανοίας ἀφέλωμεν, τότε κατ' αὐτὴν γινώσκειν τοὺς ἐν αὐτῇ δυνάμεθα λόγους: καὶ ἐπιστήμονες εἶναι κατ' ἐνέργειαν, καὶ γνῶσιν τὴν οὐσιώδη προβάλλειν. δεσμῶται δὲ ὄντες, καὶ τὸ ὄμμα τῆς ψυχῆς μύοντες οὐ μή ποτε τὴν προσήκουσαν ἡμῖν τελειότητα σχοίμεν.

Αὕτη τοίνυν ἐστὶν ἡ μάθησις, ἡ τῶν ἀϊδίων ἐν ψυχῇ λόγων ἀνάμνησις, καὶ μαθηματικὴ διὰ ταύτην ἡ πρὸς τὰς ἀναμνήσεις ἡμῖν τὰς ἐκείνων συντελοῦσα γνῶσις, διαφερόντως ἐπονομάζεται.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ, ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ β.

Περὶ δὲ τῶν εἰδῶν τῆς μαθηματικῆς μετὰ ταῦτα διοριστέον, τίνα τε καὶ πόσα τὸν ὁρι-

ἀριθμόν. μετὰ γὰρ τὸ ὅλον καὶ παντελὲς αὐτῆς γένος: δεῖ δήπου καὶ τὰς τῶν μερικωτέρων ἐπιστημῶν κατ' εἴδη διαφορὰς ἀναλογίσασθαι.

Τοῖς μὲν οὖν Πυθαγορείοις ἐδόκει τετραχῇ διαιρεῖν τὴν ὅλην μαθηματικὴν ἐπιστήμην. τὸ μὲν αὐτῆς περὶ τὸ ποσόν, τὸ δὲ περὶ τὸ πηλίκον ἀφορίζουσι: καὶ τούτων ἑκάτερον διττὸν τιθέμενοι. τότε γὰρ ποσὸν ἢ καθ' αὑτὸ τὴν ὑπόστασιν ἔχειν, ἢ πρὸς ἄλλο θεωρεῖσθαι κατὰ σχέσιν. καὶ τὸ πηλίκον ἢ ἑστὼς ἢ κινούμενον εἶναι. καὶ τὴν μὲν ἀριθμητικὴν τὸ καθ' αὑτὸ ποσὸν θεωρεῖν, τὴν δὲ μουσικὴν τὸ πρὸς ἄλλο. γεωμετρίαν δὲ τὸ πηλίκον ἀκίνητον ὑπάρχον, καὶ τὴν σφαιρικὴν τὸ καθ' αὑτὸ κινούμενον.

Ἐπισκοπεῖν δ' αὖ τὸ πηλίκον καὶ τὸ ποσὸν οὔτε μέγεθος ἁπλῶς, οὔτε πλῆθος, ἀλλὰ τὸ καθ' ἑκάτερον ὡρισμένον. τοῦτο γὰρ ἀφελούσας τῶν ἀπείρων τὰς ἐπιστήμας κατανοεῖν: ὡς οὐ κενὸν τὴν καθ' ἑκάτερον ἀπειρίαν περιλαβεῖν.

Ὅταν δὲ ταῦτα λέγωσιν ἄνδρες εἰς ἄπαν σοφίας ἐληλυκότες, οὔτε τὸ ποσὸν τὸ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς ἀκούειν ἡμᾶς ἀξιώσομεν, οὔτε τὸ πη-

λίκον

λίκον τὸ περὶ τὰ σώματα φανταζόμενον. ταῦτα γὰρ οἶμαι θεωρεῖν τῆς φυσιολογίας ἐστὶν ἀλλ' οὐ τῆς μαθηματικῆς αὐτῆς: ἀλλ' ἐπεὶ τὴν ἕνωσιν, καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν ὅλων, καὶ τὴν ταυτότητα μετὰ τῆς ἑτερότητος εἰς τὴν τῆς ψυχῆς συμπλήρωσιν ὁ δημιουργὸς παρείληφε; καὶ πρὸς ταύταις στάσιν καὶ κίνησιν, καὶ ἐκ τούτων αὐτὴν τῶν γενῶν ὑπέστησεν, ὡς ὁ Τίμαιος ἡμᾶς αὖ ἐδίδαξεν: λεκτέον ὅτι κατὰ μὲν τὴν ἑτερότητα αὐτῆς, καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν λόγων, καὶ τὸ πλῆθος, ἡ διάνοια στᾶσα καὶ νοήσασα ἑαυτὴν ἓν καὶ πολλὰ οὖσαν τούς τε ἀριθμοὺς προβάλλει, καὶ τὴν τούτων γνῶσιν τὴν ἀριθμητικὴν κατά τε τὴν ἕνωσιν τοῦ πλήθους, καὶ τὴν πρὸς ἑαυτὸ κοινωνίαν, καὶ τὸν σύνδεσμον τὴν μουσικήν. Διὸ καὶ ἡ ἀριθμητικὴ πρεσβυτέρα τῆς μουσικῆς.

Καὶ αὖ πάλιν κατὰ μὲν τὴν στάσιν τὴν ἐν αὐτῇ, τὴν ἐνέργειαν ἱδρύσασα γεωμετρίαν ἀφ' ἑαυτῆς ἐξέφηνε, καὶ τὸ ἓν σχῆμα τὸ οὐσιῶδες, καὶ τὰς δημιουργικὰς ἀρχὰς τῶν σχημάτων πάντων. κατὰ δὲ τὴν κίνησιν, τὴν σφαιρικήν. κινεῖται γὰρ καὶ αὐτὴ κατὰ τοὺς κύκλους, ἕστηκεν δὲ ἀεὶ ὡσαύτως κατὰ τὰς αἰτί-

ας τῶν κύκλων τὸ εὐθὺ καὶ περιφερές. καὶ διὰ τοῦτο κἀνταῦθα προϋφέστηκεν ἡ γεωμετρία τῆς σφαιρικῆς, ὥσπερ ἡ στάσις τῆς κινήσεως. ἐπεὶ δὲ οὐκ εἰς τὴν ἀπροσδιόριστον ἑαυτῆς ἀφορῶσα τῶν εἰδῶν ἀνέλιξιν, τὰς ἐπιστήμας ἐγέννησε ταύτας· ἀλλ' εἰς τὴν κατὰ γένη τοῦ πέρατος περιοχήν: διὰ τοῦτο φασὶν αὐτὰς ἀπό τε τοῦ πλήθους, καὶ μεγέθους ἀφελούσας τὸ ἄπειρον, περὶ τὸ πεπερασμένον ἤδη τὴν πραγματείαν ἔχειν. ἀρχὰς γὰρ ἐν αὐτῇ πάντων ἵδρυσεν ὁ νοῦς, καὶ τοῦ πλήθους καὶ τοῦ μεγέθους. τῶν μὲν τοίνυν πυθαγορείων ὁ λόγος οὗτος, καὶ ἡ τῶν τεσσάρων ἐπιστημῶν διαίρεσις τοιαύτη.

Κατ' ἄλλον δ' αὖ τρόπον τὴν μαθηματικὴν τέμνειν τινὲς ἀξιοῦσιν, ὥσπερ καὶ ὁ γεμῖνος. καὶ ποιοῦσι τὴν μὲν περὶ τὰ νοητὰ μόνον, τὴν δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ καὶ τούτων ἐφαπτομένην.

Νοητὰ δέ που καλοῦντες, ὅσα καθ' ἑαυτὴν ἡ ψυχὴ θεάματα ἀνακινεῖ, χωρίζουσα τῶν ἐνύλων ἑαυτὴν εἰδῶν. καὶ τῆς μὲν περὶ τὰ νοητὰ πραγματευομένης δύο τὰ πρώτιστα καὶ κυριώτατα μέρη τίθενται ἀριθμητικὴν καὶ γεωμετρίαν. τῆς δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ τὴν ἐνέργειαν ἐχούσης ἕξ: Μηχανικήν, Ἀστρολογίαν, Ὀπτι-

κὴν, Γεωδαισίαν, Κανονικὴν, Λογιστικήν. τὸ δὲ τακτικὸν, οὐκ ἀξιοῦσιν ἕν τι τῶν μερῶν τῆς μαθηματικῆς λέγειν: ὥσπερ ἕτεροι, ἀλλὰ προσχρῆσθαι τότε μὲν λογιστικῆς καθάπερ ἐν ταῖς ἐξαριθμήσεσι τῶν λόχων, τότε δὲ γεωδαισίᾳ καθάπερ ἐν ταῖς διαιρέσεσι τῶν χωρίων, καὶ ταῖς ἀναμετρήσεσιν. ὥσπερ δὴ πολλῷ πλέον οὔτε τὸ ἱστορικὸν, οὔτε τὸ ἰατρικὸν, μέρος εἶναι μαθηματικῆς, εἰ καὶ προσχρῶνται πολλάκις, οἵτε τὰς ἱστορίας γράφοντες τοῖς τῆς μαθηματικῆς θεωρήμασιν, ἢ θέσεις κλιμάτων φράζοντες, ἢ μεγέθη τῶν πόλεων, καὶ διαμέτρους, ἢ περιβόλους ἢ περιμέτρους συλλογιζόμενοι. καὶ ἰατροὶ πολλὰ τῶν οἰκείων διὰ τῶν τοιούτων ἐφόδων σαφηνίζοντες. τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς ἀστρολογίας ὄφελος εἰς ἰατρικὴν καὶ ὁ Ἱπποκράτης δῆλον ποιεῖ, καὶ πάντες ὅσοι τὶ περὶ ὡρῶν καὶ τόπων εἰρήκασι. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὖν καὶ ὁ τακτικὸς χρήσεται μὲν τοῖς θεωρήμασι τῶν μαθηματικῶν: οὐ μέντοι μαθηματικὸς ἐστὶν, εἰ καὶ ποτὲ μὲν ἐλάχιστον δεῖξαι τὸ πλῆθος βουλόμενος εἰς κύκλον σχηματίσει τὸ στρατόπεδον: ποτὲ δὲ πλεῖστον, εἰς τετράγωνον, ἢ πεντάγωνον, ἢ ἄλλο τι πολύγωνον.

Τούτων δὲ τῶν εἰδῶν ὄντων τῆς ὅλης μαθη-

ματι-

ματικῆς, ἡ μὲν γεωμετρία διαιρεῖται πάλιν εἴς τε τὴν ἐπιπέδων θεωρίαν, καὶ τὴν στερεομετρίαν. περὶ γὰρ σημεῖα καὶ γραμμὰς ἰδιάζουσά τις οὐκ ἔστι πραγματεία. καθ' ὅσον οὐδὲ σχῆμα γένοιτο ἂν ἐκ τούτων ἄνευ ἐπιπέδων, ἢ στερεῶν. πανταχοῦ γε μὲν ἔργον τῆς γεωμετρίας ἔν τε τοῖς ἐπιπέδοις, καὶ στερεοῖς ἢ συνιστάναι, ἢ συγκρίνειν ἢ διαιρεῖν τὰ συνεστῶτα.

Τῆς δὲ ἀριθμητικῆς ὡσαύτως ἡ διαίρεσις, εἴς τε τὴν τῶν γραμμικῶν ἀριθμῶν θεωρίαν, καὶ τὴν τῶν ἐπιπέδων, καὶ τὴν τῶν στερεῶν. καὶ γὰρ τὰ εἴδη τοῦ ἀριθμοῦ καθ' αὑτὰ σκοπεῖ προϊόντα ἀπὸ μονάδος, καὶ τὰς γενέσεις τῶν ἐπιπέδων τῶν τε ὁμοίων καὶ τῶν ἀνομοίων, καὶ τὰς εἰς τρίτην αὔξησιν προόδους.

Γεωδαισία δὲ καὶ λογιστικὴ ταύταις ἀνάλογον οὐ περὶ νοητῶν ἀριθμῶν ἢ σχημάτων, ἀλλὰ περὶ αἰσθητῶν ποιούμεναι τοὺς λόγους. οὐ γὰρ κύλινδρον, ἢ κῶνον ἔργον τῆς γεωδαισίας μετρεῖν, ἀλλὰ σωροὺς, ὡς κώνους, καὶ φρέατα, ὡς κυλίνδρους· οὐδὲ διὰ εὐθειῶν νοητῶν, ἀλλὰ διὰ αἰσθητῶν τότε μὲν ἀκριβεστέρων, οἷον διὰ ἡλιακῶν· τότε δὲ διὰ παχυτέρων· οἷον διὰ σπάρτων, καὶ διὰ στάθμης.

Οὐδ᾽ αὖ ὁ λογιστικὸς αὐτὰ καθ᾽ αὑτὰ θεωρεῖ τὰ πάθη τῶν ἀριθμῶν, ἀλλ᾽ ἐπὶ τῶν αἰσθητῶν, ὅθεν καὶ τὴν ἐπωνυμίαν αὐτοῖς ἀπὸ τῶν μετρουμένων τίθεται μηλίτας καλῶν τινὰς καὶ φιαλίτας· καὶ ἐλάχιστον μὲν οὐδὲν εἶναι συγχωρεῖ, καθάπερ ὁ ἀριθμητικὸς, ὡς μέντοι πρός τι γένος λαμβάνει τὸ ἐλάχιστον. ὁ γὰρ εἷς ἄνθρωπος μέτρον αὐτῷ γίνεται τοῦ πλήθους, ὡς ἡ μονάς.

Πάλιν Ὀπτικὴ καὶ Κανονικὴ γεωμετρίας εἰσὶ καὶ ἀριθμητικῆς ἔκγονοι, ἡ μὲν ταῖς ὄψεσι ὡς γραμμαῖς χρωμένη, καὶ ταῖς ἐκ τούτων συνισταμέναις γωνίαις, διαιρουμένη δ᾽ εἴς τε τὴν ἰδίως καλουμένην ὀπτικὴν, ἥτις τῶν ψευδῶν φαινομένων παρὰ τὰς ἀποστάσεις τῶν ὁρατῶν, τὴν αἰτίαν ἀποδίδωσιν, οἷον τῆς τῶν παρ᾽ ἀλλήλων συμπτώσεως ἢ τῆς τῶν τετραγώνων ὡς κύκλων θεωρίας· καὶ εἰς τὴν κατοπτρικὴν σύμπασαν, τὴν περὶ τὰς ἀνακλάσεις τὰς παντοίας πραγματευομένην καὶ τῇ εἰκαστικῇ γνώσει συμπλεκομένην, καὶ τὴν λεγομένην Σκηνογραφικὴν δεικνύουσαν πῶς ἂν τὰ φαινόμενα μὴ ἄρρυθμα ἢ ἄμορφα φαντάζοιτο ἐν ταῖς εἰκόσι παρὰ τὰς ἀποστάσεις, καὶ τὰ ὕψη τῶν γεγραμμένων. Ἡ δ᾽

Ἡ δ᾽ αὖ Κανονικὴ τοὺς φαινομένους λόγους τῶν ἁρμονιῶν σκοπεῖται τὰς τῶν κανόνων κατατομὰς ἀνευρίσκουσα, καὶ τῇ αἰσθήσει πανταχοῦ προσχρωμένη, καὶ ὥς ὁ Πλάτων φησίν, ὦτα τοῦ νοῦ προστησαμένη.

Πρὸς δὲ ταύταις ἡ μηχανικὴ καλουμένη, τῆς περὶ τὰ αἰσθητὰ, καὶ τὰ ἔνυλα πραγματείας μέρος ὑπάρχουσα. ὑπὸ δὲ ταύτην ἥ τε Ὀργανοποιητικὴ τῶν κατὰ πόλεμον ἐπιτηδείων ὀργάνων. οἷα δὴ καὶ Ἀρχιμήδης λέγεται κατασκευάσαι τῶν πολεμούντων τὰς Συρακούσας ἀμυντικὰ ὄργανα.

Καὶ ἡ Θαυμαστοποιητικὴ, τὰ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσα ὥσπερ Κτησίβιος καὶ ὁ Ἥρων πραγματεύονται, τὰ δὲ διὰ ῥοπῶν, ὧν τῆς μὲν κινήσεως τὴν ἀνισορροπίαν αἰτιατέον τῆς δὲ στάσεως τὴν ἰσορροπίαν, ὥσπερ καὶ ὁ τίμαιος διώρισε· τὰ δὲ διὰ νευρῶν καὶ σπάρτων ἐμψύχους ὁλκὰς καὶ κινήσεις ἀπομιμουμένων. ὑπὸ δὲ τὴν Μηχανικὴν ἐστὶ καὶ ἡ τῶν ἰσορρόπων ὅλως καὶ τῶν λεγομένων κεντροβαρικῶν διάγνωσις, καὶ ἡ Σφαιροποιΐα κατὰ μίμησιν τῶν οὐρανίων περιφορῶν οἵαν καὶ Ἀρχιμήδης ἐπραγματεύσατο, καὶ ὅλως πᾶσα ἡ τῆς ὕλης κινητική.

Λοιπὴ δ' ἡ Ἀστρολογία περὶ τῶν κοσμικῶν κινήσεων διαλαμβάνουσα, καὶ περὶ μεγεθῶν καὶ σχημάτων τῶν οὐρανίων σωμάτων, καὶ φωτισμῶν, καὶ ἀποστημάτων τῶν ἀπὸ τῆς γῆς, καὶ τῶν τοιούτων ἁπάντων, πολὺ μὲν ἀπολαύουσα τῆς αἰσθήσεως, πολὺ δὲ πρὸς τὴν φυσικὴν ἐπικοινωνοῦσα θεωρίαν.

Ταύτης δ' ἄρα μέρος ἐστὶ καὶ ἡ Γνωμονική, περὶ τὴν τῶν ὡρῶν καταμέτρησιν ἀσχολουμένη διὰ τῆς τῶν γνωμόνων θέσεως.

Καὶ μετεωροσκοπικὴ τῶν τε ἐξαρμάτων τὰς διαφορὰς, καὶ τῶν ἄστρων τὰς ἀποστάσεις ἀνευρίσκουσα· καὶ πολλὰ ἄλλα καὶ ποικίλα, τῶν κατὰ ἀστρολογίαν θεωρημάτων ἀναδιδάσκουσα.

Καὶ ἡ Διοπτρικὴ τὰς ἀποχὰς ἡλίου τε καὶ σελήνης, καὶ τῶν ἄλλων ἄστρων καταμανθάνουσα, διὰ τῶν τοιούτων ὀργάνων.

Τοιαῦτα καὶ περὶ τῶν τῆς μαθηματικῆς μερῶν, ὑπὸ τῶν παλαιῶν ἀναγεγραμμένα παρειλήφαμεν.

ΕΚ ΤΩΝ ΤΟΥ ΗΡΩΝΟΣ ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ *ὀνομάτων.*

Γεωμε-

Γεωμετρία ἐστὶν ἐπιστήμη μεγεθῶν καὶ σχημάτων, καὶ τῶν περιοριζουσῶν, καὶ περατουσῶν ταῦτα ἐπιφανειῶν, καὶ γραμμῶν: τῶν τε ἐν τούτοις παθῶν, καὶ σχέσεων, καὶ ἐνεργειῶν ἐν μορφαῖς καὶ κινήσεως ποιότησι. πάθη μὲν οὖν λέγεται τὰ περὶ τὰς διαιρέσεις: σχέσεις δὲ οἱ τῶν μεγεθῶν πρὸς ἄλληλα λόγοι, καὶ θέσεις, καὶ καθ' αὐτὸ ἐπιβάλλουσιν ἡμῖν αὐτοῖς, καὶ πρὸς ἄλληλα συγκρίνουσι.

Συνεχῆ δ' ἐστὶ τὰ ὁμοιομερῆ δι' ὅλων: καὶ ὧν ἐπ' ἄπειρον ἡ τομή. οἷον, σῶμα, τόπος, χρόνος, κίνησις, ἐπιφάνεια, γραμμή.

Τοῦ γὰρ σώματος πᾶν μέρος σῶμα, καὶ διὰ τοῦτο οὐδέν ἐστιν ἐλάχιστον σῶμα, ἐπεὶ πᾶν σῶμα τρεῖς ἔχει διαστάσεις, μῆκος, πλάτος, βάθος. καὶ τόπου δὲ πᾶν μέρος τόπος ἐστί. ὅθεν οὐδὲ τόπος ἐλάχιστός ἐστι. πᾶς γὰρ τόπος ἴσας ἔχει σώματι τὰς διαστάσεις. ὁμοίως καὶ τὸ πᾶν μέρος τοῦ χρόνου, χρόνος ἐστί. καὶ ἄλλα δὲ συνεχῆ ἐστι, γραμμὴ μὲν ὅτι λαβεῖν ἐστι κοινὸν ὅρον, πρὸς ὃν τὰ μόρια αὐτῆς συνάπτει, στιγμήν. ἐπιφάνεια δὲ ὅτι τὰ τοῦ ἐπιπέδου μόρια πρὸς κοινὸν ὅρον συνάπτει, γραμμήν. ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ σώματος.

Ἀρχὰς δὲ γεωμετρίας ἔνιοι φασὶν εἶναι τὰς τοῦ σώματος διαστάσεις τοῦ μαθηματικοῦ. εἰσὶ δὲ τρεῖς, μῆκος, πλάτος, καὶ βάθος. τούτων δὲ τὴν πρώτην γίνεσθαι φασὶν ἀπὸ τοῦ πρόσω, εἰς τὰ ὀπίσω, καὶ εἶναι μῆκος, τὴν δευτέραν γίνεσθαι ἀπὸ τῶν δεξιῶν, εἰς τὰ εὐώνυμα, καὶ εἶναι πλάτος. τὴν δὲ τρίτην γίνεσθαι ἄνω καὶ κάτω, καὶ εἶναι βάθος, ὡς ἐκ τῶν τριῶν τούτων γίνεσθαι διαστάσεις ἕξ· δύο καθ' ἑκάστην. καλοῦσι δὲ ταύτας κινήσεις κατὰ τόπον.

Τέλος δὲ τῆς γεωμετρίας ἐστὶ παραπλησίως τῇ ἀριθμητικῇ, πλὴν τοῦ ζητεῖν καταλαβεῖν οὐ τὰ τῇ διῃρημένῃ, ἀλλὰ τῇ συνεχεῖ οὐσίᾳ συμβαίνοντα.

Λογιστικὴ δὲ ἐστὶ θεωρία ἡ τῶν ἀριθμητῶν, οὐχὶ δὲ τῶν ἀριθμῶν μεταχειριστική· οὐ τὸν ὄντως ἀριθμὸν λαμβάνουσα, ὑποτιθεμένη δὲ τὸ μὲν ἓν ὡς μονάδα, τὸ δὲ ἀριθμητὸν ὡς ἀριθμὸν οἷον τὰ τρία τριάδα εἶναι, καὶ τὰ δέκα δεκάδα. ἐφ' ὧν ἐπάγει τὰ κατὰ ἀριθμητικὴν θεωρήματα. θεωρεῖ οὖν μὲν τὸ κληθὲν ὑπὸ Ἀρχιμήδους βοϊκὸν πρόβλημα, τοῦτο δὲ Μηλίτας καὶ Φιαλίτας ἀριθμοὺς τοὺς μὲν ἐπὶ φιάλης, τοὺς δὲ ἐπὶ ποίμνης καὶ ἐπ' ἄλλων δὲ γενῶν τὰ πλήθη τῶν

αἰσθη=

αἰσθητῶν σωμάτων σκοποῦσαι ὡς περιττέον ἀποφαίνεται. ὕλη τοίνυν τῆς λογιστικῆς πάντα τὰ ἀριθμηθέντα. Ἐπεὶ δὲ τὸ ἓν ἐστὶν ἐν τῇ ὕλῃ ἐλάχιστον, ὁποῖον ἐν τῇ ἀριθμητικῇ ἡ μονάς, προσχρῆται τῷ ἑνὶ ὡς ἐλαχίστῳ τῶν ὑπὸ τὸ αὐτὸ πλῆθος ὁμογενῶν. ἕνα γοῦν τίθεται ἄνθρωπον, ἐν πλήθει ἀνθρώπων ἀδιαίρετον, ἀλλ' οὐχ ἅπαξ, καὶ μίαν δραχμὴν ἐν δραχμαῖς.

Γεωδαισία ἐστὶν ἐπιστήμη τῶν ἐν τοῖς αἰσθητοῖς σώμασι μεγεθῶν καὶ σχημάτων, διαιρετικὴ δὲ καὶ συνθετικὴ ποτομὴ τῆς γεωδαισίας ὕλη: λαμβάνει τὰ σχήματα οὐ τέλεια οὐδὲ ἀποκεκριβωμένα. μετρεῖ γοῦν καὶ σωρὸν ὡς κώνους, καὶ φρέατα περιφερῆ, ὡς κυλινδρικὰ σχήματα, καὶ τὰ μύκερα ὡς κολούρους.

Χρῆται δὲ ὡς ἡ γεωμετρία τῇ ἀριθμητικῇ οὕτω καὶ αὐτὴ τῇ λογιστικῇ χρῆται ὀργάνοις. εἰς μὲν τὰς διόπτρας χωρίων, διόπτραις, κάνοσι, σταθμαις, γνώμοσι, καὶ τοῖς ὁμοίοις πρὸς διαστημάτων καὶ ὑψῶν ἀναμετρήσεις. τοῦτο μὲν σκιᾷ, τοῦτο δὲ αὖ διόπτραις. ἔστι δὲ ὅτε καὶ διὰ ἀνακλάσεως θηρᾶται τὸ προβληθέν, ὥσπερ καὶ ὁ γεωμέτρης τὰς λογικὰς εὐθείας μεταχειρίζεται πολλαχοῦ: οὕτω καὶ ὁ γεωδαίτης ταῖς αἰσθηταῖς προσχρῆται.

Τούτων δὲ αἱ μὲν ἀκριβέστεραι διὰ τῶν ἀκτίνων τοῦ ἡλίου λαμβάνονται ἢ διὰ ὀπτήρων ἢ τῶν ἐπιπροσθήσεων ἐκλαμβανόμεναι, αἱ δὲ σωματικώτεραι διὰ τάσεως καὶ ἕλξεως μηρίνθων ἢ σταθμοῖς.

Τούτοις γὰρ χρώμενος ὁ γεωδαίτης μετρεῖ πόρρωθεν ἐφεστηκότα χωρία, ὁρῶν ἀναστήματα τειχῶν ὕψη, ποταμῶν πλάτη καὶ βάθη, καὶ ὅσα τοιαῦτα.

Ὀπτικῆς μὲν οὖν μέρη λέγοιτο ἂν κατὰ τὰς διαφόρους ὕλας, καὶ πλείω. Τὰ δὲ γενικώτατα, τὰ τρία. τὸ μὲν ὁμωνύμως τῷ ὅλῳ καλούμενον ὀπτικὸν, τὸ δὲ κατοπτρικὸν, τὸ δὲ σκηνογραφικόν. κατοπτρικὸν δὲ λέγεται, ὁλοσχερέστερον μὲν τὸ περὶ τὰς ἀνακλάσεις τὰς ἀπὸ τῶν λείων, οὐ μόνον περὶ ἓν κάτοπτρον· ἐστὶ δ' ὅτε καὶ περὶ πλείω στρεφόμενον. ἔτι μὲν καὶ τὰ ἐν ἀέρι δι' ὑγρῶν ἐμφαινόμενα χρήματα, ὁποῖα ἐστὶ τὰ κατὰ ἴριδας. Ἕτερον δὲ τό τε θεωροῦν τὰ συμβαίνοντα περὶ τὰς τοῦ ἡλίου ἀκτῖνας, ἔν τε κλάσει καὶ φωτισμοῖς αὐτοῖς καὶ σκιαῖς. οἷον ὁποία τις ἡ διορίζουσα γραμμὴ τὴν σκιὰν ἐν ἑκάστῳ σχήματι γίνεται. καὶ τὸ περὶ τὰ πυρεῖα προσαγορευόμενον σκοποῦν περὶ τὴν κατὰ ἀνάκλασιν συνιουσῶν ἀκτίνων, αἱ κατὰ σύνδυσιν ἀθρόαν τῶν τοῦ φωτὸς ἀνακλάσεων παρὰ τὴν ποιὰν κατασκευὴν

τοῦ

τοῦ κατόπτρου, εἰς ἓν συνιοῦσαι, ἢ κατὰ γραμμὴν εὐθεῖαν κυκλοτερὲς ἐκπυροῦσί τινα τόπον.

Αὕτη δὲ αἱ θεωρίαι τὰς αὐτὰς ὑποθέσεις ἔχουσι τῇ περὶ τὰς ὄψεις τὸν αὐτὸν ἐκείνῃ τρόπον ἐφοδεύονται. ὁποία γὰρ ἡ τῶν ὄψεων πρόπτωσις, τοιοῦτος καὶ ὁ κατὰ φωτισμὸς ὑπὸ τοῦ ἡλίου γίνεται. καὶ ποτὲ μὲν κατ' εὐθείας ἀκλάστους, ποτὲ δὲ κατ' ἀκλωμένας ἢ κεκλασμένας. ὥσπερ ἐπὶ τῶν ὑέλων. κατακλώμεναι γὰρ καὶ εἰς ἓν συνδύουσαι, πῦρ ἐξάπτουσι παρὰ τὰ ποῖα σχήματα. ποτὲ δὲ κατὰ ἀνάκλασιν ὥσπερ οἱ ἀχιλλεῖς φαίνονται ἐπὶ τῶν ὀρόφων: ὥστε ἡ ἀπὸ πάσης τῆς ὄψεως θεωρία, καὶ ἀπὸ παντὸς μέρους τοῦ ἡλίου ὁ φωτισμὸς γίνεται. ἡ δ' ἐπὶ τῶν ὑδάτων, καὶ τῶν ὑμένων, τὰ κατὰ δίαδον θεωροῦσα ὀπτικὴ ἐλάττω μὲν θεωρίαν ἔχει, αἰτιολογεῖ δὲ τὰ ὑπὸ τοῖς ὕδασι καὶ ὕμεσι καὶ ὑάλοις. ὁπότε διαπραττόμενα φαίνεται τὰ ἡνωμένα καὶ σύνθετα τὰ ἁπλᾶ, καὶ τὰ ὀρθὰ κεκλασμένα, καὶ τὰ μένοντα κινούμενα.

aliter καταδυομένας.

Τὸ σκηνογραφικὸν τῆς ὀπτικῆς μέρος ζητεῖ πῶς προσήκει γράφειν τὰς εἰκόνας τῶν οἰκοδομημάτων. καὶ ἐπειδὴ οὐχ οἷά τε ἐστὶ τὰ ὄντα, τοιαῦτα καὶ φαίνεται, πῶς μὴ τοὺς ὑποκειμένους ῥυθμοὺς ἐπιδείξονται: ἀλλ' ὁποῖοι φανήσονται. τέλος

δὲ τῷ ἀρχιτέκτονι τὸ πρὸς φαντασίαν εὔρυθμον ποιῆσαι τὸ ἔργον. καὶ ὁπόσον ἐγχωρεῖ πρὸς τὰς τῆς ὄψεως ἀπάτας ἀλεξήματα ἀνευρίσκειν· οὐ τῆς κατ' ἀλήθειαν ἰσότητος ἢ εὐρυθμίας, ἀλλὰ τῆς πρὸς ὄψιν στοχαζομένῳ. οὕτω γοῦν τὸν μὲν κύλινδρον ἐπεὶ καταπεαγότα ἔμελλε θεωρήσειν κίονα κατὰ μέσα πρὸς ὄψιν στενούμενον εὐρύτερον κατὰ τοῦτο ποιεῖ. καὶ τὸν μὲν κύκλον ἐστὶν ὅτε οὐ κύκλον γράφει, ἀλλ' ὀξυγώνιον κώνου τομήν, τὸ δὲ τετράγωνον προμηκέστερον, καὶ τοὺς πολλοὺς καὶ μεγέθει διαφέροντας κίονας ἐν ἄλλαις ἀναλογίαις κατὰ πλῆθός τε καὶ μέγεθος. τοιοῦτος δ' ἐστὶ λόγος καὶ τῷ κολοσσοποιῷ, διδοὺς τὴν φανησομένην τοῦ ἀποτελέσματος συμμετρίαν ἵνα πρὸς τὴν ὄψιν εὔρυθμος εἴη, ἀλλὰ μὴ μάτην ἐργασθείη κατ' οὐσίαν σύμμετρος. οὐ γὰρ οἷα ἐστὶ τὰ ἔργα τοιαῦτα φαίνεται, ἐν πολλῷ ἀναστήματι τιθέμενα.

ΤΙ´Σ Ο´ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ. ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ γ´.

Τίνα δ' ἂν τις ἀπαιτήσειεν τὸν μαθηματικὸν καὶ πῶς ἂν δύναιτό τις αὐτὸν κρίνειν ὀρθῶς,

ὀρθῶς, μετὰ ταῦτα λέγωμεν. ὁ μὲν γὰρ ἁπλῶς
πεπαιδευμένος περὶ πάντα κριτικός φησιν
Ἀριστοτέλης· ὁ δὲ περὶ τὰ μαθηματικά· τῶν ἐν
τούτοις λόγων ἔσται κριτικὸς τῆς ὀρθότητος.
Δεῖ τοίνυν ὅρους προσειληφέναι τῆς κρίσεως,
καὶ γιγνώσκειν πρῶτον μὲν ἐφ' ὧν δεῖ κατὰ τὰ
κοινὰ ποιεῖσθαι τὰς ἀποδείξεις, καὶ ἐφ' ὧν εἰς
τὰς ἑκάστων ἰδιότητας ἀποβλέπειν. πολλὰ γὰρ
ὑπάρχει τὰ αὐτὰ τοῖς κατ' εἶδος διαφέ-
ρουσιν, οἷον τριγώνοις πᾶσιν αἱ δύο ὀρθαί. Πολ
λὰ δὲ τὴν μὲν αὐτὴν ἔχει κατηγορίαν, διαφέ-
ρει δὲ κατ' εἶδος ἐφ' ἑκάστων τὸ κοινόν. οἷον ἡ
ὁμοιότης ἐν σχήμασι καὶ ἀριθμοῖς. οὐ δεῖ δὲ μίαν
ἀπόδειξιν ἐπὶ τούτων ἀπαιτεῖν τὸν μαθημα-
τικόν. οὐ γὰρ αἱ αὐταὶ ἀρχαὶ σχημάτων καὶ
ἀριθμῶν· ἀλλὰ διαφέρουσι κατὰ τὸ ὑποκεί
μενον γένος. εἰ δὲ τὸ καθ' αὑτὸ συμβεβηκὸς ἕν,
καὶ ἡ ἀπόδειξις μία. τὸ γὰρ δύο ὀρθὰς ἔχειν γω
νίας, ταὐτὸν ἐν πᾶσι τριγώνοις, καὶ τὸ ᾧ συμβέ
βηκεν ταὐτὸν ἐν ἅπασιν δύσιν ὀρθαῖς ἴσας ἔ-
χειν τὰς ἐντὸς τὸ τρίγωνον, καὶ ὁ τριγωνικὸς
λόγος. ὥσπερ δὴ καὶ τὸ τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας
ἔχειν τὰς ἐκτὸς, οὐ τοῖς τριγώνοις μόνον· ἀλ-
λὰ καὶ πᾶσιν εὐθυγράμμοις ὑπάρχει· καὶ ἡ

ἀπό-

ἀπόδειξις ἐπὶ πάντα ἐφαρμόττει: καθ' ὅσον εὐθύγραμμα. καὶ γὰρ ἕκαστος λόγος συνεισφέρει τινὰ πάντως ἰδιότητα καὶ πάθος οὗ μετέχει πάντα, κατὰ τὸν λόγον ἐκεῖνον. οἷον τὸν τριγωνικὸν, ἢ τὸν εὐθυγραμμικὸν, ἢ ὅλως τὸν τῶν σχήματος.

Δεύτερον τοίνυν εἰ κατὰ τὴν ὑποκειμένην ὕλην ποιεῖται τὰς ἀποδείξεις. οἷον εἰ ἀναγκαίους ἀποδίδωσι λόγους, καὶ ἀνελέγκτους: ἀλλὰ μὴ πιθανεῖς, μηδὲ τοῦ εἰκότος ἀναπεπλησμένους. ὅμοιον γάρ φησιν Ἀριστοτέλης ῥητορικὸν ἀποδείξεις ἀπαιτεῖν, καὶ μαθηματικοῦ πιθανολογοῦντος ἀποδέχεσθαι. Δεῖ γὰρ ἕκαστον ἐπιστήμονα καὶ τεχνίτην προσήκοντας ἀποδιδόναι τοῖς πράγμασι περὶ ἃ πραγματεύεται, τοὺς λόγους. οὕτω καὶ ὁ Πλάτων ἐν Τιμαίῳ τὸν μὲν φυσιόλογον εἰκότας ἀπαιτεῖν λόγους, ὡς ἂν περὶ τούτων πραγματευόμενον: τὸν δὲ περὶ τῶν νοητῶν ἀναδιδάσκοντα καὶ τῆς ἑστώσης οὐσίας, ἀνελέγκτους καὶ ἀκινήτους. Εὐθὺς γὰρ τὰ ὑποκείμενα ταῖς ἐπιστήμαις, ἢ ταῖς τέχναις, ποιεῖ διαφοράς. οἷον εἰ τὰ μὲν ἀκίνητα, τὰ δὲ κινούμενα, καὶ τὰ μὲν ἁπλούστερα, τὰ δὲ συνθετώτερα, καὶ τὰ μὲν νοητά, τὰ δὲ αἰσθητά.

σθητά. οὔτε οὖν πᾶσαν τὴν μαθηματικὴν τὴν αὐτὴν ἀκρίβειαν ἀπαιτήσομεν. εἰ γὰρ ἡ μὲν αἰσθητῶν ἐφάπτοιτο πως, ἡ δὲ νοητῶν εἴη γνῶσις ὑποκειμένων, οὐχ ὁμοίως ἀμφότεραι ἀκριβεῖς, ἀλλ' ἡ ἑτέρα μᾶλλον. διὸ τὴν ἀριθμητικὴν, τῆς ἁρμονικῆς μᾶλλον ἀκριβῆ φαμέν. οὔτε ὅλως τὴν μαθηματικὴν, καὶ τὰς ἄλλας ἐπιστήμας, ταῖς αὐταῖς ἀποδείξεσιν ἀξιώσομεν χρῆσθαι. τὰ γὰρ ὑποκείμενα διαφορὰν οὐκ ὀλίγην παρέχεται.

Τὸ δὲ τρίτον λέγωμεν, ὅτι καὶ περὶ ταυτότητος, καὶ ἑτερότητος ἐπεσκέφθαι δεῖ τὸν μέλλοντα κρίνειν ὀρθῶς τοὺς τῆς μαθηματικῆς λόγους: καὶ περὶ τοῦ καθ' αὐτὸ, καὶ τοῦ κατὰ συμβεβηκὸς: καὶ περὶ τῆς ἀναλογίας: καὶ περὶ πάντων τῶν τοιούτων. σχεδὸν γὰρ αἱ ἁμαρτίαι πᾶσαι κατὰ ταῦτα συμβαίνουσι τῶν οἰομένων ἀποδεικνύναι μαθηματικῶς: οὐ μὴν τοι δεικνύντων. ὅταν τὸ ταυτὸν, ὡς ἕτερον καθ' ἕκαστον εἶδος ἀποδεικνύουσιν: ἢ τὸ ἕτερον ὡς ταυτὸν: ἢ ὅταν τὸ κατὰ συμβεβηκὸς ὑπάρχον: ὡς κατ' αὐτὸ παραλαμβάνουσι, ἢ τὸ κατ' αὐτὸ, ὡς κατὰ συμβεβηκός, οἷον ὅτι ἡ περιφέρεια

καλ-

καλλίων τῆς εὐθείας, ἢ τὸ ἰσόπλευρον τοῦ ἰσοσκελοῦς; τοῦ γὰρ μαθηματικοῦ ταῦτα διορίζειν.

Τέταρτον δὲ ὅτι τῆς μαθηματικῆς μέσην ἐχούσης τάξιν τῶν τε νοητῶν, καὶ τῶν αἰσθητῶν, καὶ πολλὰς μὲν εἰκόνας τῶν θείων ἐν ἑαυτῇ δεικνυούσης· πολλὰ δὲ παραδείγματα τῶν φυσικῶν λόγων· δεῖ καὶ τὰς ἀποδείξεις τριπλᾶς ἐπ' αὐτῆς θεωρεῖν, τὰς μὲν νοερωτέρας, τὰς δὲ διεξοδικωτέρας, τὰς δὲ καὶ τῆς δόξης ἐφαπτομένας. Δεῖ γὰρ κατὰ τὰ προβλήματα τὰς ἀποδείξεις εἶναι διαφερούσας· καὶ οἰκείως τοῖς γένεσι διαιρεῖσθαι τῶν ὄντων. ἐπεὶ καὶ αὐτὴ πᾶσι συμφαίνεται αὐτοῖς, καὶ πρὸς πάντας συναρμόζει τοὺς ἑαυτῆς λόγους. ἀλλὰ τούτων μὲν ἅλις.

ΠΕΡΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ. ΚΕφαλ. δ.

Η Γεωμετρία τῆς ὅλης μαθηματικῆς μέρος οὖσα· δευτέραν ἔχει τάξιν μετὰ τὴν ἀριθμητικήν· ὡς ἀπὸ ταύτης τελειουμένη, καὶ ἀφοριζομένη.

Παν

Πᾶν γὰρ ὅσον ἐστὶ ῥητὸν ἐν αὐτῇ καὶ γνωστὸν· ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν ἀφορίζεται λόγων.

Ἔστι δὲ γεωμετρία γνωστικὴ ἐπιστήμη μεγεθῶν καὶ σχημάτων, καὶ τῶν ἐν τούτοις περάτων, ἔτι δὲ τῶν λόγων τῶν ἐν αὐτοῖς, καὶ τῶν παθῶν τῶν περὶ αὐτὰ, καὶ τῶν παντοίων θέσεων, καὶ κινήσεων, περιοῦσα μὲν ἀπὸ τοῦ ἀμεροῦς σημείου: καταβαίνουσα δὲ μέχρι τῶν στερεῶν, καὶ τὰς πολυειδεῖς αὐτῶν διαφορότητας ἀνευρίσκουσα: καὶ αὖ πάλιν ἀπὸ τῶν συνθετωτέρων, ἐπὶ τὰ ἁπλούστερα: καὶ τὰς ἀρχὰς τὰς τούτων ἀνατρέχουσα. καὶ γὰρ συνθέσεσι χρῆται καὶ ἀναλύσεσι, ἀεὶ μὲν ἐξ ὑποθέσεως ὁρμῶσα, καὶ τὰς ἀρχὰς ἀπὸ τῆς πρὸ αὐτῆς ἐπιστήμης (ἡ καὶ μία ἐστὶ ἀνυπόθετος, καθ' ἣν τὰ ὄντα πάντα γινώσκειν πέφυκε, καὶ ἀφ' ἧς πᾶσαι αἱ ἀρχαὶ) λαμβάνουσα: χρωμένη δὲ ταῖς διαλεκτικαῖς ἁπάσαις μεθόδοις. περὶ μὲν τὰς ἀρχὰς διαιρέσεσι τῶν εἰδῶν ἀπὸ τῶν γενῶν: καὶ τοῖς διοριστικοῖς λόγοις: περὶ δὲ τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς ἀποδείξεσι καὶ ἀναλύσεσι. ἵνα καὶ ἀπὸ τῶν ἁπλουστέρων, τὰ ποικιλώτερα δεικνύει προϊόντα, καὶ ἐπ' αὐτὰ πάλιν ἀναστρέφοντα. καὶ χωρὶς μὲν περὶ τῶν ὑποκειμένων αὐτῇ ποιουμένη τοὺς λόγους

χωρὶς δὲ περὶ τῶν ἀξιωμάτων, ἀφ' ὧν ὁρμηται πρὸς τὰς ἀποδείξεις, καὶ χωρὶς δὲ περὶ τῶν κατ' αὐτὰ συμβεβηκότων: ἃ καὶ δεικνῦσιν ὑπάρχοντα τοῖς ὑποκειμένοις. ἑκάστη γὰρ τῶν ἐπιστημῶν ἄλλο μὲν ἔχει τὸ γένος, περὶ ὃ πραγματεύεται: καὶ οὗ τὰ πάθη σκοπεῖν προτίθεται: ἄλλας δὲ τὰς ἀρχάς, αἷς χρῆται πρὸς τὰς ἀποδείξεις: ἄλλα δὲ τὰ κατ' αὐτὰ ὑπάρχοντα. καὶ τὰ μὲν ἀξιώματα κοινὰ πάσαις (εἰ καὶ ἑκάστη χρῆται πρὸς τὴν ὑποκειμένην ὕλην οἰκείως αὐτοῖς) τὸ δὲ γένος καὶ τὸ καθ' αὑτὸ συμβεβηκὸς διαφέρον.

Τὰ μὲν οὖν ὑποκείμενα γεωμετρίας ἐστὶ τρίγωνα, καὶ τετράγωνα, καὶ κύκλοι, καὶ ὅλως σχήματα, καὶ μεγέθη, καὶ τὰ τούτων πέρατα. τὰ δὲ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα τούτοις αἱ διαιρέσεις, οἱ λόγοι, καὶ ἁφαί, καὶ ἰσότητες, καὶ παραβολαί, καὶ ὑπερβολαί, καὶ ἐλλείψεις, πάντα τὰ τοιαῦτα. τὰ δὲ αἰτήματα καὶ τὰ ἀξιώματα δι' ὧν ἀποδείκνυσιν ἕκαστα. τὸ ἀπὸ παντὸς σημείου, ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. τὸ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ: ἴσα εἶναι τὰ καταλειπόμενα, καὶ τὰ τούτοις ἑπόμενα. διὸ καὶ οὔτε πᾶν πρόβλημα, οὔτε πᾶν ἐρώτημα γεωμετρικόν

ἐστιν:

ἐστὶν· ἀλλὰ ὅσα ἐκ τῶν τῆς γεωμετρίας ἐστὶν ἀρχῶν, καὶ ὁ ἐκ τούτων ἐλεγχόμενος ἐλέγχοιτο ἂν ὡς γεωμέτρης. ὅσα δὲ μὴ ἐκ τούτων· οὐ γεωμετρικὰ, ἀλλ' ἀγεωμέτρητα. διττὰ δὲ καὶ ταῦτα ἐστὶν, ἢ γὰρ παντελῶς ἐξ ἑτέρων ἐστὶν ἀρχῶν. ὥσπερ τὸ μουσικὸν ἐρώτημα φαμὲν ἀγεωμέτρητον· ὅτι ἐξ ἄλλων παντελῶς ὑποθέσεων ὥρμηται, καὶ οὐκ ἐκ τῆς γεωμετρίας ἀρχῶν· ἢ τὸ ταῖς γεωμετρικαῖς ἀρχαῖς χρώμενον· ἀλλὰ διαστρόφως· οἷον εἴτις λέγει· τὰς παραλλήλους συμπίπτειν, καὶ διὰ ταῦτα ἄρα καὶ ἡ γεωμετρία κριτήρια ἡμῖν παραδίδωσιν, ἀφ' ὧν δυνησώμεθα διαγινώσκειν τά τε ἑπόμενα ταῖς ἀρχαῖς αὐτῆς, καὶ ὅσα τῆς ἐκείνων ἀλήθειαν ἐκβαίνει. οἱ γὰρ τρόποι καθ' οὓς τὰ ψευδάρια διελέγχειν δυνατὸν, ὅπου διημάρτηται ταύτην ἔχουσι τὴν ἐπαγγελίαν. ἄλλα γὰρ ἕπεται ταῖς γεωμετρικαῖς ἀρχαῖς, καὶ ἄλλα ταῖς ἀριθμητικαῖς· τί γὰρ δεῖ λέγειν περὶ τῶν ἄλλων εἰ παμπόλυ λείπονται τούτων; ἀκριβεστέρα γὰρ ἐστὶν ἐπιστήμη ἄλλη ἄλλης ὥς φησιν Ἀριστοτέλης, ἥτε ἐξ ἁπλουστέρων ὑποθέσεων ὡρμημένη: τῆς ποικιλωτέραις ἀρχαῖς χρωμένης: καὶ ἡ τὸ διότι λέγουσα: τῆς τὸ ὅτι γιγνωσκούσης. καὶ ἡ περὶ νοητῶν πραγματευομένη· τῆς τῶν αἰσθητῶν ἐφαπτομέ-

νης, καὶ κατὰ ταύτας τὰς ἀποδείξεις τῆς ἀκρι-
βείας, ἀριθμητικὴ μὲν ἀκριβεστέρα γεωμε-
τρίας. καὶ γὰρ ἐκείνης ἀρχαὶ τῇ ἁπλότητι δια-
φέρουσιν. ἡ μὲν γὰρ μονὰς ἄθετός ἐστιν: ἡ δὲ στι-
γμὴ, θέσιν ἔχει. καὶ ἀρχαὶ μὲν τῆς γεωμετρίας
ἡ στιγμὴ, προλαβοῦσα τὴν θέσιν: ἀριθμητικῆς
δὲ ἡ μονάς. γεωμετρία δὲ σφαιρικῆς καὶ ἀριθμη-
τικὴ μουσικῆς. αὕτη γὰρ τὰς αἰτίας ἀποδίδω-
σι καθόλου, τῶν ὑπ' ἐκείνης θεωρημάτων. γε-
ωμετρία δὲ μηχανικῆς, ὀπτικῆς, καὶ κατοπτρι-
κῆς: ὅτι περὶ αἰσθητῶν αὗται ποιοῦνται τοὺς λό-
γους.

Αἱ μὲν οὖν ἀριθμητικῆς ἀρχαὶ καὶ γεωμετρί-
ας τῶν ἄλλων διαφέρουσιν. αἱ δὲ αὐτῶν τού-
των ὑποθέσεις διεστήκασι ἀπ' ἀλλήλων: καθ'
ἣν εἴπομεν διάστασιν. ἔχουσι δ' αὖ καὶ κοινωνί-
αν πρὸς ἀλλήλας, διὸ καὶ τῶν θεωρημάτων τῶν
δεικνυμένων τὰ μὲν ἐστὶν αὐταῖς κοινά: τὰ δὲ
ἴδια ἑκατέρας. τὸ μὲν γὰρ πάντα λόγον εἶναι
ῥητὸν ἀριθμητικῇ προσήκει μόνῃ: γεωμετρίᾳ
δὲ οὐδαμῶς. εἰσὶ γὰρ ἐν αὐτῇ καὶ ἄρρητοι λόγοι:
καὶ τὸ ὡρίσθαι κατὰ τὸ ἐλάττον τοὺς τῶν τετρα
γώνων γνώμονας: ἀριθμητικῆς ἴδιον. ἐν γεωμε-
τρίᾳ γὰρ τὸ ἐλάχιστον ὅλως οὐκ ἐστί. γεωμετρία

δὲ

δὲ ἐστὶν ἐξαίρετον τὰ περὶ τὰς θέσεις, οἱ γὰρ ἀριθμοὶ θέσιν οὐκ ἔχουσι· τὰ περὶ τὰς ἀφάς. ἐν γὰρ συνεχέσι τὸ ἅπτεσθαι· τὸ περὶ τὰς ἀλόγους. ὅπου γὰρ ἐπ' ἄπειρον ἡ διαίρεσις, ἐκεῖ καὶ τὸ ἄλογον. κοινὴ δ' ἐπὶ ἀμφοτέρων τὰ κατὰ τὰς τομάς, οἵας Ευκλείδης ἐν τῷ δευτέρῳ παραδίδωσι, πλὴν τῆς τὴν εὐθεῖαν εἰς ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνούσης. τῶν δ' αὖ κοινῶν τούτων θεωρημάτων τὰ μὲν ἀπὸ γεωμετρίας εἰς ἀριθμητικὴν μετάγεται, τὰ δὲ ἔμπαλιν ἀπὸ ἀριθμητικῆς εἰς γεωμετρίαν, τὰ δὲ ἀμφοτέραις ὁμοίως προσήκει ἀπὸ τῆς ὅλης μαθηματικῆς ἐπιστήμης εἰς αὐτὰς καθήκοντα. τὸ μὲν γὰρ ἐναλλὰξ, καὶ αἱ ἀντιστροφαὶ τῶν λόγων, καὶ αἱ συνθέσεις, καὶ αἱ διαιρέσεις· κατὰ τοῦτον τὸν τρόπον ἐστὶ κοινὸν ἀμφοτέρας. Τὰ δὲ τῶν συμμέτρων ἀριθμητικὴ μὲν θεωρεῖ πρώτως· γεωμετρία δὲ δευτέρως ἐκείνην μιμουμένη. Διὸ καὶ τὰ σύμμετρα τούτων ταῦτα ἀφορίζεται· ὅσα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα· ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· ὡς τῆς συμμετρίας προηγουμένως ἐν ἀριθμοῖς ὑφισταμένης. ὅπου γὰρ ἀριθμός· ἐκεῖ καὶ τὸ σύμμετρον, καὶ ὅπου τὸ σύμμετρον· ἐκεῖ καὶ ὁ ἀριθμός. τάγε μὴν τῶν τριγώνων καὶ τετρα

γώνων, γεωμετρία μὲν θεωρεῖ πρώτως· κατ᾽ ἀναλογίαν δὲ λαβοῦσα παρ᾽ αὐτῆς ἡ ἀριθμητική. καὶ γὰρ ἐν τοῖς ἀριθμοῖς σχήματα κατ᾽ αἰτίαν ἐστίν.

Ἐκ τῶν ἀποτελεσμάτων οὖν ὁρμηθέντες ἐπὶ τὰς αἰτίας αὐτῶν τὰς ἐν τοῖς ἀριθμοῖς μέτιμεν. καὶ ὅπου μὲν ἀπαραλλάκτως τὰ αὐτὰ συμπτώματα θεωροῦμεν· ὥσπερ ὅτι πᾶν πολύγωνον εἰς τρίγωνον διαλύεται, ὅπου δὲ τὸ συνεγγὺς ἀγαπῶμεν οἷον εὑρόντες ἐν γεωμετρίᾳ τετράγωνον τετραγώνου διπλάσιον, ἐν ἀριθμοῖς δὲ οὐκ ἔχοντες· ἑνὸς δέοντος φαμὲν ἄλλο ἄλλου διπλάσιον ὑπάρχειν ὥσπερ τοῦ ἀπὸ τῆς πεμπάδος ὁ ἀπὸ τῆς ἑπτάδος διπλάσιος ἑνὸς δέοντος.

Τὴν μὲν οὖν ἐπὶ πλέον παραγηγάγομεν τὴν κοινωνίαν τὴν κατὰ τὰς ἀρχὰς τῶν δύο τούτων ἐπιστημῶν, καὶ τὰς διαφορὰς παριστάντες γεωμετρικοῦ γὰρ τὸ συνορᾶν τὰ μὲν κοινὰ θεωρήματα· ποίαις ἀρχαῖς ἕπεται κοιναῖς· τὰ δὲ ἴδια ποίαις. καὶ οὕτω τά τε ἀγεωμέτρητα, καὶ τὰ γεωμετρικὰ θεωρεῖσθαι· καὶ τὰ μὲν εἰς ἄλλην, τὰ δὲ εἰς ἄλλην ἐπιστήμην ἄγειν. τὴν δὲ γένεσιν αὐτῆς τὴν ἐν τῇ περιόδῳ ταύτῃ, μετὰ ταῦτα ῥητέον. ὁ μὲν γὰρ Δαιμόνιος Ἀριστοτέλης εἶπε τὰ αὐτὰ δοξάσματα πολλάκις εἰς

αὐ-

ἀνθρώπους ἀφικνεῖσθαι· κατά τινας τεταγμένας περιόδους τοῦ παντὸς, καὶ μὴ καθ᾽ ἡμᾶς πρῶτον ἢ τοὺς ὑφ᾽ ἡμῶν γνωσθέντας τὰς ἐπιστήμας τὴν σύστασιν λαβεῖν, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλαις περιφοραῖς, οὐδ᾽ εἰπεῖν ὁπόσαις ταῖς τε γενομέναις καὶ ταῖς αὖθις ἐσομέναις ἐκφανῆναί τε καὶ ἀφανισθῆναι πάλιν αὐτάς. ἐπεὶ δὲ χρὴ καὶ τὰς ἀρχὰς τῶν τεχνῶν τε καὶ τῶν ἐπιστημῶν πρὸς τὴν παροῦσαν περίοδον σκοπεῖν· λέγομεν ὅτι παρ᾽ Αἰγυπτίοις μὲν εὑρεῖσθαι πρῶτον ἡ γεωμετρία παρὰ πολλῶν ἱστορεῖται· ἐκ τῆς τῶν χωρίων ἀναμετρήσεως λαβοῦσα τὴν γένεσιν. ἀναγκαία γὰρ ἦν ἐκείνοις αὐτή· διὰ τὴν ἄνοδον τοῦ Νείλου τοὺς προσήκοντας ἑκάστοις ἀφανίζοντος ὅρους. καὶ θαυμαστὸν οὐδὲν ἀπὸ τῆς χρείας ἄρξασθαι τὴν εὕρεσιν, καὶ ταύτης καὶ τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν. ἐπειδὴ πᾶν τὸ ἐν γενέσει φερόμενον ἀπὸ τοῦ ἀτελοῦς πρὸς τὸ τέλειον πρόεισιν. ἀπὸ αἰσθήσεως οὖν, εἰς λογισμὸν· καὶ ἀπὸ τούτου ἐπὶ τὸν νοῦν ἡ μετάβασις γένοιτο ἂν εἰκότως. ὥσπερ οὖν παρὰ τοῖς Φοίνιξι διὰ τὰς ἐμπορίας καὶ τὰ συναλλάγματα· τὴν ἀρχὴν ἔλαβεν ἡ τῶν ἀριθμῶν ἀκριβὴς γνῶσις· οὕτω δὴ καὶ παρ᾽ Αἰγυπτίοις ἡ γεωμετρία διὰ τὴν εἰρημένην αἰτίαν εὕρηται.

Θαλῆς δὲ πρῶτον εἰς Αἴγυπτον ἐλθὼν· μετήγαγεν εἰς τὴν ἑλλάδα τὴν θεωρίαν ταύτην· καὶ πολλὰ μὲν αὐτὸς εὗρε· πολλῶν δὲ τὰς ἀρχὰς τοῖς μετ' αὐτὸν ὑφηγήσατο· τοῖς μὲν καθολικώτερον ἐπιβάλλων, τοῖς δὲ αἰσθητικώτερον.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΟΥΤΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ.

Κεφαλ. ε.

ΑΥτὸ τὸ τῆς στοιχειώσεως ὄνομα, καὶ τὸ τοῦ στοιχείου, παρ' ὃ καὶ ἡ στοιχείωσις, τίνα ἂν ἔχοι λόγον; ἵνα δὴ καὶ περὶ τούτων τι ζητήσωμεν. τῶν τοίνυν θεωρημάτων τὰ μὲν εἰώθασι στοιχεῖα καλεῖν· τὰ δὲ στοιχειώδη· τὰ δὲ ἔξω τῆς τούτων ἀφορίζεται δυνάμεως. στοιχεῖα μὲν οὖν ἀπονομάζεται· ὧν ἡ θεωρία διϊκνεῖται πρὸς τὴν τῶν ἄλλων ἐπιστήμην· καὶ ἀφ' ὧν παραγίγνεται ἡμῖν τῶν ἐν αὐτοῖς ἀπόρων ἡ διάλυσις. ὡς γὰρ τῆς ἐγγραμμάτου φωνῆς εἰσὶν ἀρχαὶ πρῶται καὶ ἁπλούσταται, καὶ ἀδιαίρετοι· αἷς τὸ ὄνομα τῶν στοιχείων ἐπιφημίζομεν, καὶ πᾶσα λέξις ἐκ τούτων ὑφέστηκεν, καὶ πᾶς ὁ λόγος· οὕτω δὴ καὶ τῆς ὅλης γεωμετρίας ἐστὶ τινὰ θεωρή

ματα προηγούμενα, καὶ ἀρχῆς λόγον ἔχοντα, πρὸς τὰ ἐφεξῆς: διήκοντα διὰ πάντων: καὶ παρεχόμενα πολλῶν ἀποδείξεις συμπτωμάτων. ἃ δὴ στοιχεῖα προσαγορεύουσι: ποῖά ἐστι τὰ τοῦ Εὐκλείδου στοιχεῖα καὶ τοῦ αὐτοῦ ὅλη ἡ στοιχείωσις, τοῦτ᾽ ἔστι, τελείωσις τῆς τῶν μανθανόντων διανοίας, πρὸς τὴν σύμπασαν γεωμετρίαν. ἀπὸ γὰρ τούτων ὁρμώμενοι, καὶ τὰ ἄλλα γνῶναι δυνησόμεθα τῆς ἐπιστήμης ταύτης μέρη, καὶ τὴν ποικιλίαν τὴν ἐν αὐτῇ περιλαβεῖν, καὶ ἄνευ τούτων ἀδύνατος ἡμῖν καὶ ἄληπτος ἡ τῶν ἄλλων μάθησις. τὰ γὰρ ἀρχοειδέστατα ταῖς πρώταις ὑποθέσεσι ἐνταῦθα συνήθροισται: τάξιν λαβόντα τὴν πρέπουσαν. καὶ αἱ τῶν ἄλλων ἀποδείξεις τούτοις ὡς γνωριμωτάτοις χρῶνται: καὶ ἀπὸ τούτων ὥρμηνται. καθάπερ δὴ καὶ ὁ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, καὶ Ἀπολλώνιος, καὶ οἱ ἄλλοι πάντες ταῖς ἐν αὐτῇ τῇ πραγματείᾳ δεδειγμέναις ἀρχαῖς ὡς ὁμολογουμέναις φαίνονται χρώμενοι.

Στοιχειώδη δ᾽ ἐστὶν ὅσα διατείνει μὲν ἐπὶ πλείω: καὶ τὸ ἁπλοῦν ἔχει τὸ χάριεν: οὐκέτι μὴν καὶ τὸ τῶν στοιχείων: τὸ μὴ πρὸς πᾶσαν αὐτὴν τὴν ἐπιστήμην κοινὴν εἶναι τὴν θεωρίαν, οἷον τοῖς

τριγώνοις τὰς ἀπὸ τῶν γωνιῶν καθέτους· ἐπὶ τὰς πλευρὰς καθ' ἓν σημεῖον συμπίπτειν. ὅσα δὲ μήτε εἰς πλῆθος ἔχει διήκουσαν τὴν γνῶσιν: μήτε αὖ γλαφυρόν τι προσφαίνει καὶ χαρίεν: ταῦτα καὶ τῆς τῶν στοιχειωδῶν ἔξω πίπτει δυνάμεως.

Πάλιν δὲ τὸ στοιχεῖον λέγεται διχῶς, ὡς φησὶν Μέναιχμος. καὶ γὰρ τὸ κατασκευάζον ἐστὶ τοῦ κατασκευαζομένου στοιχεῖον, ὡς τὸ πρῶτον παρ' Εὐκλείδου τοῦ δευτέρου, καὶ τοῦ πέμπτου τὸ τέταρτον. οὕτω δὴ καὶ ἀλλήλων εἶναι πολλὰ στοιχεῖα ῥηθήσεται. Κατασκευάζεται γὰρ ἐξ ἀλλήλων, δεικνύωται γὰρ καὶ ἐκ τοῦ τέτρασιν ὀρθαῖς εἶναι ἴσας τὰς ἔξω τῶν εὐθυγράμμων γωνίας: τὸ πλῆθος τῶν ἐντὸς δυσὶν ὀρθαῖς ἴσον: καὶ ἀνάπαλιν ἐκ τούτου ἐκεῖνο, ἀλλ' οὐ κατὰ τὸ αὐτό. τοῦτο μὲν γὰρ ὡς αἴτιον, ἐκεῖνο δὲ ὡς αἰτιατὸν, καὶ ἔοικε λήμματι τὸ τοιοῦτο στοιχεῖον.

Ἄλλως δὲ λέγεται στοιχεῖον εἰς ὃ ἁπλούστερον ὑπάρχον διαιρεῖται τὸ σύνθετον. οὕτω δὴ οὐ πᾶν ἔτι ῥηθήσεται τὸ στοιχεῖον: ἀλ-

λὰ

λὰ τὰ ἀρχοειδέστερα τῶν ἐν ἀποτελέσματος λόγῳ τεταγμένων. ὥσπερ τὰ αἰτήματα στοιχεῖα τῶν θεωρημάτων. κατὰ δὴ τοῦτο τοῦ στοιχείου σημαινόμενον καὶ τὰ παρ' Εὐκλείδου στοιχεῖα συνετάχθη: τὰ μὲν τῆς περὶ τὰ ἐπίπεδα γεωμετρίας: τὰ δὲ τῆς στερεομετρίας. οὕτω δὴ καὶ ἐν τοῖς ἀριθμητικοῖς, καὶ ἐν τοῖς ἀστρονομικοῖς, στοιχειώσεις πολλοὶ συνέγραψαν.

Ἔστι δὲ τοῦτο χαλεπὸν, καὶ τὸ ἐκλέξασθαι, καὶ τάξαι κατὰ τρόπον τὰ στοιχεῖα καθ' ἑκάστην ἐπιστήμην: ἀφ' ὧν τὰ ἄλλα πρόεισι πάντα, καὶ εἰς ἃ τὰ ἄλλα ἀναλύεται. καὶ τῶν ἐπιχειρησάντων, οἱ μὲν πλείω, οἱ δὲ ἐλάττω συναγαγεῖν ἠδυνήθησαν: καὶ οἱ μὲν βραχυτέραις ἀποδείξεσιν ἐχρήσαντο: οἱ δὲ εἰς μῆκος ἀπέραντον ἐξέτειναν τὴν θεωρίαν: καὶ οἱ μὲν τὸν δι' ἀδυνάτου τρόπον ἐξέκλιναν: οἱ δὲ τὴν ἀναλογίαν: οἱ δὲ προκατασκευὰς ἐμηχανήσαντο πρὸς τοὺς ἀναιροῦντας τὰς ἀρχάς. καὶ ὅλως πολλοί τινες εὕρηνται τρόποι τῆς στοιχειώσεως ἑκάστης.

Δεῖ δὲ τὴν τοιαύτην πραγματείαν πᾶν μὲν ἀποσκεδάσασθαι τὸ περιττὸν (ἐμπόδιον γὰρ τοῦτο πρὸς τὴν μάθησιν) ἐκλέγειν δὲ τὰ συνέχοντα πάντα: καὶ συνάγοντα τὸ προκείμενον. Ἀνυσιμώτατον γὰρ τοῦτο πρὸς τὴν ἐπιστήμην. Σαφηνείας δὲ ἅμα καὶ συντομίας πολλὴν πεποιῆσθαι πρόνοιαν. τὸ γὰρ ἐναντία τούτων: ἐπιθολοῖ τὴν διάνοιαν ἡμῶν: τῆς τε τῶν θεωρημάτων ἐν πέρασι καθολικῆς περιλήψεως ἀντιλῆφθαι. τὰ γὰρ εἰς τὰ μερικώτερα τεμαχίζοντα τὴν διδασκαλίαν: δυσπερίληπτον ἀπεργάζεται τὴν γνῶσιν.

Κατὰ πάντας δὲ τούτους τρόπους εὕροι τις ἂν τὴν Εὐκλείδου στοιχείωσιν τῶν ἄλλων διαφέρουσαν. τὸ μὲν γὰρ χρήσιμον αὐτῆς, εἰς τὴν τῶν ἀρχικῶν σχημάτων συντελεῖ θεωρίαν, τὸ δὲ σαφές, καὶ διαρθρούμενον, ἡ ἀπὸ τῶν ἁπλουστέρων ἐπὶ τὰ ποικιλώτερα μετάβασις ἀπεργάζεται: καὶ ἡ ἀπὸ τῶν κοινῶν ἐννοιῶν καταβολὴ τῆς θεωρίας. τὸ δὲ καθολικὸν τῆς ἀποδείξεως ἡ διὰ τῶν πρώτων θεωρημάτων καὶ ἀρχοειδεστάτων, ἐπὶ τὰ ζητούμενα μετάβασις. καὶ γὰρ ὅσα παραλιμπάνειν δοκεῖ, ἢ ταῖς αὐταῖς ἐφόδοις γίγνεται γνώριμα, ὥσπερ ἡ σύστασις τοῦ

σκα-

σκαληνοῦ καὶ ἰσοσκελοῦς· ἢ ὡς εἰς ἀμήχανον εἰσάγοντα καὶ ἀπέραντον ποικιλίαν, ἀλλότρια τῆς τῶν στοιχείων ἐστὶν ἐκλογῆς. ὥσπερ τὰ περὶ τῶν ἀτάκτων λόγων· ἃ καὶ ὁ Ἀπολλώνιος ἐπὶ πλέον ἐξειργάσατο, ἢ ὡς αἰτίαν τῶν παραδιδομένων ἔχει τὴν σύστασιν· ὥσπερ τὰ εἴδη τῶν γωνιῶν τὰ πολλὰ, καὶ τῶν γραμμῶν. ταῦτα γὰρ παραλέλειπται μὲν, καὶ παρ' ἄλλοις ἔτυχε λόγου πλείονος: ἔχει δὲ τὴν γνῶσιν ἀπὸ τῶν ἁπλῶν. τοσαῦτα περὶ τῆς ὅλης στοιχειώσεως εἴχομεν ἀναγράφειν.

Τὴν δὲ σύμπασαν οἰκονομίαν τῶν ἐν αὐτῇ λόγων ὧδέ πως ἀναδιδάξομεν, ἐπειδὴ τὴν ἐπιστήμην ταύτην τὴν γεωμετρίαν, ἐξ ὑποθέσεως εἶναι φαμὲν, καὶ ἀπ' ἀρχῶν ὡρισμένων τὰ ἐφεξῆς ἀποδεικνῦσαι (μία γὰρ ἡ ἀνυπόθετος, αἱ δὲ ἄλλαι παρ' ἐκείνης ὑποδέχονται τὰς ἀρχάς) Ἀνάγκη δήπου τὸν τὴν ἐν γεωμετρίᾳ στοιχείωσιν συντάττοντα, χωρὶς μὲν παραδοῦναι τὰς ἀρχὰς τῆς ἐπιστήμης· χωρὶς δὲ τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν συμπεράσματα. καὶ τῶν μὲν ἀρχῶν μὴ διδόναι λόγον: τῶν δὲ ἑπομένων ταῖς ἀρχαῖς. οὐδεμία γὰρ ἐπιστήμη τὰς ἑαυτῆς ἀρχὰς ἀποδείκνυσιν: οὐδὲ ποιεῖται λόγον

περὶ

περὶ αὐτῶν, ἀλλὰ αὐτοπίστως ἔχει περὶ αὐτάς, καὶ μᾶλλον εἰσὶν αὐτῇ καταφανεῖς τῶν ἐφεξῆς. καὶ τὰς μὲν οἶδε δι' αὑτάς, τὰ δὲ μετὰ ταῦτα δι' ἐκείνας, οὕτω γὰρ καὶ φυσιόλογος ἀπ' ἀρχῆς ὡρισμένης προάγει τοὺς λόγους ὑποθέμενος εἶναι κίνησιν. καὶ ὁ ἰατρὸς, καὶ τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν καὶ τεχνιτῶν ὁ ἑκάστης ἔμπειρος. εἰ δέ τις εἰς ταυτὸν συμφέρει τάς τε ἀρχὰς καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν, οὗτος ἐπιταράττει τὴν σύμπασαν γνῶσιν, καὶ συγκυκᾷ τὰ μηδὲν προσήκοντα ἀλλήλοις. Ἀρχὴ γὰρ καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς φύσει διώρισται ἀλλήλων.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΕΩΣ ΤΩΝ ΑΡΧΩΝ. ΚΕφαλ. ϛ.

ΠΡῶτον μὲν οὖν ὅπερ ἔφην ἔδει διαστείλασθαι τάς τε ἀρχὰς, καὶ τὰ ἑπόμενα ταῖς ἀρχαῖς, ὃ δὴ καὶ ποιεῖ ὁ Εὐκλείδης καθ' ἕκαστον ὡς εἰπεῖν βιβλίον, καὶ πρὸ πάσης

σης τῆς πραγματείας, τὰς κοινὰς τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἀρχὰς ἐκτιθέμενος. ἔπειτα καὶ αὐτὰς διαιρεῖ τὰς κοινὰς ἀρχὰς εἴς τε τὰς ὑποθέσεις, καὶ τὰ αἰτήματα, καὶ τὰ ἀξιώματα. Διαφέρει γὰρ ταῦτα πάντα ἀλλήλων, καὶ οὐκ ἔστι ταυτὸν ἀξίωμα, καὶ αἴτημα, καὶ ὑπόθεσις. ὥσπερ φησὶν ὁ δαιμόνιος Ἀριστοτέλης.

Ἀλλ' ὅταν μὲν καὶ τῷ μανθάνοντι γνώριμον ᾖ, καὶ καθ' αὐτὸ πιστὸν, παραλαμβανόμενον εἰς ἀρχῆς τάξιν, ἀξίωμα τὸ τοιοῦτον ἐστὶν. οἷον τὸ τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἴσα εἶναι. ὅταν δὲ μὴ ἔχῃ μὲν ἔννοιαν ὁ ἀκούων, τοῦ λεγομένου τὴν αὐτόπιστον, τίθεται ὅμως καὶ συγχωρεῖ τῷ λαμβάνοντι, τὸ τοιοῦτον ὑπόθεσις ἐστι· τὸ γὰρ εἶναι τὸν κύκλον σχῆμα τοιόνδε, κατὰ κοινὸν μὲν ἔννοιαν οὐ προειλήφαμεν ἀδιδάκτως, ἀκούσαντες δὲ συγχωροῦμεν ἀποδείξεως χωρίς. ὅταν δὲ αὖ καὶ ἄγνωστον ᾖ τὸ λεγόμενον, καὶ μὴ συγχωροῦντος τοῦ μανθάνοντος ὅμως λαμβάνηται, τὴνικαῦτά, φησιν, αἴτημα τοῦτο καλοῦμεν. οἷον τὸ πάσας ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι. δηλοῦσι δὲ οἱ περί

τινὸς τῶν αἰτημάτων καταπραγματεύσασθαι σπουδάσαντες, ὡς ὑπὸ μηδενὸς αὐτόθεν συγχωρεῖσθαι δυναμένου. Καὶ κατὰ μὲν τὴν Ἀριστοτέλους ὑφήγησιν τοιοῦτον διώρισται τὸν τρόπον ἀξίωμα καὶ αἴτημα, καὶ ὑπόθεσις. πολλάκις δὲ καὶ ταῦτα πάντα καλοῦσι ὑποθέσεις, ὥσπερ οἱ ἀπὸ τῆς στοᾶς ἀξίωμα πᾶσαν ἀπόφανσιν ἁπλῆν. ὥστε κατὰ μὲν τούτους καὶ αἱ ὑποθέσεις ἀξιώματα, κατὰ δὲ τοὺς ἑτέρους καὶ τὰ ἀξιώματα ὑποθέσεις.

Νυνὶ δὲ περὶ αἰτήματος καὶ ἀξιώματος ἰδίᾳ προκείσθω ἡμῖν διελθεῖν ἀκριβέστερον. κοινὸν μὲν οὖν ἐστὶ καὶ τοῖς ἀξιώμασι καὶ τοῖς αἰτήμασι: τὸ μὴ προσδεῖσθαί τινος ἀποδείξεως, μήτε γεωμετρικῆς πίστεως: ἀλλ' ὡς γνώριμα λαμβάνεσθαι καὶ ἀρχὰς ταῦτα γίγνεσθαι τῶν ἐφεξῆς. διέστηκεν δὲ ἀπ' ἀλλήλων, ᾗ καὶ τὰ θεωρήματα τῶν προβλημάτων διώρισται. καθάπερ γὰρ ἐν μὲν τοῖς θεωρήμασι τὸ ἀκόλουθον ἰδεῖν καὶ γνῶναι τοῖς ὑποκειμένοις προτιθέμεθα. ἐν δὲ τοῖς προβλήμασι πορίσασθαι καὶ ποιῆσαί τι προσταττόμεθα: κατὰ ταῦτα δὴ καὶ ἐν τοῖς μὲν ἀξιώμασι λαμβάνεται, ὅσα αὐτόθι εἰς γνῶσιν ἐστὶ καταφανῆ, καὶ πρόχειρα ταῖς ἀδι-

δάκτοις

δάκτοις ἡμῶν ἐννοίαις. ἐν δὲ τοῖς αἰτήμασι ταῦτα ζητοῦμεν λαβεῖν, ὅσα ἐστὶ εὐπόριστα καὶ εὐμήχανα· τῆς διανοίας οὐ καμνούσης ὑπὲρ τὴν λῆψιν αὐτῶν οὐδὲ ποικιλίας δεόμεθα, οὐδὲ κατασκευῆς. γνῶσις ἄρα ἐναργὴς, καὶ ἀναπόδεικτος, καὶ λῆψις ἀκατάσκευος, διορίζουσι τά τε αἰτήματα καὶ τὰ ἀξιώματα, ὥσπερ καὶ γνῶσις ἀποδεικτική, καὶ λῆψις τῶν ζητουμένων μετὰ παρασκευῆς τὰ θεωρήματα τῶν προβλημάτων διέκρινε.

Δεῖ γὰρ δὴ πανταχοῦ τὰς ἀρχὰς, τῶν μετὰ τὰς ἀρχὰς διαφέρειν τῇ ἁπλότητι, τῷ ἀναποδείκτῳ, τῷ αὐτοπίστῳ. Καθόλου γὰρ φησὶν ὁ Σπεύσιππος ὢν ἡ διάνοια τὴν θήραν ποιεῖται, τὰ μὲν οὐδεμίαν ποικίλην ποιησαμένη διέξοδον προβάλλει, καὶ προευτρεπίζει πρὸς τὴν μέλλουσαν ζήτησιν, καὶ ἔχει τούτων ἐναργεστέραν ἐπαφὴν μᾶλλον ἢ τῶν ὁρατῶν ἡ ὄψις. τὰ δὲ ἐκ τοῦ εὐθέως αἱρεῖν ἀδυνατοῦσα, κατὰ μετάβασιν ἐπ᾽ ἐκεῖνα διαβαίνουσα, καὶ τὸ ἀκόλουθον αὐτῶν ἐπιχειρεῖ ποιεῖσθαι θήραν. οἷον τὸ μὲν ἀπὸ σημείου γραμμὴν εὐθεῖαν ἐπὶ σημεῖον ἀγαγεῖν, ὡς πρόχειρον λαμβάνει καὶ εὐπόριστον. τῇ γὰρ ὁμαλῇ ῥύσει τοῦ σημείου συγκεινομέ-

νῃ καὶ συμπεσοῦσα τῇ μηδαμοῦ μᾶλλον καὶ ἧττον ἀποκλίνειν, εἰς τὸ ἕτερον καταπίπτει σημεῖον. πάλιν εὐθείας τὸ μὲν τῶν περάτων μένον: τὸ δὲ περὶ αὐτὸ κινούμενον, ἀπραγματεύτως γέγραφε τὸν κύκλον. εἰ δέ τις ἕλικα μονόστροφον γράφειν ἐθελήσειε, ποικιλωτέρας δεῖται μηχανῆς. καὶ γὰρ κινήσεις ποικίλας γνῶσιν αὐτήν. καὶ εἴ τις τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι καταυτά: δεήσει μεθόδου τινὸς, εἰς τὴν τοῦ τριγώνου σύστασιν. ἐργεῖ γὰρ ὁ γεωμετρικὸς νοῦς, ὅτι νοήσει εὐθεῖαν κατὰ μὲν θάτερον κινουμένην περὶ αὐτὸ, καὶ σημεῖον ἀπὸ τοῦ μένοντος ἐπ᾽ αὐτῆς κινούμενον, γέγραφα τὴν μονόστροφον ἕλικα.

Ἅμα γὰρ καὶ τὸ πέρας τῆς εὐθείας κυκλογραφοῦν, καὶ τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς εὐθείας κινούμενον εἰς ταυτὸ καταστήσονται, καὶ συμπεσόνται: ποιεῖ μοι τὴν τοιαύτην ἕλικα, καὶ πάλιν κύκλους ὅσους γράψας: καὶ ἀπὸ τῆς κοινῆς τομῆς εἰς τὰ κέντρα τῶν κύκλων ἐπιζεύξας, καὶ ἀπὸ θατέρου τῶν κέντρων ἐπὶ θατέραν εὐθεῖαν ἀγαγὼν, ἕξεις τὸ ἰσόπλευρον

τρί-

τρίγωνον. πολλοῦ ἄρα δεῖ ταῦτα δι᾽ ἁπλῆς ἐπιβολῆς ἀποτελεῖσθαι, καὶ τῆς πρώτης ἐπινοίας. Ἀγαπῶμεν γὰρ ἀκολουθοῦντες αὐτῶν ταῖς γενέσεσι. τὸ μὲν οὖν ῥᾷον, τὰ τοιαῦτα πορίζεσθαι ἢ καὶ χαλεπώτερον: καὶ ἢ διὰ πλειόνων δείκνυσθαι μέσων, ἢ δι᾽ ἐλαττόνων: παρὰ τὰς ἕξεις γίγνεται τῶν μεταχειριζομένων: τὸ δὲ ὅλως ἀποδείξεως δεῖσθαι, καὶ κατασκευῆς, παρὰ τὴν ἰδιότητα τῶν ζητουμένων, τῆς τῶν αἰτημάτων, καὶ ἀξιωμάτων ἐναργείας ἀπολειπομένην.

Ἀμφω μὲν οὖν τὸ ἁπλοῦν ἔχειν δεῖ, καὶ εὔληπτον, τό, τε αἴτημα λέγω καὶ τὸ ἀξίωμα, ἀλλὰ τὸ μὲν αἴτημα προστάττει ἡμῖν μηχανήσασθαι καὶ πορίσασθαί τινα ὕλην εἰς συμπτωμάτων ἀπόδοσιν: ἁπλῆν ἔχουσαν καὶ εὐπετῆ τὴν λῆψιν. τὸ δὲ ἀξίωμα, συμβεβηκός τι καθ᾽ αὑτὸ λέγειν γνώριμον αὐτόθεν τοῖς ἀκούουσιν: ὥσπερ καὶ τὸ θερμὸν εἶναι τὸ πῦρ, ἢ ἄλλό τι τῶν περιφανεστάτων: ἐφ᾽ ὧν καὶ τοὺς ἀποροῦντας, ἢ

αἰσθήσεως, ἢ κολάσεως δεῖσθαι λέγομεν. ὥστε ὁμογενὲς μὲν τὸ αἴτημα τῷ ἀξιώματι, διαφέρον δὲ αὐτοῦ τὸν εἰρημένον τρόπον. ἑκάτερος γὰρ ἐστιν ἀρχὴ ἀναπόδεικτος, ἀλλὰ ὁ μὲν ὡδί, τὸ δὲ ἄλλως: καθάπερ εἴπομεν.

Ηδη δὲ οἱ μὲν πάντα αἰτήματα καλεῖν ἀξιοῦσιν, ὥσπερ καὶ προβλήματα, τὰ ζητούμενα πάντα: καὶ γὰρ ὁ Αρχιμήδης ἰσορροπιῶν ἀρχόμενος, αἰτούμεθα, φησί, τὰ ἴσα βάρη, ἀπὸ τῶν ἴσων μηκῶν ἰσορροπεῖν: καίτοι τοῦτο μᾶλλον ἀξίωμα ἄν τις εἴποι. οἱ δὲ πάντα ἀξιώματα προσαγορεύουσι ὥσπερ δὴ καὶ θεωρήματα πάντα τὰ ἀποδείξεως δεόμενα κατὰ τὴν αὐτὴν, ὡς ἔοικεν, ἀναλογίαν, ἀπὸ τῶν ἰδίων ἐπὶ τὰ κοινὰ μεταβεβήκασιν ὀνόματα: διέστηκεν δὲ ὅμως ὥσπερ πρόβλημα θεωρήματος, οὕτω καὶ αἴτημα ἀξιώματος: εἰ καὶ ἀμφότερα ἀναπόδεικτά εἰσι. καὶ τὸ μὲν ὡς εὐπόριστον λαμβάνεται, τὸ δὲ ὡς εὔγνωστον ὁμολογεῖται.

Γεμῖνος οὖν κατὰ τοῦτον τὸν λόγον τὰ αἰτήματα διαιρεῖ τῶν ἀξιωμάτων. Αλλοι δὲ αὖ φασὶν ὅτι τὰ μὲν ἴδια τῆς γεωμετρικῆς ἐστιν ὕλης: τὰ δὲ κοινὰ πάσης τῆς περὶ τὸ ποσὸν καὶ πηλίκον θεωρίας. τὸ μὲν γὰρ τὰς ὀρθὰς γωνί-

ας ἴσας εἶναι· καὶ πᾶσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν· ὁ γεωμέτρης οἶδεν. τὸ δὲ τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις εἶναι ἴσα, κοινή ἐστιν ἔννοια. καὶ ὅτε ἀριθμητικὸς αὐτῇ χρῆται, καὶ ἕκαστος τῶν ἐπιστημόνων, ἐφαρμόζει τῇ ἑαυτοῦ ὕλῃ τὸ κοινόν. ὁ δὲ Ἀριστοτέλης, ὥσπερ καὶ πρότερον εἴπομεν, αἴτημα φησὶν ἀπόδεικτον ὄν, καὶ μὴ συγχωρούμενον ὑπὸ τοῦ ἀκούοντος· ὅμως ἀρχὴν λαμβάνεσθαι. τὸ δὲ ἀξίωμα ἀναπόδεικτον ὑπάρχειν κατ' αὐτὸ, καὶ πάντας ἂν ὁμολογῆσαι κατὰ διάθεσιν, εἰ καὶ λόγου ἕνεκα, τινες διαμφισβητεῖεν πρὸς αὐτό. περὶ μὲν οὖν τῆς διαφορᾶς τῶν αἰτημάτων καὶ ἀξιωμάτων τοσαῦτα. Ἄλλως.

Πάλιν δὲ αὐτῶν τῶν ἀξιωμάτων τὰ μὲν ἐστιν ἀριθμητικῆς ἴδια, τὰ δὲ γεωμετρίας, τὰ δὲ κοινὰ αὐταῖς ἀμφοτέραις. τὸ μὲν γὰρ πάντα ἀριθμὸν ὑπὸ μονάδος μετρεῖσθαι: ἀξίωμα ἀριθμητικόν ἐστι. τὸ δὲ, αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἐφαρμόζουσιν ἀλλήλαις· καὶ τὸ πᾶν μέγεθος ἐπ' ἄπειρον εἶναι διαιρετὸν, ἀξιώματα ἐστὶ γεωμετρικά. τὸ δὲ τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα ἀλλήλοις ἴσα εἶναι, καὶ ὅσα τοιαῦτα, κοινά ἐστιν ἀμφοῖν. χρῆται δὲ ἑκάτερα καὶ τούτοις, ἐφ' ὅσον τὸ ὑποκείμενον ἀπαιτεῖ.

οἷον ἡ μὲν γεωμετρία, ἐπὶ μεγεθῶν: ἡ δὲ ἀριθμητικὴ, ἐπ' ἀριθμῶν. ὡσαύτως δὲ καὶ τῶν αἰτημάτων: τὰ μὲν ἴδια ἐστὶν τῶν ἐπιστημῶν, τὰ δὲ κοινά. τὸ μὲν γὰρ διελεῖν τὸν ἀριθμὸν εἰς τὰ ἐλάχιστα μέρη: τῆς ἀριθμητικῆς ἴδιον ἂν φαίης αἴτημα. τὸ δὲ πᾶσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν, τῆς γεωμετρίας. τὸ δὲ εἰς ἄπειρον αὔξειν τὸ ποσόν: κοινὸν ἀμφοτέρων. καὶ γὰρ ὁ ἀριθμὸς καὶ τὸ μέγεθος τοῦτο δύναται πάσχειν.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΜΕΤΑ ΤΑΣ ΑΡΧΑΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΝ.

Κεφαλ. ζ.

ΚΑὶ ταῦτα περὶ τῶν ἀρχῶν: πάλιν δ' αὖ τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν εἰς προβλήματα διαιρεῖται καὶ θεωρήματα: τὰ μὲν τὰς γενέσεις περιέχοντα τῶν σχημάτων, καὶ τὰς τομὰς, καὶ τὰς ἀφαιρέσεις,

ἢ

ἢ προσθέσεις, καὶ ὅλως τὰ παθήματα τὰ γιγνόμενα περὶ αὐτά, τὰ δὲ καθ' αὐτὰ συμβεβηκότα ἑκάστοις, δεικνύοντα. καθάπερ γὰρ αἱ ποιητικαὶ τῶν ἐπιστημῶν θεωρίας μετέχουσι: κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ θεωρητικαὶ τὰ προβλήματα ταῖς ποιήσεσιν ἀνάλογον προσειλήφασιν. Ηδη δὲ τῶν παλαιῶν οἱ μὲν πάντα θεωρήματα καλεῖν ἠξίωσαν, ὡς οἱ περὶ Σπεύσιππον καὶ Αμφίνομον, ἡγούμενοι ταῖς θεωρητικαῖς ἐπιστήμαις οἰκειοτέραν εἶναι τὴν τῶν θεωρημάτων προσηγορίαν, ἢ τὴν τῶν προβλημάτων. ἄλλως τε καὶ περὶ ἀϊδίων ποιουμέναις τοὺς λόγους. οὐ γάρ ἐστι γένεσις ἐν τοῖς ἀϊδίοις, ὥστε οὔτε τὸ πρόβλημα χώραν ἐπὶ τούτων ἂν ἔχοι, γένεσιν ἀπαγγελλόμενον, καὶ ποίησιν τοῦ μήπω πρότερον ὄντος. οἷον τριγώνου ἰσοπλεύρου σύστασιν: ἢ τετραγώνου ἀναγραφὴν, ἢ θέσιν εὐθείας πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ. Αμεινον οὖν φησὶν λέγειν, ὅτι πάντα ταῦτα ἐστὶ, τὰς δὲ γενέσεις αὐτῶν οὐ ποιητικῶς, ἀλλὰ γνωστικῶς ὁρῶμεν, ὅσ' ἂν εἰ γιγνόμενα λαμβάνοντες τὰ ἀεὶ ὄντα. ὥστε καὶ πάντα θεωρηματικῶς ἐροῦμεν, ἀλλὰ οὐ προβληματικῶς λαμβάνεσθαι. οἱ δὲ ἀνάπαλιν πάντα

προβλήματα λέγειν ἐδικαίουν, ὡς οἱ περὶ Μεναίχμον μαθηματικοί· τὴν δὲ προβολὴν εἶναι διττήν. ὅτε μὲν οὖν πεπορίσασθαι τὸ ζητούμενον, ὅτε δὲ περιωρισμένον λαμβάνοντας ἰδεῖν ἢ τί ἐστιν, ἢ ποιόν τι ἐστί, ἢ τι πέπονθεν· ἢ τίνας ἔχει πρὸς ἄλλο σχέσεις, καὶ λέγουσι μὲν ὀρθῶς ἀμφότεροι· καὶ οἱ περὶ Σπεύσιππον καλῶς. οὐ γὰρ τοιαῦτά ἐστι τὰ τῆς γεωμετρίας προβλήματα οἷα τὰ τῆς μηχανικῆς, αἰσθητὰ γὰρ ταῦτα καὶ γένεσιν ἔχοντα, καὶ παντοίαν μεταβολήν, καὶ οἱ περὶ τὸν Μέναιχμον.

Οὐ γὰρ ἄνευ τῆς εἰς ὕλην προόδου· καὶ αἱ τῶν θεωρημάτων εἰσὶν εὑρέσεις. λέγω δὲ ὕλην τὴν νοητήν. εἰς ἐκείνην οὖν οἱ λόγοι προϊόντες καὶ μορφοῦντες αὐτήν· εἰκότως δήπου ταῖς γενέσεσιν ἐοικέναι λέγονται. τὴν γὰρ τῆς διανοίας ἡμῶν κίνησιν· καὶ τὴν προβολὴν τῶν ἐν αὐτῇ λόγων, γένεσιν τῶν ἐν φαντασίᾳ σχημάτων εἶναι φαμέν, καὶ τῶν περὶ αὐτὰ παθημάτων. ἐκεῖ γὰρ καὶ αἱ συστάσεις, καὶ αἱ τομαί, καὶ αἱ θέσεις, καὶ αἱ παραβολαί, καὶ αἱ προσθέσεις, καὶ αἱ ἀφαιρέσεις, τὰ δ' ἐν τῇ διανοίᾳ, πάντα ἕστηκεν ἄνευ γενέσεως καὶ πάσης μεταβολῆς.

Ἔστι μὲν οὖν καὶ προβλήματα γεωμετρικά, καὶ θεωρή-

θεωρήματα. διότι δὲ θεωρία, τὸ πλεονάζον ἐστὶ ἐν αὐτῇ: ὥσπερ ἐπὶ μηχανικῆς ποίησις, καὶ τὰ προβλήματα μετέχει θεωρίας: οὐ μὴν ἀνάπαλιν. ὅλως γὰρ καὶ ἀποδείξεις θεωρίας εἰσὶν ἔργον. πάντα δὲ τὰ ἐν γεωμετρίᾳ, τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς δι' ἀποδείξεως λαμβάνεται. ὥστε κοινότερον τὸ θεώρημα: οὐ πάντα δὲ τὰ θεωρήματα δεῖται τῶν προβλημάτων. ἀλλ' ἐστὶν ἃ καὶ αὐτόθεν ἔχει τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ζητουμένου.

Οἱ δὲ διορίζοντες τὸ θεώρημα τοῦ προβλήματος φασίν: πᾶν μὲν πρόβλημα ἐπιδέχεσθαι τὸ κατηγορούμενον τῆς ἐν αὐτῷ ὕλης: αὐτό τε ἕκαστον καὶ τὸ ἀντικείμενον. πᾶν δὲ θεώρημα αὐτὸ μὲν ἐπιδέχεσθαι τὸ κατηγορούμενον, οὐ μέντοι καὶ τὸ ἀντικείμενον.

Λέγω δὲ ὕλην μὲν αὐτῶν τὸ γένος, περὶ οὗ ἡ ζήτησις. οἷον τρίγωνον, ἢ τετράγωνον, ἢ κύκλον: σύμπτωμα δὲ καθηγορούμενον: τὸ καθ' αὑτὸ συμβεβηκός. οἷον ἴσον, ἢ τομὴν, ἢ θέσιν, ἢ ἄλλο τι τοιοῦτον. ὅταν οὖν προτείνῃ τις οὕτως: Εἰς κύκλον ἐντεῖναι τρίγωνον ἰσόπλευρον: πρόβλημα λέγει. δυνατὸν γὰρ καὶ εἰς αὐτὸν ἐντεῖναι μὴ ἰσόπλευρον. καὶ πάλιν ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης: συστήσασθαι τρί-

γωνον ἰσόπλευρον, πρόβλημα τοιόνδε. δυνατὸν γὰρ συστήσασθαι καὶ μὴ ἰσόπλευρον. ὅταν δὲ τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων, ἴσας εἶναι τὰς πρὸς τῇ βάσει προτείνει τις, θεώρημα φατέον αὐτὸν προτείνειν. οὐ γὰρ δυνατὸν, καὶ μὴ ἴσας εἶναι τὰς πρὸς τῇ βάσει τῶν ἰσοσκελῶν.

Ὥστε εἴ τις προβληματικῶς σχηματίσας εἴποι: Εἰς ἡμικύκλιον ὀρθὴν ἐντεῖναι γωνίαν: ἀγεωμετρήτου δόξαν ἀναλάβοι. πᾶσα γὰρ ἡ ἐν ἡμικυκλίῳ, ὀρθή ἐστιν. ἐφ' ὧν τοίνυν τὸ σύμπτωμα καθολικόν ἐστι, καὶ πάσῃ τῇ ὕλῃ παρορμένον, ταῦτα θεωρήματα λεκτέον. διὰ τοῦτο ἐν τοῖς προβλήμασι μὲν τὸ ὅτι μόνον μανθάνομεν: ἐν τοῖς θεωρήμασι δὲ, καὶ τὸ καθόλου. ἐφ' ὧν δὲ μὴ καθόλου μήδε τῷ ὑποκειμένῳ πάντως ἑπόμενον, πρόβλημα τὸ τοιοῦτο θετέον. Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην: εἰς ἴσα τέμνειν. καὶ γὰρ εἰς ἄνισα, δυνατόν. πᾶσαν γωνίαν εὐθύγραμμον, εἰς ἴσα τέμνειν. ἔστι γὰρ καὶ ἡ εἰς ἄνισα διαίρεσις. Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας ἀναγράψαι τετράγωνον. δυνατὸν γὰρ, καὶ μὴ τετράγωνον. καὶ πάντα ὅσα τοιαῦτα τῆς τῶν προβλημάτων ἐστὶ τάξεως.

Οἱ

Οἱ δὲ περὶ Ζηνόδοτον τὸν προσήκοντα μὲν τῇ Οἰνοπίδου διαδοχῇ τῶν μαθητῶν δὲ Ἀνδρῶνος, διορίζονται τὸ θεώρημα τοῦ προβλήματος, ᾗ τὸ μὲν θεώρημα ζητεῖ, τί ἐστι τὸ σύμπτωμα τὸ κατηγορούμενον τῆς ἐν αὐτῷ ὕλης, τὸ δὲ πρόβλημα, τίνος ὄντος τί ἐστιν. ὅθεν οἱ περὶ Ποσειδώνιον, τὸ μὲν πρόβλημα ἀφορίζονται, πρότασιν, καθ' ἣν ζητεῖται τὸ εἰ ἔστιν ἢ μή. τὸ δὲ θεώρημα, πρότασιν ἐν ᾗ ζητεῖται· τί ἐστιν ἢ ποιόν τι. καὶ τὴν μὲν θεωρητικὴν πρότασιν ἔλεγον δεῖν ἀποφαντικῶς σχηματίζειν. οἷον, πᾶν τρίγωνον μείζους ἔχει τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοίπης, πάντη μεταλαμβανομένης. καὶ πάσης τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου· αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. τὴν προβληματικὴν δὲ ὥσπερ ζητοῦντας·

Εἰ ἐστὶ δυνατὸν; ἐπὶ τῆσδε τῆς εὐθείας, συστήσασθαι τρίγωνον ἰσόπλευρον. διαφέρειν γὰρ ἢ ἁπλῶς τε καὶ ἀορίστως ζητεῖν, ἥτις ἐστὶν ἡ πρὸς ὀρθὰς τῇ δὲ τῇ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦδε τοῦ σημείου· ἢ πρὸς ὀρθὰς θεωρεῖν. Ἀλλ' ὅτι μὲν ἐστί τις διαφορὰ, τοῦ τε προβλήματος, καὶ τοῦ θεωρήματος: δῆλον ἐκ τούτων. Νυνὶ δὲ ἀναλάβωμεν

ἐπὶ

ἐπὶ βραχὺ τὸν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων λόγον· καὶ περὶ τῆς διαφορᾶς αὐτῶν καὶ τῶν ἑκατέρου μερῶν, καὶ τῶν ἐν αὐτοῖς διαιρέσεων, λεξώμεθα.

Ὅτι δὲ καὶ ἡ τοῦ Εὐκλείδου στοιχείωσις ἔχει τὰ μὲν προβλήματα, τὰ δὲ θεωρήματα, φανερὸν ἔσται τοῦτο, διὰ τῶν καθ' ἕκαστον, καὶ αὐτοῦ προτεθέντος· ἐπὶ τέλει τῶν δεικνυμένων, ὅπου μὲν τὸ, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι· ὅπου δὲ τὸ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ὡς ὅπερ ἔδει ποιῆσαι τῶν προβλημάτων, ὅπερ ἔδει δεῖξαι τῶν θεωρημάτων χαρακτηριστικόν. καί τοι καθάπερ εἴπομεν οὔσης καὶ ἐν τοῖς προβλήμασιν ἀποδείξεως· ἀλλ' ὅμως ὅπου μὲν καὶ ἡ ἀπόδειξις τῆς γενέσεως χάριν. ἵνα γὰρ δείξωμεν ὅτι πεποίηται τὸ προσταχθὲν, τὴν ἀπόδειξιν παραλαμβάνομεν. ὅπου δὲ αὐτὴ δι' ἑαυτὴν ἐστὶ σπουδῆς ἀξία, τὴν φύσιν τοῦ ζητουμένου παρεστάνειν δυναμένη. Εὕροις δ' ἂν τὸν Εὐκλείδην, τότε μὲν συμπλέκοντα τὰ θεωρήματα τοῖς προβλήμασι· καὶ παρὰ μέρος αὐτοῖς χρώμενον· ὡς ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ· τότε δὲ πλεονάζοντα κατὰ τὰ ἕτερα. τὸ μὲν γὰρ τέταρτον ὅλον προβλημάτων ἐστί. τὸ δὲ πέμ-

πτον

τῶν θεωρημάτων. τοσαῦτα καὶ περὶ τούτων ἡμῖν εἰρήσθω.

ΤΙΝΑ ΤΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΤΑ ΤΩΝ ΜΕΤΑ ΤΑΣ ΑΡΧΑΣ ΠΡΟΤΑσεων μέρη, ἢ κεφάλαια.

κεφαλ. η̄.

Τῆς ἐπιστήμης πάσης διττῆς οὔσης· καὶ τῆς μὲν περὶ τὰς ἀμέσους προτάσεις ἀσχολουμένης· τῆς δὲ περὶ τὰ ἐξ ἐκείνων δεικνύμενα, καὶ πορίζόμενα, καὶ ὅλως περὶ τὰ ἀκόλουθα ταῖς ἀρχαῖς ἐξελιττούσης τὴν ἑαυτοῖς πραγματείαν· αὕτη πάλιν ἐν τοῖς γεωμετρικοῖς λόγοις, διεῖλεν ἑαυτὴν εἴς τε τὴν τῶν προβλημάτων ἀπεργασίαν, καὶ τὴν τῶν θεωρημάτων εὕρεσιν.

Προβλήματα μὲν καλέουσι, ἐν οἷς τὰ μὴ ὄντα, πῶς πορίσασθαι προτίθεται· καὶ εἰς ἐμφανὲς παραγαγεῖν, καὶ προσμηχανήσασθαι. θεωρήματα δὲ, ἐν οἷς τὸ ὑπάρχον, ἢ μὴ ὑπάρχον, ἰδεῖν καὶ γνῶναι, καὶ ἀποδεῖξαι, προαιρεῖται. Τὰ μὲν γὰρ γενέσεις, καὶ θέσεις, καὶ παραβολὰς, καὶ ἀναγραφὰς, καὶ περιγραφὰς, καὶ ἐναρμόσεις, καὶ

ἐπα-

ἐπαφὰς, καὶ ὅσα τοιαῦτα ὑποστήσασθαι παρακελεύεται, τὰ δὲ τὰ συμπτώματα, καὶ τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα τοῖς ὑποκειμένοις τῇ γεωμετρίᾳ πίστει καὶ καταδήσασθαι σπεύδει διὰ τῶν ἀποδείξεων.

Περὶ ὅσων γε μὴν ζητήσεις γενέσθαι δυνατόν, περὶ τούτων πάντων ἡ γεωμετρία ποιεῖται τὸν λόγον, τὰ μὲν εἰς τὰ προβλήματα ἀναφέρουσα, τὰ δὲ εἰς τὰ θεωρήματα. καὶ γὰρ τὸ τί ἐστι ζητεῖ, καὶ τοῦτο διχῶς. ἢ γὰρ λόγον ζητεῖ, ἢ τὴν νόησιν καὶ τὴν οὐσίαν αὐτὴν τοῦ ὑποκειμένου. λέγω δὲ οἷον ὅταν ζητῇ, τίς ἐστιν ἡ ὁμοιομερὴς γραμμή. τοῦτο γὰρ ζητοῦσα ἢ τὸν ὅρον εὑρεῖν ἐθέλει τῆς τοιαύτης γραμμῆς, ὅτι ὁμοιομερὴς ἐστὶν γραμμὴ ἡ πάντα τὰ μόρια ἴδια, πᾶσιν ἐφαρμόζοντα ἔχουσα, ἢ αὐτὰ τὰ εἴδη τῶν ὁμοιομερῶν γραμμῶν λαβεῖν, οἷον ὅτι ἡ εὐθεῖά ἐστιν, ἢ περιφέρεια, ἢ περὶ κύλινδρον ἕλιξ. Καὶ πρὸ τούτου τὸ εἰ ἔστιν αὐτὸ καθ' αὑτὸ ζητεῖ, καὶ τοῦτο μάλιστα ἐν τοῖς διορισμοῖς ἐξετάζουσα, ἢ ἀδύνατον τὸ διὰ τοῦτο ζητούμενον, ἢ δυνατόν, καὶ μέχρι τινὸς ἐγχωρεῖ καὶ ποσαχῶς. καὶ μὴν καὶ τὸ ὁποῖόν τι ἐστίν, ὅταν γὰρ τὰ καθ' αὑτὰ συμβεβηκότα τῷ τριγώνῳ, καὶ τῷ κύκλῳ, καὶ

ταῖς

ταῖς παραλλήλοις, ἐπισκοπῇ, δῆλον ὅτι τὸ ὁποῖόν τι ἐστὶν, ἐνταῦθα ζητεῖ. τὴν γε μὴν αἰτίαν, καὶ τὸ διότι, πολλοῖς μὲν ἔδοξεν ἡ γεωμετρία μὴ θεωρεῖν. ταύτης γὰρ ἐστὶ καὶ ὁ Ἀμφίνομος τῆς δόξης, Ἀριστοτέλους κατάρξαντος. Εὕροι δ' ἄν τις, φησὶν ὁ Γεμῖνος, καὶ τὴν τούτου ζήτησιν ἐν γεωμετρίᾳ. πῶς γὰρ οὐχὶ γεωμέτρου τὸ ζητῆσαι· δι' ἣν αἰτίαν ἐν μὲν τοῖς κύκλοις ἄπειρα πολύγωνα ἐγγράφεται ἰσόπλευρα, ἐν δὲ ταῖς σφαίραις οὐκέτι πολύεδρα σχήματα ἰσόπλευρα, καὶ ἰσογώνια, καὶ ἐξ ὁμοίων ἐπιπέδων συγκείμενα, δυνατὸν ἐγγράφειν ἄπειρα; τίνος γὰρ ἂν εἴη τοῦτο ζητῆσαι, καὶ εὑρεῖν· ἢ τοῦ γεωμέτρου; ὅταν μὲν οὖν ὁ συλλογισμὸς ᾖ διὰ ἀδυνάτου τοῖς γεωμέτραις, ἀγαπῶσι τὸ σύμπτωμα μόνον εὑρεῖν. ὅταν δὲ διὰ προηγουμένης ἀποδείξεως: τότε πάλιν εἰ μὲν ἐπὶ μέρους αἱ ἀποδείξεις γίγνοιντο, οὔπω δῆλον τὸ αἴτιον, εἰ δὲ καθ' ὅλου καὶ ἐπὶ πάντων τῶν ὁμοίων, εὐθὺς καὶ τὸ διότι γίγνεται καταφανές. περὶ μὲν οὖν τῶν ζητημάτων τοσαῦτα.

Πᾶν δὲ πρόβλημα, καὶ πᾶν θεώρημα· τὸ ἐκ τελείων τῶν ἑαυτοῦ μερῶν συμπεπληρωμένον, βούλεται πάντα ταῦτα ἔχειν ἐν ἑαυτῷ· πρότασιν, ἔκθεσιν, διορισμὸν, κατασκευὴν, ἀπόδειξιν, συμπέρασμα. τούτων δὲ ἡ μὲν πρότασις λέγει, τίνος δεδομένου, τί τὸ ζητούμενόν ἐστιν. ἡ γὰρ τελεία πρότασις ἐξ ἀμφοτέρων ἐστίν. ἡ δὲ ἔκθεσις, αὐτὸ καθ' αὐτὸ τὸ δεδομένον ἀποδιαλαβοῦσα, προευτρεπίζει τῇ ζητήσει. ὁ δὲ διορισμὸς, χωρὶς τὸ ζητούμενον ὅ,τι ποτέ ἐστι διασαφεῖ. ἡ δὲ κατασκευὴ τὰ ἐλλείποντα τῷ δεδομένῳ, πρὸς τὴν τοῦ ζητουμένου θήραν προστίθησι. ἡ δὲ ἀπόδειξις, ἐπιστημονικῶς ἀπὸ τῶν ὁμολογηθέντων συνάγει τὸ προκείμενον. τὸ δὲ συμπέρασμα πάλιν ἐπὶ τὴν πρότασιν ἀναστρέφει· βεβαιοῦν τὸ δεδειγμένον. καὶ τὰ μὲν σύμπαντα μέρη τῶν τε προβλημάτων καὶ τῶν θεωρημάτων ἐστὶ τοσαῦτα. τὰ δὲ ἀναγκαιότατα, καὶ ἐν πᾶσιν ὑπάρχοντα· πρότασις, καὶ ἀπόδειξις, καὶ συμπέρασμα.

Δεῖ γὰρ καὶ προειδέναι τὸ ζητούμενον· καὶ δείκνυσθαι τοῦτο διὰ τῶν μέσων· καὶ συνάγεσθαι τὸ δεδειγμένον. καὶ τούτων τῶν τριῶν, ἐκλείπειν τι τῶν ἀδυνάτων ἐστί. τὰ δὲ λοιπὰ πολλαχοῦ μὲν

παρα-

παραλαμβάνεται, πολλαχοῦ δὲ καὶ οὐδεμίαν παρέχοντα χρείαν παραλείπεται. διορισμός τε γὰρ καὶ ἔκθεσις οὐκ ἔστιν ἐν ἐκείνῳ τῷ προβλήματι. Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι· ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει διπλασίαν τῆς λοιπῆς. κατασκευὴ δὲ ἐν πλείστοις πάνυ θεωρήμασι οὐκ ἔστι, τῆς ἐκθέσεως ἀποχρώσης ἄνευ προσθήκης ἄλλης, ἐκ τῶν δεδομένων δεῖξαι τὸ προκείμενον. Πότε οὖν ἐκλείπειν τὴν ἔκθεσιν φαμέν; ὅταν ἐν τῇ προτάσει μηδὲν ᾖ δεδομένον. ὅτι ἡ πρότασις διῄρηται, ὡς ἐπὶ πᾶν· εἰς δεδομένον, καὶ τὸ ζητούμενον. οὐ μὴν τοῦτο ἀεὶ γίγνεται· ἀλλ' ἐνίοτε μόνον λέγει τὸ ζητούμενον, ὃ δεικνῦσαι, ἢ πορίσασθαι, ὡς ἐπὶ τοῦ προειρημένου προβλήματος. οὐ γὰρ προλέγει, τίνος δεδομένου δεῖ συστήσασθαι τὸ ἰσοσκελές· ἔχον ἑκατέραν τῶν ἴσων διπλασίαν τῆς λοιπῆς· ἀλλ' ὅτι δεῖ πορίσασθαι. καὶ γίγνεται μὲν κἀνταῦθα ἐκ προγιγνωσκομένων ἡ τοῦ προκειμένου λῆψις. καὶ γὰρ, τί τὸ ἰσοσκελὲς, καὶ τί τὸ ἴσον, ἢ διπλάσιον, εἰδότες τυγχάνομεν. τοῦτο δὲ ἁπάσης τῆς διανοητικῆς μαθήσεως ἴδιόν φησιν Ἀριστοτέλης. ὑπόκειται δ' ὅμως οὐδὲν ἡμῖν ὥσπερ ἐπ' ἄλλων προβλημάτων. οἷον, ὅταν λέγῃ, τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δί-

χα τεμεῖν. ἐνταῦθα γὰρ ἡ εὐθεῖα δέδοται· προστάττόμεθα δὲ αὐτὴν δίχα τεμεῖν, καὶ διώρισται τί μὲν τὸ δεδομένον χωρὶς· τί δὲ τὸ ζητούμενον. ὅταν μὲν οὖν ἡ πρότασις ἀμφότερα ἔχῃ· τό τε καὶ ὁ διορισμὸς εὑρίσκεται καὶ ἔκθεσις. ὅταν δὲ ἐκλείπῃ τὸ δεδομένον· ἐκλειμπάνει καὶ ταῦτα. ἡ γὰρ ἔκθεσις τοῦ δεδομένου ἐστί· καὶ ὁ διορισμὸς τοῦ ζητουμένου. ἔσται γὰρ ὁ αὐτὸς τῇ προτάσει. τί γὰρ ἂν ἄλλο εἴποι, ὁ διοριζόμενος ἐπὶ τοῦ προῤῥηθέντος προβλήματος· ἢ μὴ. ὅτι δεῖ εὑρεῖν ἰσοσκελὲς, τοιόνδε. τοιοῦτον δὲ ἦν ἡ πρότασις.

Εαν ἄρα ἡ πρότασις μὴ ἔχῃ τὸ μὲν δεδομένον, τὸ δὲ ζητούμενον· ἡ μὲν ἔκθεσις σιωπᾶται, τῷ μὴ εἶναι τὸ δεδομένον, ὁ δὲ διορισμὸς παραλείπεται, ἵνα μὴ ὁ αὐτὸς γίγνηται τῇ προτάσει, πολλὰ δὲ ἂν εὕροις, καὶ ἄλλα τοιαῦτα προβλήματα, καὶ μάλιστα ἐν τοῖς ἀριθμητικοῖς, καὶ ἐν δεκάτῳ εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει συμμέτρους, μέσον περιεχούσας. καὶ πάντα ὅσα τοιαῦτα.

Πᾶν γε μὴν τὸ δεδομένον, καθ' ἕνα τούτων δίδοται τῶν τρόπων· ἢ θέσει, ἢ λόγῳ, ἢ μεγέθει, ἢ εἴδει. τὸ μὲν γὰρ σημεῖον θέσει δίδοται μόνον· γραμμὴ δὲ καὶ τὰ ἄλλα πᾶσιν. ὅταν μὲν

γὰρ

γὰρ λέγωμεν· τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον, τὸ εἶδος λέγομεν, ὁποῖον δέδοται τῆς γωνίας, ὅτι εὐθύγραμμον, ἵνα μὴ ζητῶμεν διὰ τῶν αὐτῶν μεθόδων, καὶ τὴν περιφερόγραμμον δίχα τεμεῖν. ὅταν δέ, ὅτι δύο εὐθειῶν δοθεισῶν, ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην ἀφελεῖν, τῷ μεγέθει δέδοται. τὸ γὰρ μεῖζον, καὶ ἔλασσον, καὶ τὸ πεπερασμένον, καὶ ἄπειρον, τοῦ μεγέθους ἐστὶν ἴδια κατηγορήματα. ὅταν δὲ λέγωμεν, ὅτι, ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται, δέδοται ὁ αὐτὸς λόγος, ἐν τοῖς τέτρασι μεγέθεσιν. ὅταν δὲ πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ χρὴ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι, τότε τῇ θέσει δέδοται τὸ σημεῖον. Διὸ καὶ τῆς θέσεως ποικίλης δυναμένης εἶναι, καὶ ἡ κατασκευὴ ποικιλίαν ἐπιδέχεται. Δίδοται γὰρ τὸ σημεῖον ἢ ἔξω τῆς εὐθείας, ἢ ἐπὶ τῆς εὐθείας, καὶ ἢ ἐπ᾽ ἄκρῳ αὐτῆς, ἢ ἐν τῷ μεταξὺ τῶν περάτων τῆς εὐθείας. τετραχῶς οὖν τοῦ δεδομένου παραλαμβανομένου, δῆλον ὅτι καὶ ἡ ἔκθεσις γίνεται τετραχῶς. ἐνίοτε δὲ καὶ δύο συμπλέκει τρόπους καὶ τρεῖς.

Τὴν δὲ λεγομένην ἀπόδειξιν, ὅτε μὲν καὶ τὰ ἴδια τῆς ἀποδείξεως ἔχουσαν εὑρήσομεν,

ἀπὸ τῶν ὁρισμῶν μέσων τὸ ζητούμενον δεικνύου-
σιν. αὕτη γὰρ τῆς ἀποδείξεως τελειότης. ὅτε δὲ
ἐκ τεκμηρίων ἐπιχειροῦσιν. καὶ δεῖ μὴ λανθά-
νειν· πανταχοῦ μὲν τὸ ἀναγκαῖον ἔχουσιν οἱ γεω-
μετρικοὶ λόγοι· διὰ τὴν ὑποκειμένην ὕλην· οὐ
πανταχοῦ δὲ περαίνονται, διὰ τῶν ἀποδεικτικῶν
μεθόδων. ὅταν γὰρ διὰ τοῦ τὴν ἐκτὸς τοῦ τριγώ-
νου γωνίαν ἴσην εἶναι· δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναν-
τίον· δείκνυται τὸ τρίγωνον, ἴσας ἔχον τὰς ἐν-
τὸς τρεῖς γωνίας, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· πῶς ἀπὸ
αἰτίας ἡ ἀπόδειξις αὕτη; πῶς δὲ οὐχὶ τεκμή-
ριον ἐστὶ τὸ μέσον; καὶ γὰρ μήπω τῆς ἐκτὸς οὔσης
γωνίας· αἱ ἐντὸς οὖσαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἔστι
γὰρ τὸ τρίγωνον, καὶ τῆς πλευρᾶς μὴ ἐκβεβλη-
μένης. ὅταν δὲ διὰ τῆς τῶν κύκλων περιγραφῆς·
τὸ συσταθὲν τρίγωνον, ἰσόπλευρον δείκνυται· ἀπ᾽
αἰτίας ἡ ἐπιβολή. τὴν γὰρ παρομοιότητα καὶ ἰσό-
τητα τῶν κύκλων· τῆς τοῦ τριγώνου ὁμοιότητος
καὶ ἰσότητος κατὰ τὰς πλευρὰς αἰτιασώ-
μεθα.

Τό γε μὴν συμπέρασμα, διπλοῦν εἰώθασι
ποιεῖσθαί τινα τρόπον. καὶ γὰρ ὡς ἐπὶ τοῦ δεδο-
μένου δείξαντες, καὶ ὡς καθόλου συνάγουσιν, ἀνα-
τρέχοντες ἀπὸ τοῦ μερικοῦ συμπεράσματος,

ἐπὶ

ἐπὶ τὸ καθόλου, διότι γὰρ οὐ προσχρῶνται τῇ ἰδιότητι τῶν ὑποκειμένων, ἀλλὰ πρὸ ὀμμάτων ποιούμενοι τὸ δεδομένον, γράφουσι τὴν γωνίαν, ἢ τὴν εὐθεῖαν, ταυτὸν ἡγοῦνται τὸ ἐπὶ ταύτης συναγόμενον, καὶ ἐπὶ τοῦ ὁμοίου συμπεραίνεσθαι παντός. μεταβαίνουσι μὲν οὖν ἐπὶ τὸ καθόλου, ἵνα μὴ μερικὸν ὑπολάβωμεν εἶναι τὸ συμπέρασμα. εὐλόγως δὲ μεταβαίνουσιν, ἐπειδὴ τοῖς ἐκτεθεῖσιν, οὐχ ᾗ ταῦτά ἐστιν, ἀλλ' ᾗ τοῖς ἄλλοις ὅμοια, χρῶνται πρὸς τὴν ἀπόδειξιν. οὐ γὰρ ᾗ τοσήδε ἐστὶν ἡ ἐκκειμένη γωνία, ταύτῃ τὴν διχοτομίαν ποιοῦμαι, ἀλλ' ᾗ μόνον εὐθύγραμμος. ἔστι δὲ τὸ μὲν ποσὸν τῆς ἐκκειμένης ἴδιον, τὸ δὲ εὐθύγραμμον, πασῶν τῶν εὐθυγράμμων κοινόν. Ἔστω γὰρ ἡ δεδομένη ὀρθή. εἰ μὲν οὖν ἐν τῇ ἀποδείξει, τὴν ὀρθότητα παρελάμβανον, οὐκ ἠδυνάμην ἐπὶ πᾶν τὸ εἶδος τοῦ εὐθυγράμμου μεταβαίνειν, εἰ δὲ τὸ μὲν ὀρθὸν αὐτῆς οὐ προσποιοῦμαι, τὸ δὲ εὐθύγραμμον σκοπῶ μόνον, ὁμοίως ὁ λόγος ἐφαρμόσει καὶ πάσαις ταῖς εὐθυγράμμοις γωνίαις.

Ἔτι δὲ τοῖς προβλήμασι καὶ τοῖς θεωρήμασι οἱ γεώμετραι προστίθενταί τινα χαρακτηριστικά. τοῖς μὲν προβλήμασι τὸ, ὅπερ ἔδει

ποιῆσαι, δεικνύντες ὅτι τὸ συμπέρασμα προβληματικὸν, καὶ ἐπὶ τῶν θεωρημάτων προστίθησι τὸ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι, ὅτι θεωρηματικόν. τὸ μὲν γὰρ ποίησιν ἐπαγγέλλεταί τινος, τὰ δὲ δεῖξιν καὶ εὕρεσιν τοῦ ὄντος. ὅλως μὲν οὖν ἐπάγει ταῦτα τοῖς συμπεράσμασιν, ἐνδεικνύμενος ὅτι τὰ τῆς προελάσεως γέγονεν, καὶ τέλος ἀρχῇ συνάπτων, καὶ μιμούμενος τὸν ἀνελιχθέντα νοῦν, καὶ πάλιν εἰς τὴν ἀρχὴν ἐπιστρέφονται, οὐ ταὐτὸν δὲ, ἀλλ᾽ ὁτὲ μὲν τὸ ὅπερ ἔδει ποιῆσαι, ὁτὲ δὲ τὸ ὅπερ ἔδει δεῖξαι, διὰ τὴν τῶν προβλημάτων πρὸς τὰ θεωρήματα διαφοράν. Δεῖ τοίνυν ἀεὶ ζητεῖν, τίνα μὲν παραλαμβάνεται, τίνα δὲ παραλείπεται τῶν κεφαλαίων καὶ ποσαχῶς τὸ δεδομένον δέδοται, καὶ ἀπὸ ποίων ἀρχῶν, ἢ τὰς κατασκευὰς, ἢ τὰς ἀποδείξεις λαμβάνομεν. ἡ γὰρ τούτων συνοπτικὴ θεωρία, γυμνασίαν οὐκ ὀλίγην ἐμποιεῖ, καὶ μελέτην, τῶν ἐν γεωμετρίᾳ λόγων. καὶ ἀρκείτω τὰ ἐκκείμενα.

ΤΙΝΕΣ ΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΑ ΤΑΣ ΑΡΧΑΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΝ ΔΙΑφοραί. Κεφαλ. θ́.

Καθό=

Καθόλου δὲ θεωρήσωμεν, ὅτι τῶν προβλημάτων τὰ μὲν μοναχῶς γίγνεται, τὰ δὲ πλεοναχῶς, τὰ δὲ ἀπειραχῶς. λέγεται δὲ ὡς φησὶν ὁ Ἀμφίνομος, τὰ μὲν μοναχῶς συνιστάμενα, τὰ δὲ πλεοναχῶς καὶ κατ' ἀριθμὸν συνιστάμενα μέσα, τὰ δὲ ἀπειραχῶς ποικιλλόμενα ἄτακτα. πῶς μὲν οὖν μοναχῶς ἢ πλεοναχῶς συσταίη ἂν προβλήματα, δῆλον ἐπὶ τῆς συστάσεως τριγώνων ἰσοπλεύρων ἰσοσκελῶν καὶ σκαληνῶν. τὸ μὲν γὰρ ἰσόπλευρον μοναχῶς, τῶν δὲ λοιπῶν τὸ μὲν διχῶς συνίσταται, τὸ δὲ τριχῶς. Ἀπειραχῶς δὲ τὰ τοιαῦτα προβλήματα γένοιτ' ἄν. Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τεμεῖν εἰς τρία ἀνάλογα. εἰ μὲν γὰρ εἰς διπλασίονα λόγον τμηθείη, καὶ τὰ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος παρὰ τὴν μείζονα ἴσον παραβληθείη, ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, ἐστὶν εἰς τρία ἴσα τετμημένη. εἰ δὲ τὸ μεῖζον τμῆμα, τοῦ ἐλάσσονος εἴη μεῖζον, ἢ διπλάσιον, ἢ τριπλάσιον, καὶ παραβληθείη τῷ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος, ἴσον παρὰ τὴν μείζονα, ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, ἔσται εἰς τρία ἄνισα ἀνάλογον τετμημένη. Ἐπεὶ οὖν ἀπειραχῶς

αὖ εἰς δύο τμηθεὶς, ὧν τὸ μεῖζον ἐστὶν ἢ διπλάσιον, ἢ τριπλάσιον. ἐπ' ἄπειρον γὰρ πρόεισι ὁ πολλαπλάσιος λόγος, ἀπειραχῶς καὶ εἰς τρία ἀνάλογα τμηθήσεται.

Δεῖ δὲ εἰδέναι καὶ ὅτι τὸ πρόβλημα λέγεται πλεοναχῶς. καὶ γὰρ πᾶν τὸ προτεινόμενον, πρόβλημα καλεῖται: εἴτε μαθήσεως ἕνεκα προτείνοιτο, εἴτε καὶ ποιήσεως. ἰδίως δ' ἐν τοῖς μαθήμασι καλεῖται πρόβλημα, τὸ προτεινόμενον εἰς ποίησιν τὴν θεωρητικήν. καὶ γὰρ τὸ ποιούμενον ἐν τούτοις, τέλος ἔχει τὴν θεωρίαν. καὶ πολλάκις μὲν καὶ τῶν ἀδυνάτων τινὰ προβλήματα καλοῦσιν. ἰδιώτερον δὲ τὸ δυνατὸν, καὶ μὴ πλεονάζον, μηδὲ ἐλλεῖπον, ἔχει τὴν ἐπωνυμίαν ταύτην. ἔστι δὲ πλεονάζον μὲν τὸ τοιόνδε. τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι, ἔχον τὴν πρὸς τῇ κορυφῇ διμοίρου ὀρθῆς. τοῦτο γὰρ παρέλκει, καὶ περιττῶς πρόσκειται. παντὶ γὰρ ὑπάρχει τῷ ἰσοπλεύρῳ τριγώνῳ. τῶν δὲ πλεοναζόντων ὅσα μὲν ἀσυμβάντοις πλεονάζει συμπτώμασι, καὶ ἀνυπάρκτοις, ἀδύνατα ταῦτα προσαγορεύουσιν. ὅσα δὲ συμβαίνει δυναμένοις, μείζονα προβλήματα ταῦτα καλοῦσιν. ἐλλειπὲς δ' ἐστὶ πρόβλημα, ὃ καλεῖται ἔλαττον, ἢ πρόβλημα

τὸ

τὸ τῆς προσθήκης ἄλλης δεόμενον, ἵνα τῆς ἀοριστίας, εἰς τάξιν καὶ ὅρον ἐπιστημονικὸν ἀχθῇ. οἷον εἰ λέγοι τις ἰσοσκελὲς συστήσασθαι τρίγωνον. ἐλλειπὲς γὰρ τοῦτο, καὶ ἀοριστῶδες, καὶ δεῖ τοῦ προσθήσοντος ὁποῖον ἰσοσκελὲς, τὸ ἔχον μείζονα τὴν βάσιν, ἢ τὸ ἐλάσσονα ἔχον τῶν ἴσων ἑκατέραν. καὶ πότερον τὸ ἔχον τὴν πρὸς τῇ κορυφῇ γωνίαν διπλῆν, ἢ κατ' ἄλλόν τινα λόγον τὰς γωνίας ταύτας ἔχον, τριπλάσιον, ἢ τετραπλάσιον. Δυνατὸν γὰρ ἀπειραχῶς ποικίλλειν. Φανερὸν οὖν ἐκ τούτων, ὅτι τὰ κυρίως λεγόμενα προβλήματα, βούλεται τὴν ἀοριστίαν διαφεύγειν, καὶ μὴ εἶναι τῶν ἀπειραχῶς γιγνομένων. λέγεται δὲ ὅμως κἀκεῖνα προβλήματα, διὰ τὴν ὁμωνυμίαν τοῦ προβλήματος. τὸ δὴ πρώτιστον πρόβλημα τῶν στοιχείων καὶ ταύτῃ πλεονεκτεῖ, τὸ μήτε πλεονάζον εἶναι, μήτε ἐλλειπὲς, μήτε ἀόριστον, καὶ πολλαχῶς, ἢ ἀπειραχῶς συνιστάμενον. ἔδει γὰρ τοιοῦτον εἶναι τὸ τῶν ἄλλων στοιχεῖον ἐσόμενον.

Τῶν δὲ προβλημάτων, τὰ μὲν ἄπλωτά ἐστι, τὰ δὲ πολύπλωτα, ὥσπερ καὶ τῶν θεωρημάτων. ὅσα μὲν οὖν τὴν αὐτὴν δύναμιν ἔχει, διὰ πλειόνων πεφοιτηκυῖαν διαγραμμάτων, καὶ τὰς

θέσεις ἐξαλλάττοντα, τὸν αὐτὸν φυλάττει τῆς ἀποδείξεως τρόπον, ταῦτα λέγεται πτῶσιν ἔχειν. ὅσα δὲ κατὰ μίαν θέσιν, καὶ κατασκευὴν μίαν προκόπτει, ταῦτα ἄπτωτα ἐστί. ἁπλῶς γὰρ ἡ πτῶσις περὶ τὴν κατασκευὴν ὁρᾶται, καὶ τῶν θεωρημάτων, καὶ τῶν προβλημάτων.

Ἔτι τὰ προβλήματα, ἴσως τῇ μὲν τάξει πρὸ τῶν θεωρημάτων ἐστί, καὶ μάλιστα τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὰ αἰσθητὰ στρεφομένων τεχνῶν ἀνιοῦσιν ἐπὶ θεωρίαν, τῇ δ' ἀξίᾳ τὰ θεωρήματα προϋπάρχει τῶν προβλημάτων, καὶ ἔοικεν ἡ ὅλη γεωμετρία καθ' ὃ μὲν συνάπτει ταῖς πολλαῖς τέχναις ἐνεργεῖν προβληματικῶς, καθ' ὃ δὲ τῇ πρώτῃ ἐπιστήμῃ γειτνιᾷ, θεωρηματικῶς ἀνάγεσθαι ἀπὸ τῶν προβλημάτων, ἐπὶ τὰ θεωρήματα, ἀπὸ δευτέρων, ἐπὶ πρῶτα, καὶ ἀπὸ τεχνικωτέρων, ἐπὶ τὰ ἐπιστημονικώτερα.

Καὶ τῶν θεωρημάτων τὰ μὲν ἐστὶν ἁπλᾶ, τὰ δὲ σύνθετα. λέγω δὲ ἁπλᾶ μέν, ὅσα καὶ κατὰ τὰς ὑποθέσεις, καὶ κατὰ τὰ συμπεράσματα ἀδιαίρετά ἐστιν, ἓν ἔχοντα τὸ δεδομένον, καὶ τὸ ζητούμενον ἕν. οἷον εἰ οὕτως ἔλεγεν ὁ στοιχειωτής. πᾶν τρίγωνον ἰσοσκελὲς, ἴσας ἔχει τὰς πρὸς τῇ βάσει γωνίας. Σύνθετα δὲ τὰ ἐκ πλειόνων, ἢ τὰς ὑποθέσεις ἔχοντα

τα συγκειμένας, ἢ τὰ συμπεράσματα, τῆς ὑποθέσεως οὔσης ἁπλῆς, ἢ καὶ ἀμφότερα. καὶ τούτων τὰ μὲν ἐστὶ συμπεπλεγμένα, τὰ δὲ ἀσύμπλεκτα. ἔστι δ' ἀσύμπλεκτα ὅσα σύνθετα ὄντα, μὴ δύναται διαιρεῖσθαι εἰς ἁπλᾶ θεωρήματα. ὥσπερ τὸ τέταρτον τοῦ πρώτου στοιχείου. ἐν ἐκείνῳ γὰρ τὸ δεδομένον σύγκειται, καὶ τὸ ἑπόμενον, ἀλλ' οὐ δύναται διαιρεθῆναι τὸ δεδομένον εἰς ἁπλᾶ, καὶ ποιήσασθαι θεωρήματα. οὐ γὰρ ἐὰν ἴσας ἔχει τὰς πλευρὰς τὰ τρίγωνα, ἢ μόνην τὴν πρὸς τῇ κορυφῇ γωνίαν, συμβαίνει τὰ λοιπά. Συμπεπλεγμένα δὲ ὅσα διαιρεθῆναι εἰς ἁπλᾶ, οἷον ἐκεῖνο τὸ θεώρημα. τὰ τρίγωνα, καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ταῖς βάσεσι. καὶ ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων ὁμοίως.

Πάντων δὲ τῶν συνθέτων, τὰ μὲν κατὰ τὸ συμπέρασμα συντίθεται ἀπὸ τῆς αὐτῆς ὑποθέσεως ὁρμηθέντα, τὰ δὲ κατὰ τὰς ὑποθέσεις ἔχει τὴν σύνθεσιν, καὶ τὸ αὐτὸ πάσαις ἐπάγει τὸ συμπέρασμα. τὰ δὲ κατὰ τὸ συμπέρασμα, καὶ τὰς ὑποθέσεις ἐστὶ σύνθετα. κατὰ μὲν οὖν τὸ συμπέρασμα, σύνθεσις ἐστὶν ἐν τῷ τετάρτῳ τοῦ πρώτου. ἐπὶ γὰρ τούτου τοῦ θεωρήματος τρία ἐστὶ τὰ συναγόμενα. ὅτι αἱ βάσεις ἴσαι, ὅτι τὰ τρίγωνα ἴσα, ὅτι αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἴσαι, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσι. κατὰ δὲ

τὰς ὑποθέσεις ἐπὶ τοῦ κοινοῦ τῶν τριγώνων, καὶ παραλληλογράμμων θεωρήματος, τῶν ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντων. καὶ κατ᾽ ἀμφότερα δ᾽ ὡς ἐπ᾽ ἐκείνου, αἱ διάμετροι τῶν κύκλων καὶ τῶν ἐλλείψεων, τά τε χωρία δίχα διαιροῦσι, καὶ τὰς περιεχούσας τὰ χωρία γραμμάς: τῶν δὲ συμπεπλεγμένων τὰ μὲν ἐστὶ καθολικά, τὰ δ᾽ ἐκ τοῦ ἐπὶ μέρους συνάγει τὸ καθόλου. ἐὰν γὰρ εἴπωμεν, ὅτι ἡ διάμετρος τὸν κύκλον καὶ τὴν ἔλλειψιν, καὶ τὰ παραλληλόγραμμα διαιρεῖ, ἕκαστον τῶν συμπεπλεγμένων, οὐ καθόλου λαμβάνομεν, τὸ δὲ ἐκ πάντων καθόλου ποιοῦμεν. ἐὰν δὲ εἴπωμεν, ἐν κύκλῳ πᾶσαι αἱ διὰ τοῦ κέντρου, διχοτομοῦσιν ἀλλήλας, καὶ τὰς τῶν τμημάτων πάντων γωνίας, ἴσας ποιοῦσι: καθόλου λέγομεν. ἐπεὶ γοῦν τῆς ἐλλείψεως οὔτε πᾶσαι αἱ τῶν τμημάτων γωνίαι ἴσαι εἰσὶν, ἀλλὰ μόνον τῶν ὑπὸ τοῦ ἄξονος γιγνομένων. ὅλως δὲ τὰς συνθέσεις ταύτας ἐμηχανήσαντο οἱ γεώμετραι διά τε τὴν συντομίαν, καὶ διὰ τὰς ἀναλύσεις. Πολλὰ γὰρ ἀσύνθετα μὲν ὄντα οὐκ ἀναλύεται, σύνθετα δὲ, μόνως εὐοδίαν παρέχει πρὸς τὴν ἐπὶ τὰς ἀρχὰς ἀνάλυσιν.

Τὰ πολλὰ τῶν τε ἀριθμητικῶν καὶ γεωμετρι

κῶν

κῶν θεωρημάτων καταφάσεις εἰσίν. αἴτιον δὲ, ὡς φασὶν Ἀριστοτέλης: ὅτι τὸ καθόλου καταφατικὸν ταῖς ἐπιστήμαις ἐστὶ μάλιστα προσῆκον, ὡς αὐταρκέστερον καὶ μηδὲν ἀποφάσεως προσδεόμενον. τὸ δὲ καθόλου ἀποφατικὸν δεῖται καὶ τῆς καταφάσεως. ἐκ γὰρ τῶν ἀποφατικῶν μόνων, οὔτε ἀπόδειξίς ἐστιν οὔτε συλλογισμὸς οὐδείς. καὶ διὰ τοῦτο αἱ ἀποδεικτικαὶ τῶν ἐπιστημῶν, τὰ μὲν πλεῖστον καταφατικὰ δεικνύουσι: σπανίως δὲ χρῶνται καὶ τοῖς ἀποφατικοῖς συμπεράσμασι.

Ὥσπερ τῶν θεωρημάτων ἐλέγομεν εἶναι τὰ μὲν καθολικὰ, τὰ δὲ ἐπὶ μέρους, καὶ ὃν τρόπον ταῦτα διαιροῦμενοι προσετίθεμεν. ὅτι τὰ μὲν ἁπλὰ, τὰ δὲ σύνθετα καί τι τούτων ἑκάτερον ἐπιδείκνυμεν, οὕτω δὴ κατ᾽ ἄλλην διάκρισιν, τὰ μὲν εἶναι τοπικὰ φαμὲν, τὰ δὲ οὔ. καλῶ δὲ τοπικὰ μὲν ὅσοις ταὐτὸν σύμπτωμα πρὸς ὅλῳ τινὶ τόπῳ συμβέβηκεν. τόπον δὲ γραμμῆς ἢ ἐπιφανείας θέσιν ποιοῦσαν ἓν καὶ ταὐτὸν σύμπτωμα. τῶν γὰρ τοπικῶν τὰ μὲν ἐστὶ πρὸς ταῖς γραμμαῖς συνιστάμενα, τὰ δὲ πρὸς ἐπιφανείαις. καὶ ἐπειδὴ τῶν γραμμῶν αἱ μὲν εἰσὶν ἐπίπεδοι, αἱ δὲ στερεαὶ, ἐπίπεδοι μὲν, ὧν ἐν ἐπιπέδῳ ἁπλὴ

ἡ νόησις, ὡς τῆς εὐθείας. στερεαὶ δ' ὧν ἡ γένεσις ἔκ τινος τομῆς ἀναφαίνεται στερεοῦ σχήματος, ὡς τῆς κυλινδρικῆς ἕλικος, καὶ τῶν κωνικῶν γραμμῶν φαίην ἄν, καὶ τῶν πρὸς γραμμαῖς τοπικῶν τὰ μὲν ἐπίπεδον ἔχειν τόπον, τὰ δὲ στερεόν. καὶ τοσαῦτα περὶ τούτων.

ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΛΗΜΜΑΤΟΣ ΠΤΩΣΕΩΣ ΠΟΡΙΣΜΑΤΟΣ ΕΝ=στάσεως καὶ ἀπαγωγῆς.

κεφαλ. ι.

Ἀλλ' ἐπειδὴ καὶ ταῦτα διώρισται, φέρε περὶ τῶν συνηρτημένων τούτοις βραχέα διέλθωμεν, τί λῆμμα, τί πτῶσις, τί πόρισμα, τί ἔνστασις, τί ἀπαγωγή. Τὸ μὲν οὖν λῆμμα, πολλάκις καὶ κατὰ πάσης προτάσεως εἰς κατασκευὴν ἄλλης λαμβανομένης κατηγοροῦσιν, ἐκ τοσῶνδε λημμάτων αὐτοῖς τὴν ἀπόδειξιν γεγονέναι φάσκοντες. Ἰδίως δὲ ἐν τοῖς γεωμετρουμένοις λῆμμα πρότασίς ἐστι δεομένη πίστεως. ὅταν γὰρ ἢ περὶ κατασκευὴν, ἢ περὶ τὴν ἀπόδειξιν λαμβάνωμέν τι τῶν μὴ δεδειγμένων, ἀλλὰ λόγου δεομένων, τότε τὸ ληφθὲν, ὡς ἀμφίβολον καθ' αὑτὸ ζητήσεως ἀξιώσαντες, λῆμμα αὐτὸ προσαγορεύομεν, οὐ αἰτήματος καὶ ἀξιώματος διαφέρον

τὸ

τὸ ἀποδεικτικὸν ὑπάρχειν· ἐκείνων ἄνευ ἀποδείξεως εἰς πίστιν ἄλλων αὐτόθεν παραλαμβανομένων. περὶ δὲ τὴν εὕρεσιν τῶν λημμάτων τὸ μὲν ἄριστόν ἐστι τῆς διανοίας πρὸς τοῦτο ἐπιτηδειότης. πολλοὺς γὰρ ἐστὶν ἰδεῖν ὀξεῖς περὶ τὰς λύσεις, καὶ οὐ μεθόδοις τοῦτο ποιοῦντας. ὥσπερ ὁ Κράτιστος, ἱκανὸς μὲν ἦν, θηρᾶσαι τὸ ζητούμενον, ἐκ πρώτων καὶ ἐλαχίστων, ὡς δυνατόν, ἐχρήσατο δὲ τῇ φύσει πρὸς τὴν εὕρεσιν. μέθοδοι δὲ ὅμως παραδίδονται. καλλίστη μὲν ἡ διὰ τῆς ἀναλύσεως ἐπ᾽ ἀρχὴν ὁμολογουμένην ἀνάγουσα τὸ ζητούμενον, ἣν καὶ ὁ Πλάτων ὥς φασι Λεωδάμαντι παραδέδωκεν, ἀφ᾽ ἧς καὶ ἐκεῖνος, πολλῶν κατὰ γεωμετρίαν εὑρετὴς ἱστόρηται γενέσθαι. Δευτέρα δὲ ἡ διαιρετική, κατ᾽ ἄρθρα μὲν διαιροῦσα τὸ προκείμενον γένος, ἀφορμὴν δὲ τῇ ἀποδείξει παρεχομένη, διὰ τῆς τῶν ἄλλων διαιρέσεως τῆς τοῦ προκειμένου κατασκευῆς, ἣν καὶ αὐτὸς ὁ Πλάτων ἐξύμνησεν ὡς πάσαις ταῖς ἐπιστήμαις ἐπίκουρον γενομένην. Τρίτη δὲ ἡ διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγήν, οὐκ αὐτὸ δεικνύουσα τὸ δεικνύμενον αὐτόθι, ἀλλὰ τὸ ἀντικείμενον ἐλέγχουσα, καὶ κατὰ συμβεβηκὸς τὸ ἀληθὲς εὑρίσκουσα. Τὸ μὲν οὖν λῆμμα τοιαύτην ἔχει θεωρίαν, ἡ δὲ πτῶσις διαφόρους τῆς κατασκευῆς τρόπους

ἐπαγ-

ἐπαγγέλλεται, καὶ θέσεως ἐξαλλαγὴν τῶν σημείων μετατιθεμένων, ἢ τῶν γραμμῶν, ἢ τῶν ἐπιπέδων, ἢ τῶν στερεῶν, καὶ ὅλως πᾶσα ἡ αὐτῆς ποικιλία, περὶ τὴν καταγραφὴν ὁρᾶται. διὸ καὶ πτῶσις ἀποκαλεῖται μετάθεσις οὖσα τῆς κατασκευῆς.

Τὸ δὲ πόρισμα λέγεται μὲν καὶ ἐπὶ προβλημάτων τινῶν. οἷον τὰ Εὐκλείδου γεγραμμένα πορίσματα. λέγεται δὲ ἰδίως, ὅταν ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ἄλλό τι συναναφανῇ θεώρημα, μὴ προθεμένων ἡμῶν, ὃ καὶ διὰ τοῦτο πόρισμα κεκλήκασι, ὥσπερ τι κέρδος ὂν τῆς ἐπιστημονικῆς ἀποδείξεως πάρεργον. Εὖ τοίνυν τοῦτο τὸ τοῦ πορίσματος τῶν γεωμετρικῶν ἐστὶ ὀνομάτων. τοῦτο δὲ σημαίνει διττόν. καλοῦσι γὰρ πορίσματα θεωρήματα ὅσα συγκατασκευάζεται ταῖς ἄλλων ἀποδείξεσιν. οἷον ἕρμαια καὶ κέρδη τῶν ζητούντων ὑπάρχοντα, καὶ ὅσα ζητεῖται μέν, εὑρέσεως δὲ χρῄζει, καὶ οὔτε γενέσεως μόνης, οὔτε θεωρίας ἁπλῆς. ὅτι μὲν γὰρ τῶν ἰσοσκελῶν αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι θεωρῆσαι δεῖ. καὶ ὄντων δὴ τῶν πραγμάτων ἐστὶν ἡ τοιαύτη γνῶσις, τὴν δὲ γωνίαν δίχα τεμεῖν, ἢ τρίγωνον συστήσασθαι, ἢ ἀφελεῖν, ἢ θέσθαι, ταῦτα πάντα ποίησίν τινος

ἀπαιτεῖ

ἀπαιτεῖ. τὸ δὲ τοῦ δοθέντος κύκλου κέντρον εὑρεῖν, ἢ δύο δοθέντων συμμέτρων μεγεθῶν, τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν, ἢ ὅσα τοιάδε μεταξύ πως ἐστὶ τῶν προβλημάτων, καὶ θεωρημάτων. οὔτε γὰρ γενέσεις εἰσὶν ἐν τούτοις τῶν ζητουμένων, ἀλλ' εὑρέσεις, οὔτε θεωρία ψιλή. Δεῖ γὰρ ὑπ' ὄψιν ἀγαγεῖν, καὶ πρὸ ὀμμάτων ποιήσασθαι τὸ ζητούμενον. τοιαῦτα ἄρα ἐστὶν καὶ ὅσα πορίσματα Εὐκλείδης γέγραφε βιβλία πορισμάτων συντάξας. ἀλλὰ περὶ μὲν τοιούτων πορισμάτων παρείσθω λέγειν. τὰ δὲ ἐν τῇ στοιχειώσει πορίσματα συναναφαίνεται μὲν ταῖς ἄλλων ἀποδείξεσιν, αὐτὰ δὲ προηγουμένης οὐ τυγχάνει ζητήσεως, οἷον ἐν τῷ ιε τοῦ πρώτου στοιχείου θεωρήματι, ἐζητεῖτο μὲν γὰρ εἰ δύο εὐθειῶν τεμνουσῶν ἀλλήλας, αἱ κατὰ κορυφὴν γωνίαι ἴσαι εἰσί. τούτῳ δὲ δεικνυμένῳ συναποδείκνυται τό, τὰς τέσσαρας γωνίας εἶναι τέσσαρσιν ὀρθαῖς ἴσας.

Ἔστιν οὖν τὸ πόρισμα, θεώρημα διὰ τοῦ ἄλλου προβλήματος ἢ θεωρήματος ἀποδείξεως ἀπραγματεύτως ἀναφαινόμενον. οἷον γὰρ κατὰ τύχην περιπίπτειν ἐοίκαμεν τοῖς πορίσμασιν· οὐ γὰρ προθεμένοις οὔτε ζητήσασιν ἀπαν

τα. ὅθεν αὐτὰ καὶ τοῖς ἑρμαίοις εἰκήσαμεν, καὶ ἴσως οἱ δεινοὶ τὰ μαθηματικὰ, καὶ ταύτην αὐτοῖς ἔθεντο τὴν ἐπωνυμίαν, ἐνδεικνύμενοι τοῖς πολλοῖς καὶ περὶ τὸ φαινόμενον κέρδον ἐπτοημένοις. ὅτι ἄρα τὰ ἀληθῆ τοῦ θεοῦ δῶρα καὶ τὰ ἑρμαῖα ταῦτα ἐστὶν: οὐχ οἷα ἐκείνοις δοκεῖ. ταῦτα γὰρ ὁ ἐν ἡμῖν πόρος ἀπογεννᾷ καὶ ἡ γόνιμος δύναμις τῆς ἐπιστήμης προβάλλει ταῖς προηγουμέναις ζητήσεσιν, εὐπορίας ἀφθόνως θεωρημάτων ἀναφαίνουσα.

Τὴν μὲν οὖν ἰδιότητα τῶν πορισμάτων τοιαῦτα εἶναι λεκτέον. διαιρετέον δὲ αὐτὰ, πρῶτον μὲν κατὰ τὰς ἐπιστήμας. ἔστι γὰρ τὰ μὲν γεωμετρικὰ, τὰ δὲ ἀριθμητικὰ τῶν πορισμάτων. προκείμενον τῆς ιε προτάσεως τοῦ πρώτου, πόρισμα γεωμετρικόν ἐστι, τὸ δὲ ἐπὶ τέλει τοῦ δευτέρου θεωρήματος, τοῦ ἑβδόμου βιβλίου τῶν ἀριθμητικῶν. ἔπειτα δὲ κατὰ τὰ προηγούμενα ζητήματα τὰ μὲν προβλήμασιν ἕπεται, τὰ δὲ θεωρήμασιν. τοῦτο γὰρ τοῦ ιε τοῦ πρώτου θεωρήματός ἐστι, τὸ δὲ ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ κείμενον προβλήματος. τρίτον δὲ αἱ κατὰ τὰς δείξεις. τὰ μὲν γὰρ ταῖς δεικτικαῖς ἐφόδοις, τὰ δὲ ταῖς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαῖς συγκατασκευάζεται. τὸ μὲν γὰρ τοῦ ιε θεωρήματος

τοῦ

τοῦ πρώτου τῇ ἐπ' εὐθείας δείξει, τὸ δὲ ἐν τῷ πρώτῳ τοῦ τρίτου βιβλίου συναποδεδειγμένον, τῇ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῇ συνανεφάνη. Πολλαχῶς δὲ καὶ ἄλλως τὰ πρίσματα διαιρεῖν δυνατόν, ἀλλ' ἡμῖν γε ἀρκέσει καὶ ταῦτα πρὸς τὸ παρόν.

Η δὲ ἔνστασις κωλύει τὴν ὅλην ἄτραπον τοῦ λόγου, ἤτοι πρὸς τὴν κατασκευήν, ἢ πρὸς τὴν ἀπόδειξιν ἀπαντῶσα, καὶ οὐχ ὥσπερ τὴν θέσιν προθέμενον ἀναγκαῖον ἀποδεικνῦναι τὴν πρότασιν ἐπαληθεύουσαν, οὕτω τὴν ἔνστασιν, ἀλλ' ἀνελεῖν δεῖ τὴν ἔνστασιν, καὶ δεῖξαι τὸν χρώμενον αὐτῇ ψευδόμενον.

Η δὲ ἀπαγωγὴ μετάβασίς ἐστιν ἀπ' ἄλλου προβλήματος ἢ θεωρήματος ἐπ' ἄλλο, οὗ γνωσθέντος, ἢ πορισθέντος, καὶ τὸ προκείμενον ἐστὶ καταφανές. οἷον ὥσπερ καὶ τοῦ διπλασιασμοῦ τοῦ κύβου ζητηθέντος, μετέθεσαν τὴν ζήτησιν εἰς ἄλλο, ᾧ τοῦτο ἕπεται. τὴν εὕρεσιν τῶν δύο μέσων, καὶ τὸ λοιπὸν ἐζήτουν, πῶς ἂν δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, δύο μέσαι ἀνάλογον εὑρεθεῖεν. πρῶτον δέ φασι τῶν ἀπορουμένων διαγραμμάτων τὴν ἀπαγωγὴν ποιήσασθαι Ἱπποκράτην τὸν Χῖον, ὃς καὶ τὸν μηνίσκον τετραγώνισεν, καὶ ἄλλα πολλὰ κατὰ

γεωμετρίαν εὗρεν, εὐφυὴς περὶ τὰ διαγράμματα εἴπερ τις ἄλλος γενόμενος. τοιαῦτα καὶ περὶ τούτων.

ΠΕΡΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΚΑΙ ΑΠΑΓΩΓΗΣ ΕΙΣ ΤΟ ἀδύνατον. Κεφαλ. ια.

Περὶ δὲ ἀντιστροφῆς καὶ ἀπαγωγῆς εἰς τὸ ἀδύνατον, ὅσα πρὸς τὴν παροῦσαν πραγματείαν ἐστὶν οἰκεῖα, μετὰ ταῦτα εἴπωμεν. Δύο τοίνυν ταῦτα πρώτιστα τῶν θεωρημάτων ἐστί, καὶ λέγεται· ἡ ἀντιστροφὴ παρὰ τοῖς γεωμέτραις, ἡ μὲν προηγουμένως καὶ κυρίως, ὅταν τὰ συμπεράσματα, καὶ τὰς ὑποθέσεις ἀλλήλων ἀντιμεταλαμβάνῃ τὰ θεωρήματα. καὶ τὸ μὲν τοῦ προτέρου συμπέρασμα, ὑπόθεσις ἐν τῷ δευτέρῳ γίγνεται, ἡ δὲ ὑπόθεσις, ὡς συμπέρασμα ἐπάγεται· οἷον τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων, αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι, ὑπόθεσις μὲν τὸ ἰσοσκελὲς ἐνταῦθα τρίγωνον, συμπέρασμα δὲ ἡ τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν ἰσότης. ὧν γὰρ αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι, ταῦτα ἰσοσκελῆ ἐστίν. ὃ δὲ καὶ τὸ ἕκτον λέγει θεώρημα, ὑπόθεσιν μὲν ποιησάμενον τὸ ἴσας εἶναι τὰς πρὸς τῇ βάσει

γωνίας,

γωνίας, συμπέρασμα δὲ τὴν ἰσότητα τῶν πλευρῶν, ὑποτεινουσῶν τὰς ἴσας ἐκείνας γωνίας. ἡ δὲ ἐστὶν ἀντιστροφὴ ἡ κατὰ μόνην τὴν ποίαν τῶν συγκειμένων ἐναλλαγὴν, συμπέρασμα ποιεῖται μίαν τῶν ὑποθέσεων. ἐὰν γὰρ ᾖ θεώρημα σύνθετον ἀπὸ πλειόνων ὑποθέσεων ἀρχόμενον, καὶ λῆγον εἰς τὸ συμπέρασμα, λαβόντες τὸ συμπέρασμα καὶ μίαν τῶν ὑποθέσεων ἢ καὶ πλείους. καὶ κατὰ τοῦτον τὸν τρόπον τῷ τετάρτῳ θεωρήματι τὸ ὄγδοον ἀντιστρέφει. τὸ μὲν γὰρ φησὶν ὑπὸ ἴσας γωνίας καὶ βάσεις ἴσας ὑποτείνουσι. τὸ δὲ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ἴσαι πλευραὶ κείμεναι, γωνίας ἴσας περιέχουσιν, ὧν τὸ μὲν ἐπὶ ἴσων βάσεων συμπέρασμα ἦν τοῦ προτέρου. τὸ δὲ ἴσαι πλευραὶ κείμεναι μίαν τῶν ἐν ἐκείνῳ προειλημμένων ὑποθέσεων. Δύο δὴ τούτων οὐσῶν ἀντιστροφῶν ἡ μὲν προηγουμένη μονοειδής ἐστι καὶ ὡρισμένη, ἡ δὲ ἑτέρα ποικίλη, καὶ εἰς ἀριθμὸν πρόεισι πολλῶν θεωρημάτων, καὶ οὐκ ἐν ἑνὶ ἀντιστρέφουσι, ἀλλ᾽ ἐν πολλοῖς, διὰ τὸ πλῆθος τῶν ἐν τοῖς συνθέτοις θεωρήμασιν ὑποθέσεων. πολλάκις καὶ τὸ ἀπὸ δυοῖν ἀρχόμενον, ἓν ἀντιστρεφόμενον ἔχει ὅταν καὶ ὑποθέσεις μὴ πᾶσαι ὦσιν ὡρισμέναι,

ἀλλ' ἐνίαι ἀορισώδεις. Δεῖ δὲ ἐφιστάνειν καὶ ἐν τούτοις, ὅτι πολλαὶ ἀντιστροφαὶ γίγνονται ψευδεῖς, καὶ οὐκ εἰσὶ κυρίως ἀντιστροφαί. οἷον πᾶς ἑξάγωνος ἀριθμός, τρίγωνός ἐστι, ἀλλ' οὐκέτι ἀληθὲς, ὅτι πᾶς τρίγωνος ἑξάγωνος ἐστιν, αἴτιον δὲ, ὅτι τὸ μὲν ἐστὶ κοινότερον, τὸ δὲ μερικώτερον, καὶ κατὰ παντὸς μόνον λέγεται θατέρου θάτερον. ἐφ' ὧν δὲ τὸ πρῶτον ὑπάρχον καὶ τὸ ᾗ αὐτὸ λαμβάνεται, ἐπ' ἐκείνων καὶ ἡ ἀντιστροφὴ παρακολουθεῖ, καὶ ταῦτα οὐδὲ τοὺς περὶ τὸν Μέναιχμον καὶ Ἀμφίνομον λέληθε μαθηματικούς.

Αὐτῶν δὲ τῶν ἀντιστρεφόντων θεωρημάτων τὰ μὲν εἰώθασι καλεῖν προηγούμενα, τὰ δὲ ἀντίστροφα. ὅταν μὲν γὰρ ὑποθέμενοι τὸ γένος, ἀποδεικνύωσι τὸ περὶ αὐτὸ σύμπτωμα, προηγούμενον τοῦτο λέγουσιν: ὁπόταν δὲ ἀνάπαλιν ὑπόθεσιν μὲν ποιῶνται τὸ σύμπτωμα, συμπέρασμα δὲ τὸ γένος ᾧ τοῦτο συμβέβηκεν, ἀντίστροφον γε τὸ τοιόνδε προσαγορεύουσιν. οἷον παντὸς ἰσοσκελὲς τρίγωνον, ἴσας ἔχει τὰς πρὸς τῇ βάσει. τοῦτο προηγούμενον. ὑπόκειται γὰρ τὸ τῇ φύσει προηγούμενον. Λέγω δὴ τὸ γένος αὐτὸ τὸ ἰσοσκελὲς

λὲς τρίγωνον. πᾶν τρίγωνον δύο γωνίας ἔχον ἴσας, καὶ τὰς ὑποτεινούσας πλευρὰς ἴσας ἔχει καὶ ἐστὶν ἰσοσκελὲς, οὕτω ἀντιστρέφον. ἐναλλάττει γὰρ τὸ ὑποκείμενον καὶ τὸ τούτου πάθος. καὶ τὸ μὲν ὑποτίθησι, τὸ δὲ ἀπὸ τούτου δείκνυσι. τοσαῦτα περὶ τῶν γεωμετρικῶν ἀντιστροφῶν εἴχομεν λέγειν.

Αἱ δὲ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαὶ, πάντως μὲν εἰς ἀδύνατον τελευτῶσιν ἐναργὲς, καὶ οὐ τὸ ἀντικείμενον ὁμολογεῖται. συμβαίνει δὲ τὰς μὲν αὐτῶν ἐπὶ τὰ μαχόμενα ταῖς κοιναῖς ἐννοίαις, ἢ τοῖς αἰτήμασι, ἢ ταῖς ὑποθέσεσι τελευτᾶν, τὰς δὲ ἐπὶ τὰ τοῖς προαποδεδειγμένοις ἀντιφάσκοντα, τὸ μὲν γὰρ ἕκτον θεώρημα τοῦ πρώτου, τὸ συμβαῖνον ἀδύνατον ἐπιδείκνυσι διὰ τὸ κοινὴν ἔννοιαν ἀνατρέπειν, τὴν τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον λέγουσαν. τὸ δὲ ὄγδοον καταντᾷ μὲν εἰς ἀδύνατον, ἀλλ' οὐ κοινῆς ἐννοίας ἀνατρεπτικὸν, ἀλλὰ τοῦ ἐπιδεδειγμένου, διὰ τοῦ ἑβδόμου θεωρήματος. ὃ γὰρ ἀπέφηνε τὸ ἕβδομον, οὕτω ἐκεῖνο δείκνυσι κατάφασκόμενον τοῖς μὴ συγχωροῦσι τὸ ζητούμενον. Πᾶσά γε μὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγὴ λαβοῦσα τῷ ζητουμένῳ τὸ μαχόμενον, καὶ τοῦτο ὑποθεμένη

πρόεισιν, ἕως ἂν εἰς ὁμολογούμενον ἄτοπον καταντῆσι. καὶ δι' ἐκείνου τὴν ὑπόθεσιν ἀνελοῦσα βεβαιώσηται τὸ ἐξ ἀρχῆς ζητούμενον.

Ὅλως γὰρ εἰδέναι χρή, ὅτι πᾶσαι αἱ μαθηματικαὶ πίστεις ἢ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν εἰσίν, ἢ ἐπὶ τὰς ἀρχάς, ὥσπερ φησὶν καὶ ὁ Πορφύριος. καὶ αἱ μὲν ἀπὸ τῶν ἀρχῶν διτταὶ καὶ αὗται τυγχάνουσιν. ἢ γὰρ ἀπὸ τῶν κοινῶν ἐννοιῶν ὥρμηνται καὶ τῆς ἐναργείας μόνης τῆς αὐτοπίστου, ἢ ἀπὸ τῶν προδεδειγμένων. αἱ δὲ ἐπὶ τὰς ἀρχάς, ἢ θετικαὶ τῶν ἀρχῶν εἰσὶν ἢ ἀναιρετικαί, ἀλλὰ θετικαὶ μὲν οὖσαι τῶν ἀρχῶν, ἀναλύσεις καλοῦνται. καὶ ταύταις αἱ συνθέσεις ἀντίκεινται. Δυνατὸν γὰρ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν ἐκείνων προελθεῖν εὐτάκτως ἐπὶ τὸ ζητούμενον καὶ τοῦτο ἐστὶ σύνθεσις. ἀναιρετικαὶ δὲ οὖσαι εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαὶ προσαγορεύονται. τὸ γὰρ τῶν ὁμολογουμένων τὶ καὶ ἐναργῶν ἀνατρέψαι, ταύτης ἔργον τῆς ἐφόδου, καὶ ἐστὶν ἐπὶ ταύτης συλλογισμός τις, ἀλλ' οὐχ ὁ αὐτός, ὥσπερ ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως. ἐν γὰρ ταῖς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαῖς, ἡ πλοκὴ κατὰ τὸν δεύτερον ἐστὶ τῶν ὑποθετικῶν. οἷον εἰ μὴ εἰσὶ τῶν ἴσας ἐχόντων γωνίας τριγώ-

νῶν αἱ ὑποτείνουσαι πλευραὶ τὰς ἴσας γωνίας ἴσαι, τὸ ὅλον ἴσόν ἐστι τῷ μέρει: ἀλλὰ τοῦτο ἀδύνατον. εἰσὶν ἄρα τῶν ἴσας ἐχόντων δύο γωνίας τριγώνων, αἱ ὑποτείνουσαι πλευραὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ αὐταὶ ἴσαι. τοσαῦτα καὶ περὶ τῆς παρὰ τοῖς γεωμέτραις εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγῆς.

ΤΕΛΟΣ ΤΩΝ ΜΑθηματικῶν.

ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΩΝ

ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΜΗΜΑ.

ΠΕΡΙ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΤΑΥΤΗΣ ΜΕΡΩΝ ΤΕ ΚΑΙ ἀρχῶν. Κεφάλαιον α.

Πρόκλος.



ΑΣΤΡΟΛΟΓΙΑ, Η ΚΑΙ ἀστρονομία λέγεται, ἐστὶν ἐπιστήμη ἡ περὶ τῶν κοσμικῶν κινήσεων, καὶ περὶ μεγεθῶν, καὶ σχημάτων τῶν οὐρανίων σωμάτων, καὶ φωτισμῶν, καὶ ἀποστάσεων τῶν ἀπὸ γῆς, καὶ τῶν τοιούτων ἁπάντων διαλαμβάνουσα, πολὺ μὲν ἀπολαύουσα τῆς αἰσθήσεως, πολὺ δὲ πρὸς τὴν φυσικὴν ἐπικοινωνοῦσα θεωρίαν.

Ταύτης δὲ μέρος ἐστὶ καὶ ἡ γνωμονικὴ περὶ τὴν τῶν ὡρῶν καταμέτρησιν ἀσχολουμένη, διὰ τῆς τῶν γνωμόνων θέσεως. καὶ μετεωροσκοπικὴ, τῶν τε ἐξαρμάτων τὰς διαφορὰς, καὶ τῶν ἄστρων τὰς ἀποστάσεις ἀνευρίσκου-

σα,

σι, καὶ πολλὰ ἄλλα καὶ ποικίλα τῶν κατ' ἀστρολογίαν θεωρημάτων ἀναδιδάσκουσι. καὶ ἡ διοπτρικὴ, τὰς ἀποχὰς ἡλίου καὶ σελήνης, καὶ τῶν ἄλλων ἄστρων καταμανθάνουσι διὰ τῶν τοιούτων ὀργάνων.

Δύο δὲ μέγιστα καὶ κυριώτατα ὑπάρχει, ἃ παρασκευάζει τὸ δι' ἀστρονομίας προγνωστικὸν τέλος. ἓν μὲν πρῶτον καὶ τάξει, καὶ δυνάμει, καθ' ὃ τοὺς γινομένους ἑκάστοτε σχηματισμοὺς τῶν κινήσεων ἡλίου καὶ σελήνης, καὶ τῶν ἀστέρων πρὸς ἀλλήλους τε καὶ τὴν γῆν καταλαμβανόμεθα. δεύτερον δὲ καθ' ὃ διὰ τῆς φυσικῆς τῶν σχηματισμῶν αὐτῶν ἰδιοτροπίας, τὰς ἀποτελουμένας μεταβολὰς τῶν ἐμπεριεχομένων ἐπισκεψόμεθα. περὶ μὲν οὖν τοῦ πρώτου, ὡς ἦν μάλιστα δυνατὸν, ἐν τῇ μεγάλῃ τοῦ Πτολεμαίου συντάξει ἀποδεικτικῶς εἴρηται, περὶ δὲ τοῦ δευτέρου ἐν τῇ αὐτοῦ τετραβίβλῳ. Πτολεμαῖος.

Καὶ ἐπεὶ πᾶν τὸ δυσκατάληπτον οἱ πολλοὶ διαβάλλουσιν, τούτων δὴ τῶν δύο καταλήψεων οἱ μὲν τὴν προτέραν διαβάλλοντες, τυφλοὶ παντελῶς εἰσιν, οἱ δὲ τὴν δευτέραν ἔχουσι πως ἀφορμήν. καὶ γὰρ, ὅπερ τινὲς οὐκ ἐδυνήθησαν καταλαβεῖν, τοῦτο καὶ τελείως ὑπε- Πρόκλος.

νόησαν

νόησιν ἀκατάληπτον, ἢ κἂν ἔγνωσάν τι πολλάκις, οὐκ ἐφύλαξαν ἐν τῇ μνήμῃ διὰ τὸ δυσφύλακτον, καὶ τοῦτο ἄχρηστον ἐνόμισαν.

Πτολεμαῖος. Τούτων οὕτως ὄντων, πειράσομαι νῦν ἐπισκέψασθαι τὸ πρῶτον, ὃ προηγεῖται τὸ τὴν καθόλου σχέσιν ἰδεῖν, ὅλης τῆς γῆς πρὸς ὅλον τὸν οὐρανόν: πρὶν εἰπεῖν τι περὶ τῆς κατὰ μέρος διδασκαλίας. προλαμβανομένη γὰρ ἡ τούτων θεωρία τὴν τῶν λοιπῶν ἐπίσκεψιν εὐοδωτέραν παρέχει.

Ἕκαστον δὲ τούτων πειρασόμεθα δεικνύειν ἀρχαῖς μὲν καὶ ὥσπερ θεμελίοις εἰς τὴν ἀνεύρεσιν χρώμενοι τοῖς ἐναργέσι καὶ φαινομένοις, καὶ ταῖς ἀδιστάκτοις τῶν τε παλαιῶν, καὶ τῶν καθ' ἡμᾶς τηρήσεων, τὰ δ' ἐφεξῆς τῶν καταλήψεων ἐφαρμόζοντες, διὰ τῶν ἐν ταῖς γραμμικαῖς ἐφόδοις ἀποδείξεων, καὶ διὰ τῶν ἐν τῇ λογιστικῇ πραγματείᾳ κανόνων καὶ ἐπιλογισμῶν.

Τὸ μὲν οὖν καθόλου τοιοῦτον ἂν εἴη προλαβεῖν, τίς ὁ κόσμος, καὶ τίνα αὐτοῦ μέρη οὐσιώδη, καὶ ὅτι σφαιροειδής ἐστιν ὁ οὐρανὸς, καὶ φέρεται σφαιροειδῶς, καὶ ὅτι ἡ γῆ τῷ μὲν σχήματι καὶ αὐτὴ σφαιροειδής ἐστι πρὸς αἴσθησιν καθ' ὅ-

λα

λα μέρη λαμβανομένη, τῇ δὲ θέσει μέση τοῦ παντὸς οὐρανοῦ κεῖται, κέντρῳ παραπλησίως: τῷ γὰρ μεγέθει, καὶ τῷ ἀποστήματι, σημείου λόγον ἔχει πρὸς τὴν τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων σφαῖραν, αὐτὴ μηδεμίαν μεταβατικὴν κίνησιν ποιουμένη. περὶ τούτων δὴ ἑκάστου τῆς ὑπομνήσεως ἕνεκεν, βραχέα διελευσόμεθα.

ΠΕΡΙ ΚΟΣΜΟΥ, ΚΑΙ ΤΙΝΑ ΑΥΤΟΥ ΜΕΡΗ οὐσιώδη. Κεφάλ. β.

Κόσμος ἐστὶ σύστημα ἐξ οὐρανοῦ, καὶ γῆς, καὶ τῶν ἐν τούτοις περιεχομένων φύσεων. καὶ ἄλλως λέγεται κόσμος εἶναι ἡ τῶν ὅλων τάξις τε καὶ διακόσμησις, ὑπό τε θεοῦ, καὶ διὰ θεὸν φυλαττομένη.

Διαιρεῖται γὰρ ὁ κόσμος εἰς τε τὸν αἰθέρα, ὁ καὶ οὐρανὸς καὶ πέμπτη οὐσία ἡ σφαῖρα, καὶ εἰς τὰ τέσσαρα στοιχεῖα, τὸ πῦρ, τὸν ἀέρα, τὸ ὕδωρ, καὶ τὴν γῆν. ἐν τῷ αἰθέρι, τά τε ἄστρα καὶ οἱ ἀστέρες εἰσίν. ἀστὴρ δὲ ἐστὶ σῶμα θεῖον οὐράνιον τῆς αὐτῆς μετειληφὸς οὐσίας τῷ, ἐν ᾧ ἐστὶ, τόπῳ, σῶμα λαμπρὸν, καὶ οὐδέποτε στάσιν ἔχον, ἀλλ' ἀεὶ φερόμενον κυκλικῶς. Ἀχιλλεὺς στατιός.

Καὶ

Καὶ ἄλλως. ἀστήρ ἐστι τὸ κατὰ μίαν γραφὴν περιορισζόμενον, ἢ εἰς ἀριθμῷ ὡς αὖ ὁ τοῦ κρόνου ἢ τοῦ ἑρμοῦ. ἄστρον δὲ τὸ ἐκ πολλῶν ἀστέρων σύστημα, ὡς ἡ ἀνδρόμεδα, ἢ ὁ κένταυρος.

Καὶ ἄλλως. Ἄστρον ἐστὶ τὸ ἐκ πολλῶν ἀστέρων μεμορφωμένον εἴδωλον. ὁ μὲν οὖν ἀστὴρ, καὶ ἄστρον, οὐκέτι δ᾽ ἀνάπαλιν. καλοῦσι δὲ ἰδίως καὶ κοινῶς τὰ ζώδια ἄστρα καὶ ἀστέρας.

Τῶν δὲ ἄστρων τὰ μὲν ἀπλανῆ καλεῖται, τὰ δὲ πλανώμενα. ἀπλανῆ μὲν τὰ κατὰ ἐπιφάνειαν τοῦ κόσμου κινούμενα ἀπλουστάτῃ κινήσει, καὶ διὰ παντὸς τοὺς αὐτοὺς τόπους τῷ οὐρανῷ κατέχοντα, καὶ τὴν αὐτὴν πρὸς ἄλληλα τάξιν ἔχοντα. πλανώμενα δέ ἐστιν ὅ, τε ἥλιος καὶ ἡ σελήνη, καὶ οἱ πέντε πλανῆται ἀστέρες. Τῶν τοίνυν ἀστέρων, οἱ μὲν ἐμπεπηγότες τῷ οὐρανῷ ὑπὸ τοῦ κόσμου στρεφόμενοι ἀπλανεῖς, οἱ δὲ τὴν ἐναντίαν φερόμενοι κίνησιν, πλανῆται λέγονται. αὐτοὶ δ᾽ ἑπτὰ εἰσὶν κατωτέρω τοῦ οὐρανοῦ καὶ τοῦ αἰθέρος περιδινούμενοι τὸν ἐναντίον τῇ τοῦ κόσμου στροφῇ δρόμον τρέχουσιν, ὥσπερ εἰ νεὼς εἰς βορεαν ἄνεμον φερομένης, ἐπιβάτης εἰς νότον παρ᾽ αὐτῇ τῇ νηὶ τρέχει.

Πρὸς

Πρὸς σύγκρισιν τοίνυν τῶν ἀπλανῶν οὕτως πλανῆται ἐκλήθησαν ἤτοι ἀπὸ τοῦ πλανᾷν ἡμῶν τὰς ὄψεις, καὶ γὰρ πλάγιοι φέρονται καὶ ἀναποδίζουσιν ἐνίοτε. ἐσθ᾽ ὅτε δὲ καὶ προσωτέρω χωροῦσιν. ἢ ἀπὸ τοῦ αὐτοὺς πλανᾶσθαι καὶ μὴ τὴν αὐτὴν τρέχειν ποιεῖσθαι τοῖς ἀπλανέσιν.

Ἄλλως. Τῶν δὲ ἀστέρων οἱ μὲν ἀπλανεῖς ἐναρήσασι τῷ οὐρανῷ, καὶ εἰσὶν ἀκίνητοι κατὰ τὸ ἴδιον λόγον. συμπεριφέρονται δὲ τῇ ῥύμῃ τοῦ οὐρανοῦ ἀεὶ κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὡσαύτως δύοντες καὶ ἀνατέλλοντες. Διὸ καὶ ἀπλανεῖς ἐκλήθησαν. ἄλλοι δ᾽ εἰσὶν ἑπτὰ ἀστέρες κατωτέρω τοῦ οὐρανοῦ, ἐν τῷ ἀέρι, καὶ ἰδίως, καὶ μετὰ τοῦ οὐρανοῦ κινούμενοι, οἵτινες τὴν ἰδίαν κίνησιν ἔχειν, καὶ μὴ ἀρηρέναι τῷ οὐρανῷ, ἀλλ᾽ ἐν τῷ αἰθέρι φέρεσθαι, οὔτε κατὰ τὰ αὐτὰ, οὔτε ὡσαύτως ἀνατέλλουσι. Διὸ πρὸς σύγκρισιν τῶν ἀπλανῶν, πλήνητες λέγονται. οἱ δὲ Πυθαγόρειοι οὐ μόνον τοὺς πλανήτας ἰδίαν κίνησιν ἔχειν φησὶν, ἀλλὰ καὶ τοὺς ἀπλανεῖς. οὕτω μέντοι κινεῖσθαι ὡς τρίπανον περιδινούμενον περὶ τὸν αὐτὸν τόπον.

Καίτοι τὸ μὲν τῶν ἀπλανῶν πλῆθος ἄπελθον ἐστὶν, ὅμως οἱ ἀστρόνομοι ἀστέρας ἐπαριθμοῦσιν ακϛ. πολλῷ διαφέροντας ἀλλήλων τε καὶ τῶν πλανητῶν, καὶ καταστηρίζουσιν αὐτοὺς εἰς

ζώδια

ζώδια ἢ μορφώματα μή. ἃ δὲ διαιρεῖται εἰς μέρη τρία. τὰ μὲν γὰρ αὐτῶν ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου κεῖται, τὰ δ' ἐστὶ βόρεια, τὰ δὲ νότια.

Πρόκλος. Τὰ μὲν οὖν τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου ἄστρα λέγεται ζώδια καὶ δωδεκατημόρια, καὶ ἐστὶ τάδε. Κριὸς, ταῦρος, δίδυμοι, καρκίνος, λέων, παρθένος, ζυγὸς ἢ χηλαί, σκορπίος, τοξότης, αἰγόκερως, ὑδροχόος, ἰχθύες.

Βόρεια δὲ τὸν ἀριθμὸν κα. ἃ δεξιά τε καὶ ἄνω ἐν ὕψει μᾶλλον ὑπάρχοντα. ἡ μικρὰ ἄρκτος, ἡ μεγάλη ἄρκτος, δράκων ὁ διὰ τῶν ἄρκτων, κηφεὺς, βοώτης, ἢ ἀρκτόφυλαξ, στέφανος βόρειος, ἐν γόνασιν, ἢ ἡρακλῆς, λύρα, ὄρνις, κασσιέπεια, περσεὺς, ἡνίοχος, ὀφιοῦχος, ὄφις, οἰστὸς, ἀετὸς, δελφὶς, προτομὴ ἵππου, ἵππος, ἀνδρόμεδα, δελτωτόν.

Τὰ δὲ νότια προσαγορευόμενα, ἀριθμὸν ιε. ἃ καὶ εὐώνυμά τε καὶ κάτω, ἐστὶ τάδε: Ὠρίων, προκύων, κύων, λαγὼς, ἀργὼ, ὕδρα, κρατὴρ, κόραξ, κένταυρος, θηρίον, ὃ κρατεῖ ὁ κένταυρος, θυμιατήριον, νότιος ἰχθὺς, κῆτος, ἐρίδανος ποταμὸς, νότιος, στέφανος.

Εἰσὶ δέ τινες ἀστέρες ἐν τοῖς ἀστερισμοῖς τού-

τοις,

τοις, οἱ διὰ τὰς ἐπ' αὐτοῖς γινομένας ἐπισημασίας, ἰδίας προσηγορίας ἠξιωμένοι. οἱ μὲν γὰρ ἐπὶ τοῦ ταύρου ἐπὶ τοῦ νότου αὐτοῦ κείμενοι ἀστέρες τὸν ἀριθμὸν ἓξ καλοῦνται πλειάδες. οἱ δὲ ἐπὶ τοῦ βουκράνου τοῦ ταύρου κείμενοι ἀστέρες τὸν ἀριθμὸν καὶ αὐτοὶ πέντε καλοῦνται ὑάδες, ὁ δὲ προηγούμενος τῶν ποδῶν τῶν διδύμων ἀστὴρ προσαγορεύεται πρόπους. οἱ δὲ ἐν τῷ καρκίνῳ νεφελοειδεῖ συστροφῇ ἐοικότες καλοῦνται φάτνη. οἱ δὲ πλησίον αὐτῆς δύο ἀστέρες κείμενοι ὄνοι προσαγορεύονται. ὁ δ' ἐν τῇ καρδίᾳ τοῦ λέοντος κείμενος λαμπρὸς ἀστὴρ ὁμωνύμως τῷ τόπῳ, ἐφ' οὗ κεῖται, καρδία τοῦ λέοντος προσαγορεύεται, ὑπὸ δέ τινων βασιλίσκος καλεῖται, ὅτι δοκοῦσιν οἱ περὶ τὸν τόπον τοῦτον γινόμενοι βασιλικὸν ἔχειν τὸ γενέθλιον. ὁ δ' ἐν ἄκρᾳ τῇ ἀριστερᾷ χειρὶ τῆς παρθένου κείμενος λαμπρὸς ἀστὴρ στάχυς προσαγορεύεται. ὁ δὲ παρὰ τὴν δεξιὰν τῆς παρθένου πτέρυγα κείμενος ἀστερίσκος προτρυγητὴς ὀνομάζεται. οἱ δ' ἐν ἄκρᾳ τῇ δεξιᾷ χειρὶ τοῦ ὑδροχόου τέσσαρες ἀστέρες κάλπη καλοῦνται, οἱ δὲ ἀπὸ τῶν οὐραίων μερῶν τῶν ἰχθύων, κατὰ τὸ ἑξῆς κείμενοι ἀστέρες, λίνοι προσαγορεύονται. εἰσὶ δ' ἐν

μὲν τῷ νοτίῳ λίνῳ ἀστέρες θ. ἐν δὲ τῷ βορείῳ λίνῳ ε. ὁ δ' ἐν ἄκρῳ τῷ λίνῳ κείμενος λαμπρὸς ἀστήρ, σύνδεσμος προσαγορεύεται.

Πάλιν καὶ ἐν τοῖς βορείοις ἀστέρες τινὲς ἰδίας προσηγορίας ἔχουσι διὰ τὰς ὁλοσχερεῖς ἐπ' αὐτοῖς γινομένας ἐπισημασίας. ὁ μὲν γὰρ ἀνὰ μέσον τῶν σκελῶν τοῦ ἀρκτοφύλακος κείμενος ἐπίσημος ἀστὴρ ἀρκτοῦρος ὀνομάζεται. ὁ δὲ παρὰ τὴν λύραν κείμενος λαμπρὸς ἀστὴρ ὁμωνύμως ὅλῳ τῷ ζωδίῳ λύρα προσαγορεύεται. οἱ δ' ἐν ἀριστερᾷ χειρὶ τοῦ περσέως κείμενοι ἀστέρες γοργόνιοι καλοῦνται. οἱ δ' ἐν ἄκρᾳ τῇ δεξιᾷ χειρὶ τοῦ περσέως κείμενοι ἀστερίσκοι πυκνοὶ καὶ μικροὶ, εἰς τὴν ἅρπην κατηστερίζονται. ὁ δ' ἐν τῷ εὐωνύμῳ ὤμῳ τοῦ ἡνιόχου κείμενος λαμπρὸς ἀστὴρ, αἲξ προσαγορεύεται. οἱ δ' ἐν ἄκρᾳ τῇ αὐτῇ χειρὶ ἀστερίσκοι δύο ἔριφοι καλοῦνται.

Ἔτι δ' ἐν τοῖς νοτίοις τινὲς ἀστέρες ἰδίας προσηγορίας ἔχουσι. ὁ μὲν γὰρ ἐν τῷ προκύονι ὢν λαμπρὸς ἀστὴρ προκύων καλεῖται, ὁ δ' ἐν τῷ στόματι τοῦ κυνὸς λαμπρὸς ἀστὴρ, ὃς δοκεῖ τὴν ἐπίτασιν τῶν καυμάτων ποιεῖν ὁμωνύμως ὅλῳ τῷ ζωδίῳ, κύων προσαγορεύεται. ὁ

δ' ἐν

δ' ἐν ἄκρῳ τῷ πηδαλίῳ τῆς ἀργοῦς κείμενος λαμπρὸς ἀστὴρ κάνωβος ὀνομάζεται.

Χρὴ δὲ καὶ τοῦτο εἰδέναι, ὅτι οὐδὲ κηφεὺς, οὔτε κασσιέπεια, οὔτε ἀνδρόμεδα ἐστὶν ἐν οὐρανῷ. γέλοιον γὰρ ὑπονοεῖν πρὸ τούτων ἀκατάστερον τὸν οὐρανόν. ἀεὶ γὰρ ἦσαν ἀστέρες, καὶ πρὸ περσέως, καὶ ὠρίωνος, διὸ καὶ ἐν διαφόροις ἔθνεσι διάφορα καὶ τὰ ὀνόματα τῶν ἄστρων ἐστὶν εὑρεῖν. Ἀχιλλεὺς στατιός.

Ἐν γοῦν τῇ τῶν Αἰγυπτίων σφαίρᾳ οὔτε ὁ δράκων ἐστὶ νομιζόμενος ἢ ὀνομαζόμενος, οὔτε ἄρκτοι, οὔτε κηφεὺς, ἀλλ' ἕτερα σχήματα εἰδώλων, καὶ ὀνόματα τεθημένα. οὕτω καὶ ἐν τῇ τῶν Χαλδαίων. Ἕλληνες δὲ ταῦτα τὰ ὀνόματα ἔθεντο τοῖς ἄστροις ἀπὸ ἐπισήμων ἡρώων, πρὸς τὸ εὐκατάληπτα εἶναι καὶ εὔγνωστα. ἀνώνυμα γὰρ ὄντα πολλὴν παρεῖχε ταραχὴν τοῖς περὶ ταῦτα σπουδάζουσι. περὶ πολλοῦ δὲ μάλιστα τούτων τὴν γνῶσιν ἐποιοῦντο εἰδέναι οἱ περὶ γεωργίαν, καὶ ναυτιλίαν τὸν βίον ἔχοντες. ἐκ γὰρ τῶν ἀνατολῶν, καὶ τῶν δύσεων αὐτῶν, τὸν καιρὸν τοῦ πλοῦ, καὶ τοῦ τρυγητοῦ ἐσημειοῦντο.

Τὰ δ' αὖ πλανώμενα ἄδηλον μὲν εἰ καὶ πλείω ἐστίν· ἑπτὰ δ' ὑπὸ τὴν ἡμετέραν γνῶσιν ἐλήλυθεν, ὧν τὰ ὀνόματα διαφόρως ἐκλήθη

σιν. Αἰγυπτίοις γὰρ καὶ ἕλλησι τοῦ κρόνου ὁ ἀστὴρ, καί τοι ἀμαυρότατος ὤν, Φαίνων λέγεται. ἀλλὰ παρ' ἕλλησι μὲν κατὰ τὸ εὔφημον λέγεται οὕτω, παρὰ δὲ αἰγυπτίοις νεμέσεως ἀστὴρ, δεύτερος ὁ τοῦ διὸς καθ' ἕλληνας Φαέθων, κατὰ δὲ αἰγυπτίους ὀσίριδος ἀστὴρ, τρίτος ὁ τοῦ ἄρεως παρὰ μὲν ἕλλησι πυρόεις, παρὰ δὲ αἰγυπτίοις ἡρακλέους ἀστὴρ, τέταρτος ὁ ἥλιος, πέμπτος ὁ τῆς ἀφροδίτης, παρὰ μὲν ἕλλησιν ἑωσφόρος, ἕκτος ὁ τοῦ ἑρμοῦ ἀστὴρ καλεῖται ὃ παρὰ μὲν ἕλλησιν στίλβων, παρὰ δὲ αἰγυπτίοις Ἀπόλλωνος ἀστὴρ. ἕβδομος δὲ, ὁ τῆς σελήνης.

Τελευταίως καὶ τοῦτο χρὴ γνῶναι, ὅτι οἱ ἀστρόνομοι ζώνας καὶ σφαίρας τινὰς διδόασι, δι' ὧν φέρονται οἱ ἀστέρες ἀπλανεῖς τε καὶ πλανῆται, μίαν ὑπὸ μίαν τιθέμενοι. καὶ τὴν ἀνωτάτω εἶναι φασὶν τὴν τῶν ἀπλανῶν σφαῖραν, τὴν δὲ μετὰ ταύτην ἔχειν τὸν τοῦ κρόνου, δευτέραν τὸν τοῦ διὸς, τρίτην τὸν τοῦ ἄρεος, τετάρτην τὸν τοῦ ἡλίου, ἕκτην τὸν τῆς ἀφροδίτης, ἑβδόμην τὸν τοῦ ἑρμοῦ, ὀγδόην τὸν τῆς σελήνης.

Εἰσὶ μὲν οὖν καὶ ἄλλοι τινὲς οἱ περὶ ταῦτα δει-

νοὶ, τιθέντες δέκα σφαίρας, καὶ ποιοῦντες τὴν ἀνωτάτην τὴν πρώτην σφαῖραν ἢ δεκάτην, εἶτα τὴν ἐννάτην, ἄναστρον, καὶ μετὰ ταύτην τὴν τῶν ἀπλανῶν σφαῖραν, καὶ τὰς τῶν πλανητῶν ἑπτὰ ζώνας.

Επειδὴ δὲ εἴπομεν καθυποβεβηκέναι τοὺς ἀστέρας τοὺς πλανήτας τῶν ἐπάνω: καὶ τὴν ἀνωτάτω ζώνην ἔχειν τὸν τοῦ κρόνου: τὴν δὲ μετὰ ταύτην τὸν τοῦ διός: τὴν δὲ τρίτην τὸν τοῦ ἄρεος, καὶ καθεξῆς τῶν ἄλλων: ἴσως ἂν ζητήσειέν τις, πῶς φαμὲν εἰ οὕτω τύχοιεν κρόνον καὶ ἥλιον ἐν κριῷ εἶναι, ἢ σελήνην καὶ δία ἐν ταύρῳ: ἢ ἄλλους τινὰς ἀστέρας συνοδεύοντας: ὁπότε μὴ εἰσὶν ἐν τῷ αὐτῷ ὕψει φερόμενοι. Λεκτέον δή, ὅτι ὑπ' ἀλλήλους ὄντες, τότε συνόδους ποιοῦσι, ὅταν κατὰ κάθετον ἀλλήλων γένωνται.

ΟΤΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΗΣ ΩΝ Ο ΟΥΡΑΝΟΣ, ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΩΣ φέρεται. Κεφάλαιον γ.

Σχῆμα δὲ τὸν κόσμον καὶ τὸν οὐρανόν τε καὶ τὰ ἐν αὐτῷ, σφαίρας ἔχειν δῆλον ἐστὶ ἐκ Πτολεμαῖος.

τοῦ, τοῦ τε χρόνους τε καὶ τοῦ τῶν ἀνατολῶν καὶ δύσεων τόπους τεταγμένως καὶ ὁμοίως ὡς ἐπὶ πᾶν ἀνταποδίδοσθαι. μάλιστα δὲ τοὺς παλαιοὺς ἦχθαι εἰς τὴν σφαιρικὴν ἔννοιαν, ἡ τῶν ἀεὶ φανερῶν ἀστέρων περιστροφὴ κυκλοτερὴς θεωρουμένη, καὶ περὶ κέντρον ἓν, καὶ τὸ αὐτὸ περιπολουμένη.

Προσήγετο δ' εἰς τὴν σφαιρικὴν ἔννοιαν καὶ τὰ τοιαῦτα· τότε μὴ δύνασθαι κατ' ἄλλην ὑπόθεσιν τὰς τῶν ὡροσκοπιῶν κατασκευὰς συμφωνεῖν, ἢ μόνην ταύτην· καὶ ὅτι τῆς τῶν οὐρανίων φορᾶς ἀκωλύτου τε καὶ εὐκινητοτάτης ἁπάσης οὔσης, καὶ τῶν σχημάτων εὐκινητότατον ὑπάρχει τῶν μὲν ἐπιπέδων τὸ κυκλικὸν, τῶν δὲ στερεῶν τὸ σφαιρικόν. ὡσαύτως δὲ ὅτι τῶν ἴσην περίμετρον ἐχόντων σχημάτων διαφόρων, ἐπειδὴ μείζονα ἐστὶ τὰ πολυγωνιώτερα, τῶν μὲν ἐπιπέδων ὁ κύκλος γίνεται μείζων, τῶν δὲ στερεῶν ἡ σφαῖρα, μείζων δὲ καὶ ὁ οὐρανὸς τῶν ἄλλων σωμάτων.

Οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ ἀπὸ φυσικῶν τινων ἐστὶν ὁρμηθῆναι πρὸς τὴν τοιαύτην ἐπιβολὴν, οἷον ὅτι τῶν σωμάτων πάντων λεπτομερέστερος καὶ ὁμοιομερέστερος ἐστὶν ὁ αἰθὴρ, τῶν δ' ὁμοιομερῶν,

μερῶν, ὁμοιομερεῖς αἱ ἐπιφάνειαι, ὁμοιομε-
ρεῖς δ' ἐπιφάνειαι μόναι ἥτε κυκλοτερὴς ἐν
τοῖς ἐπιπέδοις, καὶ ἐν τοῖς στερεοῖς ἡ σφαιρική.

Τοῦ δὲ αἰθέρος μὴ ὄντος ἐπιπέδου, ἀλλὰ
στερεοῦ, καταλείπεται αὐτὸν εἶναι σφαιροειδῆ.
καὶ ὁμοίως ὅτι ἡ φύσις τὰ σώματα πάντα τὰ
μὲν ἐπίγεια καὶ φθαρτὰ ὅλως ἐκ περιφερῶν
ἀνομοιομερῶν μέντοι σχημάτων συνεστήσατο,
τὰ δ' ἐν τῷ αἰθέρι καὶ θεῖα πάντα πάλιν ἐξ ὁ-
μοιομερῶν, καὶ σφαιρικῶν, ἐπεὶ γὰρ ἐπίπεδα
ὄντα ἢ δισκοειδῆ οὐκ ἂν πᾶσι τοῖς ἐκ διαφό-
ρων τῆς γῆς τόπων ὑπὸ τὸν αὐτὸν χρόνον ὁ-
ρῶσι κυκλικὸν ἀνεφαίνετο σχῆμα. διὰ τοῦτο
δ' εὔλογον εἶναι καὶ τὸν περιέχοντα αὐτὰ αἰθέ-
ρα τῆς ὁμοίας ὄντα φύσεως σφαιροειδῆ τε εἶ-
ναι καὶ τὴν ὁμοιομέρειαν ἐγκυκλικῶς τε φέρε-
σθαι καὶ ὁμαλῶς.

Ἔτι δὲ τοῦτο δῆλον, σφαίρας ἐνδέχεσθαι σχῆ-
μα ἔχειν τοῦ οὐρανοῦ καὶ τὰ ἐν αὐτῷ, ἐκ τοῦ εἶναι
ἓξ ζώδια ὑπὸ γῆν, καὶ ἓξ ὑπὲρ γῆν. ἐπ' οὐδε-
νὸς δ' ἄλλου σχήματος ἡ τοιαύτη εὐταξία τε καὶ
περιφορὰ γίνεται, ἢ ἐπὶ τοῦ σφαιρικοῦ. τὸ τοί-
νυν σφαιροειδὲς σχῆμα διδόασι τῷ κόσμῳ. Ἀχιλλεὺς
σφαῖρα μὲν γὰρ ὁ οὐρανός, σφαιροειδὴς δὲ ἡ γῆ. στατιός.

διαφέρει δ' ἑκάτερα ᾗ τὸ μὲν σφαιροειδὲς σχῆμα καὶ ἐξοχὰς ἔχει καὶ κοιλότητας, τὸ δὲ τῆς σφαίρας πανταχόθεν ἴσον, καὶ ἀπὸ τοῦ μέσου κέντρου ἐκβαλλομένας εὐθείας, εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ἴσας ἔχον. ἔστιν οὖν ὁ οὐρανὸς σφαῖρα, ὅθεν καὶ τὴν κύκλῳ φορὰν ποιεῖται.

Πτολεμαῖος. Διὰ μόνα τοίνυν τὰ τοιαῦτα τὴν προειρημένην ἔννοιαν οἱ παλαιοὶ ἔλαβον. ἤδη δὲ κατὰ τὴν ἐφεξῆς θεωρίαν, καὶ τὰ λοιπὰ τούτοις ἀκόλουθα κατανοῆσαι πάντων ἁπλῶς τῶν φαινομένων ταῖς ἑτεροδόξοις ἐννοίαις ἀντιμαρτυρούντων. φέρε εἴ τις ὑποτίθετο τὴν τῶν ἀστέρων φορὰν ἐπ' εὐθείας γινομένην ἐπ' ἄπειρον φέρεσθαι, οὕτω καὶ τὸ ἀνάπτεσθαί τε αὐτὰ ἐκ τῆς γῆς, καὶ πάλιν εἰς ταύτην ἀποσβέννυσθαι τῶν ἀλογωτάτων ἂν φανείη παντελῶς.

Συνελόντι δ' εἰπεῖν κἂν ὁποῖόν τις ἄλλο σχῆμα τῆς τῶν οὐρανίων φορᾶς ὑποτίθεται, πλὴν τοῦ σφαιροειδοῦς: ἀνίσους ἀνάγκη γίγνεσθαι τὰς ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὰ μέρη τῶν μετεώρων ἀποστάσεις, ὅπου ἂν αὐτὴ καὶ ὡς ἂν ὑποκέηται. ὥστε ὀφείλειν καὶ τά τε μεγέθη, καὶ τὰ πρὸς ἀλλήλους διαστήματα τῶν ἀστέρων ἄνισα φαίνεσθαι τοῖς αὐτοῖς καθ' ἑκάστην περιφορὰν, ὡς ἂν ποτὲ μὲν

ἐπὶ

ἐπὶ μεῖζον, ποτὲ δ' ἐπὶ ἧττον γιγνόμενα διαστήματος. ὅπερ οὐχ ὁρᾶται συμβαῖνον. ἀλλὰ γὰρ καὶ τὸ πρὸς τοῖς ὁρίζουσι μείζονα τὰ μεγέθη φαίνεσθαι, οὐχ ἡ ἀπόστασις ἐλάττων οὖσα ποιεῖ, ἀλλ' ἡ τοῦ ὑγροῦ, τοῦ περιέχοντος τὴν γῆν ἀναθυμίασις, μεταξὺ τῆς τε ὄψεως ἡμῶν, καὶ αὐτῶν γιγνομένη. καθάπερ καὶ τὰ εἰς ὕδωρ ἐμβληθέντα μείζονα φαίνεται, καὶ ὅσῳ κατωτέρω χωρῇ, τοσούτῳ μείζονα.

ΟΤΙ ΚΑΙ Η ΓΗ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΗΣ ΕΣΤΙ ΠΡΟΣ ΑΙΣΘΗΣΙΝ ΩΣ ΚΑΘ' ΟΛΑ τὰ μέρη, καὶ μέση τοῦ οὐρανοῦ, σημείου λόγον ἔχει πρὸς τὰ οὐράνια, καὶ ὅτι μηδεμίαν ἥντινα κίνησιν μεταβατικὴν ποιεῖται.

Κεφαλ. δ.

Ἐπειδὴ τοίνυν δέδεικται, ὅτι σφαιρικῷ σχήματι ὁ σύμπας κέχρηται κόσμος, ἑξῆς ἐπιδείξομεν, ὅτι τὸ στερεώτατον αὐτοῦ καὶ πυκνότατον μέρος ἡ γῆ σφαιρικῷ κέχρηται τῷ σχήματι. πλείους τοίνυν διαφοραὶ περὶ τοῦ κατὰ γῆν σχήματος παρὰ τοῖς παλαιοτέροις τῶν φυσικῶν γεγόνασιν: ἀλλὰ οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων πάντες, καὶ οἱ πλείους τῶν ἀπὸ τοῦ Σω= Κλεομήδης.

κεαλικοῦ διδασκαλείου σφαιρικὸν εἶναι τὸ σχῆμα τῆς γῆς διεβεβαιώσαντο. ἑτέρου γὰρ σχήματος οὐκ ἂν εὐφυῶς προσαφθέντος αὐτῇ, ἀναγκαίως ἂν τὸ τοιοῦτον διεζευγμένον ἀληθῶς γένοιτο, ἤτοι πλατεῖα καὶ ἐπίπεδος ἡ γῆ ἐστιν, ἢ κοίλη καὶ βαθεῖα, ἢ τετράγωνος, ἢ πυραμοειδὴς, ἢ σφαιρικὴ τῷ σχήματι.

Τιθέντες οὖν ὡς ἀληθὲς τοῦτο τὸ διεζευγμένον κατὰ τὸν καλούμενον παρὰ τοῖς διαλεκτικοῖς διὰ πλειόνων πέμπτον ἀναπόδεικτον περιϊόντες, δείξομεν ὅτι σφαιρικὸν ἔχει τὸ σχῆμα ἡ γῆ. φήσομεν γὰρ, ἀλλὰ μὴν οὔτε πλατεῖα ἐστὶν, οὔτε κοίλη, οὔτε τετράγωνος, οὔτε πυραμοειδὴς, ὥστε σφαιρικὴν αὐτὴν εἶναι ἀναγκαιότατον ἐστὶν. πρῶτον μὲν γὰρ μεταπίπτουσιν ἐπ' αὐτῆς οἱ ὁρίζοντες, ἔπειτα δὲ οὐ τὰ αὐτὰ παρὰ πᾶσιν ἄστρα θεωρεῖται πρὸς ἄρκτον καὶ μεσημβρίαν οὐδὲ τὸ τοῦ πόλου ὕψος, οὐδὲ τὰ μεγέθη τῶν ἡμερῶν τε καὶ νυκτῶν. ἅπερ ἅπαντα δεικνύουσι σαφῶς, ὅτι σφαιρικόν ἐστι τὸ τῆς γῆς σχῆμα. ἐν ἑτέρῳ γὰρ σχήματι οὐδὲν τῶν φαινομένων γίνεσθαι δυνατὸν, ἀλλ' ἐπὶ μόνης σφαίρας ἐπιφαίνεσθαι τὰ τοιαῦτα τῶν συμπτωμάτων δυνατὸν. καὶ μὲν ὁπόταν ἐν πε-

λάγει

λάγει γῆ πελάζειν μέλλωμεν, πρώτοις ταῖς ἀκρωρείαις ἡ ὄψις ἐντυγχάνει, τὰ δ᾽ ἄλλα ὑπὸ τῆς τοῦ ὕδατος κυρτότητος ἐπιπροσθεῖται. Ἐπειδὰ κατὰ τὴν πορείαν ὑπερτιθέμενοι τὰ κυρτώματα, καὶ ταῖς λαγόσι τῶν ὀρῶν ἐντυγχάνομεν καὶ τοῖς πρόποσιν, καὶ ἐν αὐτοῖς μέν τοι τοῖς πλοίοις, ὁπόσα μέρη οὐχ ὁρᾶται ἀπὸ τῶν καταστρωμάτων, καὶ ἐν κοίλοις νεώς, ταῦτα ἐπὶ τοῦ ἱστοῦ ἀνιόντες καὶ τὰ ἐπιπροσθοῦντα τῶν κυρτωμάτων ὑπερτιθέμενοι πολλάκις ὁρᾶν εἰώθασιν.

Καὶ νεὼς δ᾽ ἀπὸ γῆς ἰούσης πρῶτον τὰ σκάφη ἀποκρύπτεται, ἔτι τῶν περὶ τὸν ἱστὸν ὁρωμένων, καὶ ὁπότε ἐκ θαλάττης γῆ πελάζει, ὁμοίως πρῶτον ὁρᾶται τὰ ἱστία, τὰ δὲ σκάφη ἔτι ἐπιπροσθεῖται ὑπὸ τῆς περὶ τὸ ὕδωρ κυρτότητος. ἃ περ ἅπαντα μονονοῦ γραμμικαῖς ἀποδείξεσιν ἐφάνη. διότι σφαιρικόν ἐστι τὸ τῆς γῆς σχῆμα.

Ὅτι δὲ ἡ γῆ ὑπὸ τοῦ κόσμου περιεχομένη αὐτὸ τὸ μεσαίτατον ἐπέχει αὐτοῦ, πάλιν ἀπὸ τῆς ἐφόδου τῆς κατὰ τὸν διὰ πλειόνων πέμπτον ἀναπόδεικτον ὁρώμενοι παραστήσομεν. τὸ γὰρ τοιοῦτον διεζευγμένον καὶ ἀληθὲς, καὶ ἀναγκαῖ-

ου. ἡ γῆ ἐμπεριεχομένη τῷ κόσμῳ, ἤτοι πρὸς ἀνατολῇ ἐστὶν, ἢ πρὸς δύσει, ἢ πρὸς ἄρκτῳ, ἢ πρὸς μεσημβρίᾳ, ἢ ὑψηλοτέρα, ἢ ταπεινοτέρα τοῦ μέσου, ἢ αὐτὴ τὸ μεσαίτατον ἐπέχει, καὶ πρὸς τούτοις καὶ βαρυτάτη τῶν ἐν τῷ κόσμῳ σωμάτων οὖσα. οὐδὲν δὲ τῶν πρώτων. τὸ τελευταῖον οὖν ἀληθὲς, τοῦτ' ἐστὶ τὸ μεσαίτατον τοῦ κόσμου ἐπέχει, καὶ τὸ κατώτατον ἐπέχειν ὀφειλοῦσαν, ὅπερ ταυτὸν τῷ μεσαιτάτῳ ἐστίν.

Ἀλλὰ μὴν ὅτι καὶ σημείου λόγον ἔχει πρὸς αἴσθησιν ἡ γῆ πρὸς τὸ μέχρι τῆς τῶν ἀπλανῶν καλουμένων σφαίρας ἀπόστημα, μέγα μὲν τεκμήριον τὸ ἀπὸ πάντων αὐτῆς τῶν μερῶν τά τε μεγέθη, καὶ τὰ διαστήματα τῶν ἄστρων κατὰ τοὺς αὐτοὺς χρόνους ἴσα καὶ ὅμοια φαίνεσθαι πανταχῇ. καθάπερ καὶ ἀπὸ διαφόρων κλιμάτων ἐπὶ τῶν αὐτῶν τηρήσεις οὐδὲ τοὐλάχιστον εὑρίσκονται διαφωνοῦσαι. οὐ μὴν ἀλλὰ κἀκεῖνο παραληπτέον τὸ τοὺς γνώμονας τοὺς ἐν ᾡδήποτε μέρει τῆς γῆς τιθεμένους, ἔτι δὲ τὰ τῶν κρικωτῶν σφαιρῶν κέντρα τὸ αὐτὸ δύνασθαι τῷ κατ' ἀλήθειαν τῆς γῆς κέντρῳ, καὶ διασώζειν τὰς διοπτεύσεις, καὶ τὰς τῶν σκιῶν περιαγωγὰς, οὕτως ὁμολόγους ταῖς ὑποθέσεσι τῶν φαινομένων,

νομένων,

νομένων, ὡς ἂν εἰ διὰ αὐτοῦ τοῦ τῆς γῆς μέσου σημείου γινόμεναι ἐτύγχανεν.

Ἐναργὲς δὲ σημεῖον τοῦ ταῦθ' οὕτως ἔχειν, καὶ τὸ πανταχῆ τὰ διὰ τῶν ὄψεων ἐκβαλλόμενα ἐπίπεδα, ἃ καλοῦμεν ὁρίζοντας, διχοτομεῖν πάντοτε τὴν ὅλην σφαῖραν τοῦ οὐρανοῦ. ὅπερ οὐκ ἂν συνέβαινεν, εἰ τὸ μέγεθος τῆς γῆς αἰσθητὸν ἦν, πρὸς τὴν τῶν οὐρανίων ἀπόστασιν, ἀλλὰ μόνον μὲν ἂν τὸ διὰ τοῦ κατὰ τὸ κέντρον τῆς γῆς σημείου διεκβαλλόμενον ἐπίπεδον διχοτομεῖν ἠδύνατο τὴν σφαῖραν. τὰ δὲ διὰ τῆς δηποτοῦν ἐπιφανείας τῆς γῆς μείζονα ἂν πάντοτε τὰ ὑπὸ γῆν ἐποίει τμήματα τῶν ὑπὲρ γῆν.

Κατὰ τὰ αὐτὰ δὲ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται διότι μηδ' ἥντινοῦν κίνησιν εἰς τὰ πλάγια μέρη τὴν γῆν οἷόν τε ποιεῖσθαι, ἢ ὅλως μεθίστασθαί ποτε τοῦ κατὰ τὸ κέντρον τόπου. τὰ αὐτὰ γὰρ συνέβαινεν ἄν, ἅπερ εἰ καὶ τὴν θέσιν ἄλλην παρὰ τὸ μέσον ἔχουσα ἐτύγχανεν.

ΟΤΙ ΔΥΟ ΔΙΑΦΟΡΑΙ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΕΙΣΙΝ ΕΝ ΤΩ οὐρανῷ, Κεφάλαιον ε̄.

Ταύτας

Πτολεμαῖος.

Ταύτας μὲν δὴ τὰς ὑποθέσεις ἀναγκαίως προλαμβανομένας εἰς τὰς κατὰ μέρος παραδόσεις, καὶ τὰς ταύταις ἀκολουθούσας, ἀρκέσει, καὶ μέχρι τῶν τοσούτων ὡς ἐν κεφαλαίοις ὑποτετυπῶσθαι βεβαιωθησομένας τε καὶ ἐπιμαρτυρηθησομένας τελέον, ἐξ αὐτῆς τῆς τῶν ἀκολούθως καὶ ἐφεξῆς ἀποδειχθησομένων πρὸς τὰ φαινόμενα συμφωνίας, πρὸς δὲ τούτοις ἔτι κἀκεῖνο τῶν καθόλου τις ἂν ἡγήσαιτο δικαίως προλαβεῖν, ὅτι δύο διαφοραὶ τῶν πρώτων κινήσεών εἰσιν ἐν τῷ οὐρανῷ, μία μὲν ὑφ' ἧς φέρεται πάντ' ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς ἀεὶ ὡσαύτως καὶ ἰσοταχῶς ποιουμένης τὴν περιαγωγὴν κατὰ παραλλήλων ἀλλήλοις κύκλων, τῶν γραφομένων δηλονότι τοῖς ταύτης τῆς πάντα ὁμαλῶς περιαγούσης σφαίρας πόλοις. ὧν ὁ μέγιστος κύκλος ἰσημερινὸς καλεῖται, διὰ τὸ μόνον αὐτὸν ὑπὸ μεγίστου ὄντος τοῦ ὁρίζοντος δίχα πάντοτε διαιρεῖσθαι, καὶ τὴν κατ' αὐτὸν γιγνομένην τοῦ ἡλίου περιστροφὴν ἰσημερίαν πρὸς αἴσθησιν πανταχοῦ ποιεῖν, ἡ δ' ἑτέρα, καθ' ἣν αἱ τῶν ἀστέρων σφαῖραι κατὰ τὰ ἐναντία τῇ προειρημένῃ φορᾷ ποιοῦνταί τινας μετακινήσεις περὶ πόλους ἑτέρους, καὶ οὐ τοὺς αὐ-

τοὺς

τοῦ τῆς πρώτης περιαγωγῆς.

Καὶ ταῦτα δ' οὕτως ἔχειν ὑποτιθέμεθα διὰ τὸ ἐκ μὲν τῆς κατὰ μίαν ἑκάστην ἡμέραν θεωρίας, πάντ' ἀπαξαπλῶς τὰ ἐν τῷ οὐρανῷ κατὰ τῶν ὁμοειδῶν καὶ παραλλήλων τῷ ἰσημερινῷ κύκλῳ τόπων πρὸς αἴσθησιν ὁρᾶσθαι ποιούμενα τάς τε ἀνατολὰς, καὶ τὰς μεσουρανήσεις, καὶ τὰς δύσεις, ἰδίου ὄντος τοῦ τοιούτου τῆς πρώτης φορᾶς. ἐκ δὲ τῆς ἐφεξῆς καὶ συνεχεστέρας παρατηρήσεως τὰ μὲν ἄλλα πάντα τῶν ἄστρων διατηροῦντα φαίνεσθαι, καὶ τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ τὰ πρὸς τοὺς οἰκείους τῇ πρώτῃ φορᾷ τόπους ἐπὶ πλεῖστον ἰδιώματα τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην, καὶ τοὺς πλανωμένους ἀστέρας μεταβάσεις τινὰς ποιεῖσθαι ποικίλας μὲν καὶ ἀνίσους ἀλλήλαις, πάσας δὲ ὡς πρὸς τὴν καθόλου κίνησιν εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς, καὶ ὑπολειπόμενα μέρη τῶν συντηρούντων τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ ὥσπερ ὑπὸ μιᾶς σφαίρας περιαγομένων ἄστρων.

Φέρεται τοίνυν ὁ οὐρανὸς ἀπὸ τῶν ἀνατολικῶν ἐπὶ τὰς δυσμὰς, ὁ δὲ ἥλιος καὶ οἱ λοιποὶ πλάνητες τὴν ἐναντίαν τοῦτ' ἐστὶν ἀπὸ τῶν Ἀχιλλεὺς Στάτιος.

δυσμῶν

δυσμῶν ἐπὶ τὰς ἀνατολὰς, ὥστε διπλῆν εἶναι τὴν κίνησιν αὐτῶν καθάπερ ἐπὶ τρόχου εἰ τύχοι μύρμηξ ἕρπων ἔξωθεν περιφερείας τινὸς ἀπὸ δυσμῶν ἐπ' ἀνατολὰς τὴν ἐναντίαν τῷ τρόχῳ ποιούμενος πορείαν, συμβήσεται αὐτὸν ὑπὸ μὲν τῆς τοῦ τρόχου περιδινήσεως ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς ἄγεσθαι, ὑπὸ δὲ τῆς ἰδίας κινήσεως ἀπὸ δυσμῶν ἐπ' ἀνατολὰς, τὸν αὐτὸν τρόπον νόει ἐπὶ ἡλίου ἢ ἑτέρου τῶν πλανητῶν. ἔστω γὰρ τρόχος ὁ οὐρανὸς, ὁ δὲ ἥλιος ἢ πλανήτης ἀντὶ μύρμηκος. τὴν γὰρ δεῖξιν ταύτην ἐπ' αὐτῆς τῆς σφαίρας ἐστὶν ἰδεῖν.

Ἐὰν γὰρ ὑποθώμεθα πρῶτον ἀνατέλλειν κριὸν, καὶ τὸν ἥλιον ἐν τούτῳ εἶναι ἐπὶ ἡμέρας λ. τὴν μετάβασιν αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ κριοῦ εὑρίσκομεν εἰς τὸν ταῦρον γινομένην. ὃ δ' ἐστὶ μετὰ τὸν κριὸν. ἀπὸ τῶν δυτικῶν ἄρα μερῶν ἐπὶ τὰ ἀνατολικὰ ἀλλ' οὐκ ἀνάπαλιν ἀπὸ τῶν ἀνατολικῶν ἐπὶ τὰ δυτικὰ εὑρίσκομεν φερόμενον αὐτόν. δῆλον οὖν ὡς κινεῖται καὶ φέρεται κατὰ τὴν ἰδίαν κίνησιν ἀπὸ τῶν δυτικῶν ἐπὶ τὰ ἀνατολικὰ, ὅτε ἥλιος καὶ ἕτεροι πλανῆται.

Πεποίηκε

Πεποίηκε δὲ τοῦτο ὁ δημιουργὸς, ἵνα μὴ μετα-ρυμῆσαι φερόμενον τὸ πᾶν ἐπὶ προκλινησίαν τὴν κίνησιν ἔχον σφόδραν. ἀνθελκόμενον δὲ καὶ τῆς ἐν τόνου φορᾶς μειούμενον τῇ τῶν πλανητῶν πρὸς τοὐναντίον ὁλκῇ διὰ σταθεστέραν τῆς κινήσεως τὴν ὁρμὴν λαμβάνοι.

ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΩΝ

ΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟΝ ΤΜΗΜΑ.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΕΝ ΤΗ ΣΦΑΙΡΑ ΚΥΚΛΩΝ. ΚΕΦΑλαιον α.



ΜΕΝ ΟΥΝ ΟΛΟσχερὴς προδιάληψις ὡς ἐν κεφαλαίοις τοιαύτην ἂν ἔχοι τὴν ἔκθεσιν τῶν ὀφειλόντων προϋποκεῖσθαι, μέλλοντες δὲ ἄρχεσθαι τῶν κατὰ μέρος διδασκαλιῶν τὴν πρώτην ὑπαρ

χειν ἡγούμεθα ἧς διὰ καταλαμβάνεται τίνες εἰσὶν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλοι καὶ τίνα αὐτῶν ἀποτελέσματα διωρισμένα εἰς τὴν πρώτην τῆς ἀστρονομίας εἰσαγωγήν.

Πρόκλος. Τῶν τοίνυν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων καὶ πόλων καὶ ἀξόνων ὄντων ἀπείρων· ὅμως ια΄ μόνον καταγράφονται κύκλοι εἰς τὴν σφαῖραν· οὐ διὰ τὸ μόνον τούτους εἶναι ἐν τῷ κόσμῳ κύκλους παραλλήλους τε καὶ λοξούς, καὶ διὰ τῶν πόλων. ὁ γὰρ ἥλιος καθ' ἑκάστην ἡμέραν ὡς πρὸς αἴσθησιν κύκλον παράλληλον περιστρέφεται τοῦ ἰσημερινοῦ, κατὰ τὴν τοῦ κόσμου γινομένην περιστροφήν, ὥστε μεταξὺ τῶν τροπικῶν κύκλων ρπ΄ δὶς κύκλους παραλλήλους γράφεσθαι ὑπὸ τοῦ ἡλίου. τοσαῦται γὰρ ἡμέραι εἰσὶν αἱ μεταξὺ τῶν τροπῶν. φέρονται δὲ καὶ πάντες οἱ ἀστέρες ἐπὶ παραλλήλων κύκλων καθ' ἑκάστην ἡμέραν. οὐχὶ δὲ οὗτοι πάντες συγκαταγράφονται εἰς τὴν σφαῖραν, καίτοι πρὸς ἄλλας πραγματείας τῶν ἐν τῇ ἀστρολογίᾳ πολλὰ συμβάλλουσιν. (οὔτε γὰρ καταστερισθῆναι δυνατὸν καλῶς τὴν σφαῖραν, ἄνευ πάντων τῶν παραλλήλων κύκλων, οὔτε τὰ μεγέθη καὶ τῶν νυκτῶν ἡμερῶν τε ἀκριβῶς εὑρεθῆναι, οὐδὲ τἄλ-

λα

λα καλῶς γίγνεσθαι αὐτῶν τῶν προειρημένων κύκλων) πρὸς μέντοι τὴν πρώτην εἰσαγωγὴν τῆς ἀστρολογίας οὐδὲν ἀποτέλεσμα φερόμενοι, οὐκ ἐγγράφονται ἐν τῇ σφαίρᾳ· οἱ δὲ πέντε παράλληλοι κύκλοι καὶ οἱ δύο κόλουροι μεσημβρινός τε, καὶ ὁρίζων, καὶ ζωδιακὸς σὺν τῷ τοῦ γαλαξίας, διὰ τὸ ἀποτελέσματά τινα προσφέρεσθαι διωρισμένα εἰς τὴν πρώτην εἰσαγωγὴν τῆς ἀστρολογίας, κατεγράφησαν εἰς τὴν σφαίραν.

Ο μὲν γὰρ ἀρκτικὸς τὰς ἄρκτους καὶ τὸν βόρειον πόλον καὶ τὰ ἄνω ἀφορίζει. ὁ δὲ θερινὸς τροπικὸς κύκλος τὴν τροπὴν περιέχει καὶ πέρας ἐστὶ τῆς τοῦ ἡλίου πρὸς ἄρκτον μεταβάσεως. ὁ δὲ ἰσημερινὸς κύκλος τὰς ἰσημερίας περιέχει. ὁ δὲ χειμερινὸς τροπικὸς κύκλος τέρμα ἐστὶ τῆς πρὸς μεσημβρίαν προσόδου τοῦ ἡλίου, καὶ τὴν χειμερινὴν τροπὴν περιέχει. ὁ δὲ ἀνταρκτικὸς περιέχει τὸν νότιον πόλον, καὶ τὰ κάτω ἀφορίζει. οὕτω καὶ οἱ ἄλλοι προειρημένοι κύκλοι ἀποτελέσματά τινα πρὸς τὴν τῆς ἀστρονομίας εἰσαγωγὴν προσφέρουσι. ἔχοντες οὖν κεφάλαια ὡρισμένα καὶ ἀποτελέσματα πρὸς τὴν εἰσαγωγὴν τῆς ἀστρολογίας εὐλόγως κατε-

γράφησιν εἰς τὴν σφαῖραν.

ἵππαρχος. Καθόλου δὲ χρὴ εἰδέναι τοὺς μαθηματικοὺς, ἅπαντας τοὺς προειρημένους κύκλους ἀπλατεῖς ὑποτίθεσθαι, τοὺς τροπικοὺς καὶ τὸν ἰσημερινὸν, καὶ τοὺς λοιπούς. οὐ γὰρ ἐπινοῆσαι δυνατόν ἐστι τούτους πλάτος ἔχοντας. τὸ γὰρ ἴδιον ἑκάστου περινοητικὴν, καὶ ἀπλατῆ γραμμὴν ἔχον θεωρεῖσθαι συμβέβηκεν.

Ἔτι δὲ καὶ ὅταν λέγουσιν τὸν ἰσημερινὸν, καὶ τὸν ζωδιακὸν τῶν μεγίστων εἶναι ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων, καὶ διχοτομεῖσθαι τὴν σφαῖραν ὑφ' ἑκατέρου αὐτῶν: καὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ ζωδιακοῦ, καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ τοῦ ὁρίζοντος, καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ: καὶ τὸν ζωδιακὸν ἐφάπτεσθαι τῶν τροπικῶν καθ' ἓν σημεῖον: καὶ ἄλλα πλείονα τοιαῦτα ἀπλατεῖς αὐτοὺς, καὶ διὰ τούτων σημαίνουσιν. οὐδὲν γὰρ τῶν προειρημένων ὑγιῶς ἂν λέγοιτο τὸ πλάτος αὐτῶν ἐχόντων, ἰσημερίαν τε οὐκ ἐν μιᾷ ἡμέρᾳ ἦγεν, ἀλλ' ἐν πλείοσιν. καὶ γὰρ ὁ ἥλιος πλείονας ἂν τῆς μιᾶς ἡμέρας ἐν τῷ ἰσημερινῷ ἐποιεῖτο, πλάτος γε δὴ ἔχοντος αὐτοῦ. Τά τε γνωμονικὰ θεωρήματα, πάντα γράφουσιν ἀπλατεῖς πάντας τοὺς κύκλους ὑποτιθέμενοι ὡς ἂν τῶν μὲν ὑπὸ τοῦ κέντρου

τοῦ

τοῦ ἡλίου γραφομένων, τῶν δὲ ὑπὸ τῆς ἡμετέρας ὄψεως.

Τούτων τοίνυν τῶν κύκλους δεῖ νοεῖν ἀπλατεῖς λόγῳ θεωρητοὺς ἐκ τῆς τῶν ἄστρων θέσεως, καὶ τῆς αὐτῆς διόπτρας θεωρίας, καὶ τῆς ἡμετέρας ἐπινοίας διατυπουμένους. μόνος γὰρ ἐν τῷ κόσμῳ κύκλος αἰσθητός ἐστιν ὁ τοῦ γαλακτος, οἱ δὲ λοιποὶ λόγῳ εἰσὶ θεωρητοί. Πρόκλος.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΕΓΙΣΤΩΝ ΚΥΚΛΩΝ ΙΣΗΜΕΡΙΝΟΥ ΤΕ ΚΑΙ

ζωδιακοῦ. Κεφάλαιον β.

ΕΠειδὴ ἡ πρώτη φορὰ τὴν περιαγωγὴν ποιεῖ κατὰ κύκλων γραφομένων τοῖς πόλοις τοῦ κόσμου: λεκτέον τι περὶ τοῦ ἄξονος καὶ πόλων τῆς σφαίρας.

Αξων οὖν καλεῖται τοῦ κόσμου, ἡ διάμετρος αὐτοῦ περὶ ἣν στρέφεται, τὰ δὲ πέρατα τοῦ ἄξονος πόλοι λέγονται τοῦ κόσμου. τῶν δὲ πόλων ὁ μὲν λέγεται βόρειος, ὁ δὲ νότιος. βόρειος μὲν ὁ διὰ παντὸς φαινόμενος ὡς πρὸς τὴν ἡμετέραν οἴκησιν. νότιος δὲ ὁ διὰ παντὸς ἀόρατος, ὡς πρὸς τὸν ἡμέτερον ὁρίζοντα. Πρόκλος.

Ἀχιλλεὺς Στάτιος.

Διήκει δὴ ὁ ἄξων ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἕως τοῦ κέντρου τοῦ ἀνταρκτικοῦ. παρείληπται δὲ ἵνα γνῶμεν, ὅτι περὶ αὐτὸν καὶ τὰ ἄκρα αὐτοῦ δινεῖται ὁ οὐρανὸς, ὥσπερ περὶ ἁρμάτιον ἄξονα δινοῦνται οἱ τρόχοι. γεώμετραι δὲ αὐτὸν ὑποτίθενται γραμμήν τινα λεπτὴν διήκουσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου, μέχρι τοῦ ἀνταρκτικοῦ, καθάπερ εἴρηται. ὠνόμασται δ' ἄξων διὰ τὸ περὶ αὐτὸν ἄγεσθαι, καὶ περιδινεῖσθαι τὸν οὐρανόν, τὰ δὲ πέρατα αὐτοῦ καλοῦσι πόλους, ἀπὸ τοῦ περιπολεῖσθαι καὶ στρέφεσθαι περὶ αὐτὰ τὸν οὐρανόν.

Ἐπὶ τῆς σφαίρας δὲ τῆς ξυλινῆς ταῦτα τὰ ἄκρα τοῦ ἄξονος φαίνεται ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας ἐξέχοντα. χρὴ δὲ νοεῖν συναποπαύεσθαι αὐτὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ οὐρανοῦ, καὶ μὴ ἐξέχειν.

Τούτων μὲν οὖν οὕτως ἐχόντων ὁ ἰσημερινὸς καὶ οἱ ἄλλοι παράλληλοι κύκλοι τῆς σφαίρας τοὺς αὐτοὺς πόλους καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ κόσμου ἔχουσιν. ὁ δὲ ἰσημερινὸς μεταξὺ τῶν παραλλήλων κείμενος μέγιστός ἐστι τῶν ἄλλων τεσσάρων, ἐπειδὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν περιφέρειαν ἔχει. ποιεῖ δ' ἐν αὐτῷ ὁ ἥλιος τὰς

δύο

δύο ἰσημερίας, ἐαρινὴν μὲν ἐν κριῷ γινόμενος, μετοπωρινὴν δ' ἐν χήλαις. ἰσημερινὸς δὲ λέγεται, ἐπειδὴ ἐν αὐτῷ τὰς ἰσημερίας ποιεῖ ὁ ἥλιος. καὶ ἔστιν ἴσος τῷ ζωδιακῷ, ὅστις ἐκ τριῶν κύκλων παραλλήλων συνέστηκεν, ὧν οἱ μὲν τὸ πλάτος ἀφορίζειν λέγονται τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου, ὁ δὲ διὰ μέσων τῶν ζωδίων καλεῖται. οὗτος δ' ἐφάπτεται δύο κύκλων ἴσων καὶ παραλλήλων, τοῦ μὲν θερινοῦ τροπικοῦ κατὰ τὴν τοῦ καρκίνου πρώτην μοῖραν: τοῦ δὲ χειμερινοῦ τροπικοῦ κατὰ τὴν τοῦ αἰγοκέρωτος πρώτην μοῖραν. τὸ δὲ πλάτος τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου ἐστὶ μοῖραι ιϛ. Πρόκλος.

Λοξὸς δὲ κέκληται ὁ ζωδιακὸς κύκλος διὰ τὸ τέμνειν τοὺς παραλλήλους κύκλους. Δοκοῦσι δὲ δι' αὐτοῦ φέρεσθαι οἱ ἑπτὰ πλανῆται ἐπὶ τριῶν γραμμῶν. δείκνυται γὰρ ἐπὶ τῆς σφαίρας, ἵνα νοῶμεν τὸ πλάτος τῆς πορείας τῶν πλανητῶν καὶ ἡλίου καὶ σελήνης, ἐπειδὴ οἱ πέντε μὴ ἐπὶ μιᾶς γραμμῆς ποιοῦνται τὴν περιφοράν. Αχιλλεύς.

Τί οὖν δή ποτε οὐ δύο κύκλοι, ἀλλὰ τρεῖς ἐσημειώσαντο ἐπὶ τῆς περιφορᾶς τὸν ζωδιακὸν κύκλον; Διότι οἱ προειρημένοι πέντε ἀστέρες τὸ μεταξὺ τῶν δύο κύκλων πλάτος περιφέ-

ρονται. ὁ δὲ ἥλιος οὐ τοσοῦτον παραβαίνει ἐπὶ τὰ δεξιὰ καὶ εὐώνυμα, ὅσον οἱ πέντε, ἀλλὰ τῶν τριῶν τούτων κύκλων τὸ πλάτος τοῦ ζωδιακοῦ δεικνύντων ἡμῖν, κατὰ τὸν μέσον ὁ ἥλιος φέρεται, διὸ καὶ ἡλιακὸς ὑπὸ τῶν ταῦτα δεινῶν προσαγορεύεται καὶ ἐκλειπτικός, ἐπεὶ δὴ ἐν αὐτῷ αἱ ἡλιακαὶ καὶ σεληνιακαὶ ἐκλείψεις γίνονται. τὸν δὲ προειρημένον πλατὴν κύκλον ζωδιακὸν καλοῦμεν ἀπὸ τῶν ἐν αὐτῷ ιβ. ζωδίων, ἅ ἐστι κριός, ταῦρος, δίδυμοι, καρκίνος, λέων, πάρθενος, ζυγὸς ἢ χηλαί, σκόρπιος, τοξότης, αἰγόκερως, ὑδροχόος, ἰχθύες. καλεῖται δὲ καὶ εἴδωλα. ὁ τοίνυν ζωδιακὸς ἔχει ἐγχαράξεις τρεῖς ἃς οἱ μαθηματικοὶ ταινίας καλοῦσι καὶ ἐστὶ ὁ κατακεχρισμένος ἐν τῇ σφαίρᾳ κηρῷ μεμιλτωμένῳ.

Τέμνει δὲ τὸν ἰσημερινὸν δίχα καὶ τέμνεται δίχα ὑπ' αὐτοῦ. ὅλοι δὲ εἰσὶν κύκλοι ἓξ οἱ τραύοντες καὶ διορίζοντες τὰ δωδεκατημόρια. δωδεκατημόριον δ' ἐστὶν ἕκαστον τμῆμα τῶν ἐν ζωδιακῷ.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΟΛΟΥΡΩΝ ΚΥΚΛΩΝ, ΚΑΙ ΤΗΣ ΓΑΛΑξίας. Κεφάλ. γ.

Οἱ

Οἱ δὲ κόλουροι εἰσὶ μὲν δύο ἀπὸ βορέου, ἐπὶ νότον διὰ τῶν πόλων τέμνοντες τὴν σφαῖραν καὶ τοὺς ἐν αὐτῇ πάντας ἄλλους κύκλους. εἰσὶ δὲ μέγιστοι καὶ αὐτοὶ, ὡς ἂν διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἠγμένοι. τέμνουσι δὲ ἵνα τὰς δ ὥρας τοῦ ἐνιαυτοῦ ῥαδίως καταλαμβάνωμεν. τεμνόντων γὰρ τούτων ἀλλήλους καὶ τὴν σφαῖραν συμβήσεται εἰς τέσσαρα τετμῆσθαι, ὥστε ἕκαστον τῶν τεσσάρων τμημάτων μίαν ὥραν τοῦ ἐνιαυτοῦ ἔχειν. καὶ ὁ μὲν αὐτῶν κατὰ καρκῖνον καὶ αἰγοκέρωτα ἔχει τὴν περιφερὰν, διὰ μὲν τοῦ ἑνὸς ἡμικυκλίου δεικνύων ἐν καρκίνῳ θέρος, διὰ δὲ τοῦ ἑτέρου ἐν αἰγοκέρωτι χειμῶνα, ὁ δὲ κατὰ κριὸν καὶ χηλὰς τὴν περιφέρειαν ἔχει καὶ δηλοῖ τὰς ἄλλας δύο ὥρας τὰς ἰσημερινὰς, τὴν μὲν ἐαρινὴν ἐν κριῷ, τὴν δὲ μετοπωρινὴν ἐν χηλαῖς.

Κόλουροι δὲ κέκληνται, διότι δοκοῦσιν ἡμῖν κολοῦσθαι ὥσπερ τὰς οὐρὰς, διὰ τὸ ἡμῖν μὴ φαίνεσθαι αὐτῶν τὰ ἐπὶ τοῦ ἀνταρκτικοῦ μέρη καὶ δοκεῖν κολοῦσθαι αὐτοὺς κατὰ τοῦτο τὸ μέρος. συμβέβηκε γὰρ τὰ μὲν ἀπὸ τοῦ ἀειφανοῦς κύκλου, τοῦτ' ἐστὶ, τοῦ ἀρκτικοῦ μέρη φαίνεσθαι, ταῦτα δὲ τὰ μέρη τῶν κολούρων κύκλων, τὰ τοῦ

αὐταρκτικοῦ ἀεὶ ἀφανῆ εἶναι. εἰ δέ τις λέγοι, καὶ γὰρ τῶν ἄλλων κύκλων τὰ ὑπὸ γῆν οὐ φαίνονται ὥστε κἀκεῖνοι κόλουροι; ἴσθ' ὅτι τῶν μὲν τοῦ κόσμου στρεφομένου καὶ τὰ ὑπὸ γῆν ὀφθήσεται. τῶν δὲ κολούρων καὶ ἐν ταῖς τοῦ κόσμου στροφαῖς τὰ ἐν τῷ ἀφανεῖ πάντα καταδέδυκε.

Ὁ δὲ γαλαξίας εἴρηται μὲν ὡς ἐστὶν ὁρατὸς καὶ μόνος ἐπὶ τῆς σφαίρας αἰσθητὸς, τῶν ἄλλων ὄντων νοητῶν. φασὶ μυθικωτέρως τοίνυν τὸν γαλαξίαν κύκλον γεγονέναι ἐκ τοῦ τῆς Ἥρας γάλακτος, ἕτεροι δὲ φασὶν, ὅτι πρότερον κατὰ τοῦτο ἐφέρετο ὁ ἥλιος, διὰ δὲ τὰ θυέστια δεῖπνα ἀπεστράφη, καὶ τὴν ἐναντίαν τούτῳ πεποίηται περιφορὰν ἣν νῦν περιγράφει ὁ ζῳδιακός. ἐστὶ δὲ καὶ τοῦτο μυθῶδες καὶ ψεῦδος.

Τί γὰρ ἐροῦσιν οἱ ταῦτα λέγοντες περὶ τῆς σελήνης καὶ τῶν πέντε ἀστέρων; οὐ γὰρ δὴ καὶ οὗτοι διὰ τὰ θυέστια δεῖπνα ἀπεστράφησαν, ἄλλοι δὲ ἐκ μικρῶν πάνυ καὶ πεπυκνωμένων καὶ ἡμῖν δοκούντων ἡνῶσθαι διὰ τὸ διάστημα, τὸ ἀπὸ τοῦ οὐρανοῦ ἐπὶ τὴν γῆν ἀστέρων αὐτῶν εἶναι φασίν. ὡς εἴ τις ἅλσι λεπτοῖς τε καὶ πολλοῖς καταπάσσετι. μήποτε μέντοι ἄμεινον αὐτὸ λέγειν ἐκ νεφῶν ἢ πιλήματι ἀέρος διαυγὲς εἶναι κύκλου

σχῆμα

σχῆμα ἔχον. λέγεται δὴ ἀπὸ τῆς χροιᾶς τοῦ γάλακτος οὕτως. λευκὸς γὰρ καὶ διαυγὴς φαίνεται. τέμνει δὲ δίχα τὴν σφαῖραν καὶ τὸν ζωδιακὸν κύκλον καὶ ἰσημερινὸν, καὶ τέμνεται ὑπ' αὐτῶν ἴσος αὐτοῖς ὤν. κελόξηται δὲ οὗτος ὁ κύκλος διὰ τῶν τροπικῶν κύκλων μικρὸν μέντοι ὑποπίπτων. ἐστὶ δὲ ὁ κατακεχρισμένος ἐν τῇ σφαίρᾳ κηρῷ λευκῷ.

ΠΕΡΙ ΟΡΙΖΟΝΤΟΣ ΚΑΙ ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟΥ. ΚΕφαλαιον λ.

Λέγεται ὁρίζων διότι ὁρίζει τὸ ὑπὸ γῆν καὶ ὑπὲρ γῆν ἡμισφαίριον. περὶ γὰρ τὴν σφαῖραν ἔξωθεν ὢν τάξιν ἔχει τοῦ ὠκεανοῦ, ὃς ἔξωθεν περικλύζει τὴν γῆν ἀφ' οὗ ἀνατέλλειν, καὶ εἰς ὃν δύειν δοκεῖ τὰ ἄστρα. ὅθεν καὶ ὁ Ἄρατος ὠκεανὸν αὐτὸν καλεῖ, φιλόσοφοι δὲ καὶ γεώμετραι ὁρίζοντα αὐτὸν καλοῦσιν, ὁ δὲ μεσημβρινὸς παρελήφθη ἵνα τὰ ἀπὸ τῆς ἀνατολῆς μέχρι τῆς δύσεως δεικνύει, καὶ ἵνα μάθωμεν ὅτι κατὰ τούτων γινόμενος ὁ ἥλιος καὶ τὰ λοιπὰ ἄστρα ὑπὲρ γῆς μεσουρανεῖ καὶ ὁ χρόνος οὗτος ἐστὶ μεσημβρία, μεσημερία τις οὖσα. Ἀχιλλεύς.

Τὸν δὲ ὁρίζοντα καὶ μεσημβρινὸν ἐντὸς εἶναι

τῆς σφαίρας τῶν ὅλων νοητέον. οὐδὲν γὰρ τῶν ὄντων αὐτοῦ ἐστὶν ἐκτός, ὑπὲρ δὲ οὗ παρακολουθῆσαι ἡμᾶς ἐκτὸς εἶναι λέγονται εἰς τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας πέρας.

Πρόκλος. Ἰστέον δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι εἰσὶ μέν τινες τόποι καὶ ὁρίζοντες ἐπὶ τῆς γῆς, ὅπου συμβαίνει τὸν παρ' ἡμῖν πόλον τὸν ἀεὶ φανερὸν ἐκείνοις ἀόρατον εἶναι, τὸν δὲ παρ' ἡμῖν πόλον ἀόρατον, ἐκείνοις φανερὸν εἶναι. καὶ τοιούτους ὁρίζοντας ὀνομάζουσι σφαῖραν ἐγκεκλιμένην. καὶ πάλιν ἐστί τις τόπος ἐπὶ τῆς γῆς, ὅπου δύο πόλοι ὁμοίως ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος κεῖνται. καὶ ἐστὶ σφαῖρα ὀρθή. Ὅτι δὲ καὶ λόγῳ θεωρητός ἐστιν ὁρίζων καὶ αἰσθητός, εἴρηται πρότερον.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΕΛΑΤΤΟΝΩΝ ΚΥΚΛΩΝ. ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ε.

Ἀχιλλεύς. Δεκτέον ἤδη περὶ τῶν παραλλήλων κύκλων· μάλιστα δὲ περὶ τῶν δύο τροπικῶν καὶ ἀρκτικοῦ τε καὶ ἀνταρκτικοῦ. πρῶτον μὲν οὖν παράλληλοι ἐκλήθησαν οἱ πέντε κύκλοι ἀπὸ τῶν παρὰ τοῖς γεωμέτραις παραλλήλων γραμμῶν. παράλληλοι δὲ γραμμαὶ λέγονται παρ' αὐτοῖς αἱ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ μὴ συμπί-

πτου-

πλεῦσαι ἐπὶ μηδέτερα μέρη. φαμὲν οὖν ὅτι παράλληλοι εἰσὶν οἱ κύκλοι μεταξὺ ἀλλήλων ἀπὸ περιφερείας ἐπὶ περιφέρειαν τὸ ἴσον μὲν πλάτος ἔχοντες πανταχόθεν· οὐ μέντοι ἴσον καὶ τὸ πλάτος τὸ μεταξὺ αὐτῶν. εἰσὶ δὲ πέντε παράλληλοι κύκλοι, ἀρκτικὸς ὅς ἐστι βορειότερος ἐντὸς ἔχων τὰς ἄρκτους καὶ τὸν δράκοντα, καὶ ὁ τούτῳ ἀντικείμενος, νότιος ὁ ἀνταρκτικὸς καλούμενος, καὶ ὁ θερινὸς τροπικὸς μετὰ τὸν ἀρκτικόν, καὶ ὁ χειμερινὸς τροπικὸς μετὰ τὸν ἀνταρκτικόν, μέσος δὲ τούτων πέμπτος ὁ ἰσημερινὸς τοσοῦτον ἀπέχων τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ ὅσον τοῦ χειμερινοῦ.

Ἐστι δὲ ὁ ἀρκτικὸς τῶν ἐλαχίστων καὶ περὶ τὸν βόρειον πόλον, ἐντὸς ἔχων μεσαίτατον τὸν πόλον ὥσπερεὶ κέντρον αὐτοῦ. καλεῖται δὲ ἀρκτικὸς ἀπὸ τοῦ ἐντὸς ἔχειν τὰς ἄρκτους, καὶ βόρειος διὰ τὸ πρὸς βορέαν εἶναι ἀεί. φανερὸς δ' ἐστὶ διὰ τὸ ἀεὶ φαίνεσθαι καὶ μὴ δύειν. ὁ δὲ τούτῳ ἀντικείμενος νότιος κατὰ τὴν θέσιν ἴσος μὲν ἐστὶν αὐτῷ. περιέχει δὲ νότιον πόλον. λέγεται δὲ ἀνταρκτικὸς ἀπὸ τοῦ ἐναντίως κεῖσθαι τῷ ἀρκτικῷ. ὁ μὲν γὰρ ἀρκτικὸς κατὰ βορέαν, οὗτος δὲ κατὰ νότον ἐστὶ, καὶ ὁ μὲν ἀρκτικὸς κατὰ τὴν σφαῖραν ὑψηλότατός ἐστιν, ὁ δὲ ταπεινότατος. διὸ ὁ μὲν ἀρκτικὸς ἀε-

φανής

φανής ἐστιν, οὗτος δὲ οὐ φαίνεται ἡμῖν, καλεῖται δὲ ἀνταρκτικὸς καὶ νότιος, ἔστι δὲ ἀεὶ ἀφανής.

Ὁ δὲ θερινὸς τροπικὸς κεῖται μεταξὺ τοῦ ἀρκτικοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, ἔχει δ᾽ ἐν ἑαυτῷ τὰς θερινὰς τροπὰς τοῦ ἡλίου. ὅτε γὰρ ὁ ἥλιος ἐν τῷ καρκίνῳ γένηται ἐφαψάμενος αὐτοῦ τὴν θερινὴν τροπὴν ποιεῖ. διὸ καὶ θερινὸς τροπικὸς κέκληται. ἔστι δὲ τοῦ μὲν ἀρκτικοῦ μείζων, τοῦ δὲ ἰσημερινοῦ βραχύτερος. ὁ δὲ χειμερινὸς τροπικὸς κεῖται μεταξὺ τοῦ ἀνταρκτικοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, ἐναντίος τῷ θερινῷ τροπικῷ ἴσος αὐτῷ ὑπάρχων. Ἐφάπτεται δὲ αὐτοῦ ὁ ζωδιακὸς κύκλος κατὰ τὸν αἰγοκέρωτα, καθ᾽ ὃν γενόμενος ὁ ἥλιος ποιεῖται χειμερινὰς τροπάς. ἐκεῖ γὰρ γενόμενος ὁ ἥλιος παυσάμενος τῆς καθόλου πάλιν ἀνωτέρω ἄνεισι. διὸ καὶ τροπὴ αὐτοῦ λέγεται ἡ ἀπὸ αἰγοκέρωτος ἐπὶ καρκίνον ἄνοδος. χειμερινὸς δὲ ἐκλήθη, ὅτι ἐν αὐτῷ γενόμενος ὁ ἥλιος ἐν αἰγοκέρωτι χειμῶνα ποιεῖ ἀκρότατον. περὶ δὲ τοῦ ἰσημερινοῦ εἴρηται πρότερον.

ΠΕΡΙ ΖΩΝΩΝ, ΚΑΙ ΟΤΙ ΠΕΝΤΕ. ΚΕΦΑΛ. ϛ.

Ζῶναι λέγονται τὰ μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων διαστήματα. εἰσὶ δὲ καὶ ἐν οὐρανῷ,

καὶ

καὶ ἐπὶ τῆς γῆς αἱ κατὰ κάθετον εἰσὶ τῶν ἐν τῷ οὐρανῷ. ἰδίως δὲ κύκλοι λέγονται ἐν τῷ οὐρανῷ, ζῶναι δὲ ἐπὶ τῆς γῆς. πέντε δὲ εἰσὶ πᾶσαι, ὧν δύο εἰσὶν ἀοίκητοι διὰ τὸ πάνυ κατεψῦχθαι, καὶ ἡ μὲν λέγεται νότιος, ἡ δὲ βόρειος, τῶν δὲ μεταξὺ τούτων τριῶν δύο μὲν εἰσὶν εὔκρατοι, μία δὲ διακεκαυμένη. τῶν δὲ εὐκράτων, ἡ μὲν ἐστὶ βορειοτέρα, ἡ δὲ νοτιωτέρα. καὶ ἐστὶν ἡ βορειοτέρα ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου μέχρι τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, ἡ δ' ἑτέρα ἀπὸ ἀνταρκτικοῦ μέχρι χειμερινοῦ τροπικοῦ.

Εἰσὶ δ' εὔκρατοι τῷ μήτε ὑπὸ ἀκράτου ψύχους μήτε ὑπὸ καύματος ἐνοχλεῖσθαι, καὶ τῷ εἶναι αὐτὰς μεταξὺ τῆς τοῦ ἡλίου πορείας, καὶ τῶν κατεψυγμένων ζωνῶν. ἡ δὲ τούτων μέση πασῶν ἐστὶν ἀπὸ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, μέχρι τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ. τοσοῦτον γὰρ πλάτος ἔχει ὅσον καὶ ὁ ἥλιος περιέρχεται. καλεῖται δὲ διακεκαυμένη, διὰ τὸ πυρώδης εἶναι, τοῦ ἡλίου δι' αὐτῆς τὴν πορείαν ἀεὶ ποιουμένου. ταύτην δὲ οἱ μὲν ἀοίκητον, οἱ δὲ οἰκεῖσθαι λέγουσι.

Ζητήσωμεν δὲ τῶν δύο εὐκράτων ὁποτέραν ἡμεῖς οἰκοῦμεν. ὁρῶμεν γὰρ ὅταν μὲν γὰρ ὁ ἥλιος ἐν αἰγοκέρωτι γένηται πόρρω ἡμῶν ἀφέστηκε καὶ

χειμὼν

χειμὼν ἐστὶ παρ' ἡμῖν. ὅταν δὲ ἐν καρκίνῳ γένηται, ὅ ἐστι κατὰ διάμετρον τῷ αἰγοκέρωτι, τότε πλησίον ἡμῶν ἐστὶ καὶ καῦμα πολὺ παρ' ἡμῖν. ὁ δὲ καρκῖνος τῶν ιβ΄ ζωδίων βορειότερός ἐστι.

Δῆλον οὖν ὅτι τὴν βόρειον οἰκοῦμεν ζώνην. ἐν γὰρ καρκίνῳ γινόμενος ὁ ἥλιος ἀριστερὸς ἡμῶν ἀνατέλλει, τὴν σκιὰν ἡμῶν εἰς τὰ δεξιὰ μέρη κλίνων, ὅ ἐστιν σημεῖον ἐναργὲς τοῦ ἡμᾶς δεξιοὺς εἶναι τοῦ ἡλίου. εἰ γάρ τις λύχνον ἅψας ἐν μέσῳ οἰκήματος θείη, ἐν δεξιᾷ δὲ αὐτοῦ σταίη τὸ σκίασμα τοῦ ἑστῶτος οὐ πρὸς τὸν λύχνον ἀλλ' ἐν δεξιᾷ τοῦ ἀνθρώπου τρέψεται.

Εἰ τοίνυν καὶ ἡμῶν αἱ σκιαὶ ἐν δεξιᾷ ἡμῶν γίνονται, δῆλον ὅτι ἀριστερὸς ἡμῶν ἐστὶν ὁ ἥλιος, καὶ ἀνάπαλιν δὲ τοῖς ἐν τῇ νοτίῳ ζώνῃ οἰκοῦσιν ἐν δεξιᾷ μὲν ἐστὶν ὁ ἥλιος, ἐν ἀριστερᾷ δὲ αὐτῶν ἡ σκιὰ, πρὸς νότον ἐκπέμπεται. οὕτως οὖν ἀποδέδεικται ἡμᾶς τὴν βόρειον ζώνην τὴν εὔκρατον οἰκεῖν.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΚΛΙΜΑΤΩΝ.

ΚΕΦΑΛ. ζ.

Κλίμα τῆς γῆς εἶναι λέγεται τὸ μεταξὺ δύο παραλλήλων κύκλων διάστημα, ἐν ᾧ

συμ-

συμβαίνει τὴν τῆς μεγίστης ἡμέρας διαφορὰν γίνεσθαι τὸ ἥμισυ τῆς ὥρας ἰσημερινῆς. καὶ εἰσὶ ταῦτα τὰ κλίματα ἐν ταῖς εὐκράτοις ζώναις ὧν τὰ βόρεια κλίματα λέγεται, τὰ δὲ νότια ἀντικλίματα. ἔστι δὲ ἑπτὰ κλίματα· τοῦ πρώτου μέσον ιγ ὡρῶν ἰσημερινῶν καὶ διὰ μηρωῆς λέγεται. τοῦ δευτέρου μέσον ιγ ὡρῶν ἰσημερινῶν καὶ ἥμισυ, διὰ Συήνης. τὸ μέσον τοῦ τρίτου ιδ ὡρῶν ἰσημερινῶν. τὸ μέσον τοῦ τετάρτου ἔχει μεγίστην ἡμέραν ὡρῶν ἰσημερινῶν ιδ καὶ τὸ ἥμισυ μιᾶς ὥρας. τὸ δὲ μέσον τοῦ πέμπτου ἔχει μεγίστην ἡμέραν ὡρῶν ἰσημερινῶν. ιε. τὸ δὲ μέσον τοῦ ἑκτοῦ κλίματος ἔχει τὴν μεγίστην ἡμέραν ὡρῶν ἰσημερινῶν ιε, καὶ ἥμισυ μιᾶς ὥρας. ἔτι δὲ τὸ μέσον τοῦ ἑβδόμου κλίματος ἔχει τὴν μεγίστην ἡμέραν ὡρῶν ἰσημερινῶν ις. καὶ οὕτω οἱ παλαιοὶ ἀστρόνομοι τὰ κλίματα τῆς εὐκράτου καὶ βορείας ζώνης ἀπολογίζουσι.

ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΩΝ

ΤΟ ΤΡΙΤΟΝ ΤΜΗΜΑ.

ΠΕΡΙ ΑΣΤΡΩΝ ΔΥΣΕΩΣ ΤΕ ΚΑΙ ΑΝΑΤΟΛΗΣ. ΚΕφαλ. α.

Ἀχιλλεύς.



ΕΠΕΙΔΗ ΤΟΙΝΥΝ πάντα ταῦτα περὶ τῶν ια κύκλων τῆς σφαίρας διώρισται ἡμῖν: λοιπόν ἐστιν εἰπεῖν περὶ ἀνατολῆς καὶ δύσεως καὶ ἀναφορῶν τε καὶ καταφορῶν τῶν ἄστρων: ἔτι δὲ περὶ τοῦ μεγέθους τῶν νυκτῶν ἡμερῶν τε, καὶ παντοίων διαφορῶν τῆς ὀρθῆς καὶ ἐγκεκλιμένης σφαίρας.

Πρῶτον μὲν οὖν ῥητέον περὶ δύσεως καὶ ἀνατολῆς τῶν ἄστρων. Τῶν ἄστρων τὰ μέν ἐστιν ἀειφανῆ: τὰ δὲ ποτὲ μὲν φαινόμενα, ποτὲ δὲ ἀφανῆ γινόμενα: τὰ δὲ παντελῶς ἀφανῆ. Ἀειφανῆ μὲν οὖν ἐστι τὰ ἐντὸς τοῦ ἀρκτικοῦ κατὰ μὲν τοὺς Ἕλληνας: κατὰ δὲ τοὺς νεωτέρους τὰ ἐντὸς τοῦ μεγίστου τῶν ἀεὶ φανερῶν κύκλων, οὐδέποτε γὰρ κατα

δύεται

δύεται ταῦτα, ἐπειδὴ μηδὲ οἱ περιέχοντες αὐτὰ κύκλοι· ἀλλ' εἰσὶν ἀεὶ ἐν τῷ ὑπὲρ γῆς ἡμισφαιρίῳ ἀειφανεῖς μετὰ τῶν ἐν αὐτοῖς ἄστρων· ἀφανῆ δὲ τὰ ἐντὸς τοῦ ἀνταρκτικοῦ κύκλου· ἤ, ὡς οἱ νεώτεροι λέγουσι, τὰ ἐντὸς τοῦ μεγίστου τῶν ἀεὶ ἀφανῶν κύκλων.

Τῶν δὲ λοιπῶν ἄστρων τὰ μὲν ποτὲ μὲν ἀνατέλλει, ποτὲ δὲ δύνει. οἷόν ἐστιν ὁ ἥλιος ἐν κριῷ· τούτου ἀνατέλλοντος συνανατέλλει ἵππος, ἐν χηλαῖς δὲ ὄντος τοῦ ἡλίου καὶ ἀνατέλλοντος δέδυκεν ἤδη ἵππος. ὥστε ποτὲ μὲν φαίνεται ἀνατέλλων ὁ ἵππος· ποτὲ δὲ δύνων. ὁμοίως δὲ καὶ τἄλλα ἄστρα ἀπὸ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ μέχρι τοῦ χειμερινοῦ. τὰ γὰρ ἐν τῷ ἀνταρκτικῷ τῷ πρὸς νότῳ ὄντα βράδιον ἀνατέλλοντα δύνει ταχέως, διὰ τὸ πλεῖον εἶναι μέρος τῆς σφαίρας ὑπὸ γῆν πρὸς τὸ νότῳ. ἀνάπαλιν δὲ τὰ βορειότερα καὶ μεταξὺ τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου, καὶ ἰσημερινοῦ ταχέως ἀνατέλλοντα, βραδέως δύνει, διὰ τὸ πλεῖον ἔχειν μέρος ὑπὲρ γῆν τῆς σφαίρας πρὸς τὸν βορέα. συμβήσεται οὖν τινὰ τῶν ἐνταῦθα κειμένων ἄστρων ὑπὸ τῆς αὐτῆς νυκτὸς ἀνατέλλειν καὶ δύνειν· ἃ καλεῖται ἀμφιφανῆ. παραδείγματος δὲ χάριν παρειλήφθω ὁ

ἐν γόνασι. Καὶ ἔστω ὁ ἥλιος ἐν τοξότῃ καὶ ἀνατέλλει ἐν αὐτῷ πάλιν δύετω δύνοντος ἡλίου ἑσπέρας ἐστὶ καὶ νύξ, ὁ δὲ ἐν γόνασιν οὐδέποτε δέδυκεν ἀλλ' ἐπιμείνας ἐν τῷ ὑπὲρ γῆς ἡμισφαιρίῳ πρὸς τῇ δύσει, δύνων ὕστερον ἐπὶ τῆς αὐτοῦ νυκτὸς προλαμβάνει τὴν τοῦ ἡλίου ἀνατολὴν καὶ τοῦ τοξότου, προανατέλλων αὐτῶν καὶ ὕστερον αὐτῷ δύνων. Δύσις δὲ ἄστρων ἐστὶ διττὴ, καὶ ἀνατολή: καὶ ἡ μὲν ἑῴα λέγεται ἡ δ' ἑσπερία. ἑῴα μὲν ἀνατολὴ, ὅταν συναντέλλει τῷ ἡλίῳ τὰ ἄστρα: καὶ μὴ μετ' αὐτοῦ. ἑσπερία δὲ ὅταν δύνοντος ἡλίου, ἀνατέλλῃ τινὰ τῶν ἄστρων. δύσις δὲ ἑῴα ἐστὶν, ὅταν ἡλίου ἀνατέλλοντος δύνῃ τὰ ἄστρα τάδε, ἢ τάδε: ἑσπερία δὲ ὅταν συγκαταδύνῃ αὐτῷ.

Διαφέρει δὲ ἀνατολὴ ἐπιτολῆς. ἀνατολὴ μὲν γάρ ἐστιν ἡ ἅμα τῷ ἡλίῳ ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἀναφορά. ἐπιτολὴ δὲ ὅταν πρὸ ἡλίου ὑπὸ τὴν ἑῴαν ἀνατέλλει τὸ ἄστρον, εἶτα ἐπ' αὐτῷ ὁ ἥλιος ἐπιτέλλει. δεῖ δὲ εἰδέναι, ὅτι πάσης ὥρας περιφερομένης καὶ περιδινουμένης τῆς σφαίρας: ἀνάγκη ἐστὶ καὶ τὰ ἄστρα παντὶ καιρῷ καὶ ἐν ἡμέρᾳ καὶ ἐν νυκτὶ εἶναι ἐν οὐρανῷ συμπεριδινούμενα: μὴ φαίνεσθαι δ' ἐν ἡμέρᾳ τῇ ὑπερβολῇ τῆς λαμπρότητος τοῦ ἡλίου καλυπτόμενα. ἀνατολὴν

δὲ οὐ λεκτέον ἄστρου, ἐὰν δευτέρα ὥρα ἢ τρίτη ἀναφέρεται ὑπὲρ γῆς, ἀλλὰ τότε μόνον ὅτε ἅμα ἡλίῳ ἀνατέλλει. ὁμοίως δὲ καὶ δύσιν ὅτε σὺν αὐτῷ δύνει.

ΠΕΡΙ ΑΝΑΦΟΡΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤΑΦΟΡΩΝ ΕΠΙ ΤΗΣ ΟΡΘΗΣ ΚΑΙ ΕΓκεκλιμένης σφαίρας. Κεφάλ. β.

ΠΡῶτον μὲν οὖν πρὶν εἰπεῖν τὶ περὶ τῶν ἀναφορῶν καὶ καταφορῶν, ἐπί τε τῆς ὀρθῆς καὶ ἐγκεκλιμένης σφαίρας· χρὴ εἰδέναι τί ἐστιν ὀρθὴ σφαῖρα, καὶ σφαῖρα ἐγκεκλιμένη. Ἐστὶ τοίνυν ὀρθὴ σφαῖρα, ὅταν οἱ πόλοι τῆς σφαίρας οἵ τινες εἰσὶ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος ὦσιν· καὶ ὁ ὁρίζων διὰ τῶν πόλων τοῦ ἰσημερινοῦ τυγχάνων πρὸς ὀρθὰς αὐτῷ γίνεται. Ἔγκλισις δὲ τῆς σφαίρας ἢ σφαῖρα ἐγκεκλιμένη ἐστὶν ἐφ' ὧν οἰκήσεων ὁ ἰσημερινὸς ἐγκέκλιται πρὸς τὸν ὁρίζοντα· τοῦτ' ἐστὶν, ἐφ' ὧν οἰκήσεων οἱ πόλοι τῆς σφαίρας οὐκ εἰσὶ ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος. ὅταν γὰρ οἱ πόλοι τοῦ ἰσημερινοῦ οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος, τότε καὶ ὁ ἰσημερινὸς ἐγκέκλιται πρὸς τὸν ὁρίζοντα. διὸ καὶ ἐγκλίσεις τοιαύτας θέσεις καλοῦσι. Θέων.

Ὅθεν καὶ ἐκεῖνα ἂν ἐπισκέπτεσθαι βουλόμεθα τὴν ἔγκλισιν ἡλίκη τίς οὖσα τυγχάνει· οὐδὲν ἕτερον ἐπιζητοῦμεν ἢ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν τὴν περιεχομένην ὑπό τε τῆς κοινῆς τομῆς τοῦ ὁρίζοντος καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας γινομένην. αὕτη γάρ ἐστιν ἡ ἔγκλισις τῶν δύο ἐπιπέδων, τοῦτε ὁρίζοντος καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ. καὶ ἐπεὶ δύο εἰσὶν ὑπὲρ γῆν γινόμεναι γωνίαι, μία τε βορειοτέρα καὶ ἀμβλεῖα, ἑτέρα νοτιωτέρα καὶ ἐλάττων ὀρθῆς· ἐπειδήπερ ἐπὶ τῆς καθ' ἡμᾶς οἰκουμένης τοῦ βορείου πόλου ἀπὸ τοῦ ὁρίζοντος ὑπὲρ γῆν ἐξηρτημένου, ἡ ἔγκλισις ἐπὶ τὰ νότια γίνεται· τὴν νοτιωτέραν καὶ ἐλάσσονα ὀρθῆς φαμὲν εἶναι τὴν ἔγκλισιν τῆς σφαίρας ἣν ἐγκέκλιται ὁ ἰσημερινὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα. λοιπὸν ἤδη ἐστὶν εἰδεῖν τί μὲν ἀναφορὰ καὶ καταφορά, τί δὲ καὶ ὁ χρόνος.

Ἀναφορὰ οὖν ἐστὶν ἡ τοῦ ἰσημερινοῦ περιφέρεια, ἡ καὶ συνανατέλλει τῇ τοῦ ζωδιακοῦ περιφερείᾳ. καταφορὰ δὲ ἡ τοῦ ἰσημερινοῦ περιφέρεια, ἡ καὶ συγκαταδύει τῇ τοῦ ζωδιακοῦ περιφερείᾳ. Ἔτι δὲ χρόνος ἐστὶ τὰ τοῦ ἰσημερινοῦ τμήματα. διὰ τὸ περὶ τοῦ τούτου πόλους τὴν ἀπ' ἀνατολὴν ἐπὶ δυσμὰς φορὰν τῶν ὅλων ὁμαλῶς

λῶς φέρεσθαι, καὶ ἀναγκαῖον εἶναι τὰς ἐξαμετρήσεις τῶν χρόνων ἐπί τινος ὁμαλῶς καὶ τεταγμένως φερομένου μεγίστου κύκλου ἐξαμετρεῖσθαι.

Γίνονται δὲ αἱ ἀναφοραὶ καὶ καταφοραὶ ἐπὶ τῆς ὀρθῆς καὶ ἐγκεκλιμένης σφαίρας οὕτω, ὥστε ἐν ἑκάστῃ σφαίρᾳ εἶναι τινὰ ἰδιώματα. καὶ μέντοι ἐν τῇ ὀρθῇ καὶ ἐγκεκλιμένῃ σφαίρᾳ ὁ ἰσημερινὸς ὁμαλῶς καὶ τεταγμένως, ὥσπερ εἴρηται, ἀναφέρεται, τοῦτ᾽ ἐστὶν ἐν ἴσοις χρόνοις ἴσαι περιφέρειαι τοῦ ἰσημερινοῦ συναναφέρονται· αἱ δὲ τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου περιφέρειαι οὐχὶ ὁμαλῶς συναναφέρονται.

Εν ὀρθῇ μὲν οὖν σφαίρᾳ ὅλον τὸ λοξοῦ ἢ καὶ ζῳδιακοῦ κύκλου τεταρτημόριον, ὅλῳ τῷ τοῦ ἰσημερινοῦ τεταρτημορίῳ συγχρονίζει ὡς πρὸς τοὺς διὰ τῶν πόλων τοῦ ἰσημερινοῦ γραφομένους κύκλους.

Ετι δὲ εὑρίσκομεν τὰς τοῦ ἰσημερινοῦ περιφερείας συγχρονούσας ταῖς ἐξαδεκαμοιρίαις τοῦ ζῳδιακοῦ, διὰ τὸ τὰς ἔτι τούτων μικρομερεστέρας μηδενὶ ἀξιολόγῳ διαφέρειν τῶν πρὸς ὁμαλὴν παραύξησιν ὑπεροχῶν.

Εκτίθεται δὲ τούτων κανονογραφία πόσοις

χρόνοις ἰσημερινοῖς τὰ διδόμενα τοῦ ζωδιακοῦ τμήματα συνανέρχεται τε ἐπ᾽ ὀρθῆς τῆς σφαίρας ὁρίζοντα.

Ἐν δὲ τῇ ἐγκεκλιμένῃ σφαίρᾳ ἔστι λημμάτια τινὰ συντελοῦντα πρὸς τὴν τῶν ἀναφορῶν δεῖξιν. ἔστι δὲ πρῶτον ὅτι ἐν τῇ ἐγκεκλιμένῃ σφαίρᾳ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ αὐτοῦ ἰσημερινοῦ σημείου περιφέρειαι τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου ταῖς ἴσαις ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ περιφερείαις συναναφέρονται.

Δεύτερον δὲ τοῦτο ἐστὶν ὅτι αἱ συναναφερόμεναι τοῦ ἰσημερινοῦ περιφέρειαι ταῖς ἴσαις καὶ ἴσον ἀπεχούσαις τοῦ αὐτοῦ τροπικοῦ σημείου τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου συναμφότεραι αὐτῶν, συναμφοτέραις ταῖς ἐπ᾽ ὀρθῆς τῆς σφαίρας ἴσαι εἰσίν. καὶ διὰ τῶν τοιούτων δύο λημματίων φανερὸν ἡμῖν γίνεται ὅτι καὶ ἐὰν ἐφ᾽ ἑνὸς μόνου τεταρτημορίου, τὰς κατὰ μέρος συναναφορὰς ἐπιλογισώμεθα, συναποδεδειγμέναι ἔσονται καὶ αἱ τῶν λοιπῶν τριῶν συναναφοραί.

Τὸ δὲ χρήσιμον τῆς τούτων περιλήψεως ἐστὶ τοιόνδε. τούτων γὰρ δειχθέντων εὐμεταχείριστος ἡμῖν ἔσται ἡ κατάληψις τῶν λοιπῶν

καὶ

καὶ κατὰ μέρος ὀφειλόντων περιληφθῆναι, εἰς τὴν τῆς μαθηματικῆς συντάξεως θεωρίαν. λέγω δὴ τότε εὑρεῖν τὸ μέγεθος τῆς δοθείσης ἡμέρας ἢ νυκτὸς, ἢ γοῦν πόσων ἐστὶν ὡρῶν ἰσημερινῶν ἡ διδομένη καιρικὴ ἡμέρα. καὶ τὸ τὴν καιρικὴν ὥραν εὑρεῖν πόσων ἰσημερινῶν χρόνων ἐστί. καὶ τὰς διδομένας ὥρας καιρικὰς μεταλαβεῖν εἰς ἰσημερινὰς καὶ τὸ ἀνάπαλιν. καὶ ἔτι δοθέντος τινὸς χρόνου εὑρεῖν τήν τε ἀνατέλλουσαν καὶ μεσουρανοῦσαν καὶ δύνουσαν μοῖραν τοῦ ζωδιακοῦ καὶ τἆλλα.

ΠΕΡΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΚΑΙ ΚΡΥΨΕΩΣ ΤΩΝ ΠΕΝΤΕ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ, καὶ σχέσεως αὐτῶν πρὸς τὸν ζωδιακὸν κύκλον. Κεφαλ. γ.

Πρόκλος.

ΤΩν προειρημένων πέντε παραλλήλων κύκλων ὁ μὲν ἀρκτικὸς κύκλος ὅλος ὑπὲρ γῆν ἀπολαμβάνεται· ὁ δὲ θερινὸς τροπικὸς κύκλος εἰς δύο μέρη ἄνισα τέμνεται ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος, καὶ τὸ μὲν μεῖζον τμῆμα ὑπὲρ γῆν ἀπολαμβάνεται, τὸ δ' ἔλασσον ὑπὸ γῆν. οὐ κατὰ πᾶσαν δὲ χώραν καὶ πόλιν ὁμοίως ὁ θερι-

νὸς τροπικὸς κύκλος τέμνεται ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος ἀλλὰ παρὰ τὰς τῶν κλιμάτων παραλλαγὰς διάφορον τὴν τῶν τμημάτων ὑπεροχὴν συμβαίνει γίνεσθαι· καὶ τοῖς μὲν πρὸς ἄρκτον μᾶλλον ἡμῶν οἰκοῦσιν εἰς ἀνισότερα μέρη συμβαίνει τέμνεσθαι τὸν θερινὸν ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος. καὶ πέρας ἐστὶ χώρα τὶς ἐν ᾗ ὅλος ὁ θερινὸς τροπικὸς κύκλος ὑπὲρ γῆν γίνεται.

Τοῖς δὲ πρὸς μεσημβρίαν μᾶλλον ἡμῶν οἰκοῦσιν εἰς ἰσότερα μέρη ὁ θερινὸς τροπικὸς κύκλος ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος τέμνεται. καὶ πέρας ἐστὶ χώρα τὶς πρὸς μεσημβρίαν ἡμῶν κειμένη ἐν ᾗ διχοτομεῖται ὁ θερινὸς τροπικὸς κύκλος ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος.

Ο δὲ ἰσημερινὸς κύκλος καθ' ὅλην τὴν οἰκουμένην διχοτομεῖται ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος, ὥστε ἡμικύκλιον μὲν ὑπὲρ γῆν ἀπολαμβάνεσθαι ἡμικύκλιον δὲ ὑπὸ γῆν, δι' ἣν αἰτίαν ἐπὶ τοῦ κύκλου τούτου αἱ ἰσημερίαι γίνονται.

Ο δὲ χειμερινὸς τροπικὸς κύκλος ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος τέμνεται οὕτως, ὥστε τὸ μὲν ἔλασσον τμῆμα ὑπὲρ γῆν γίνεσθαι, τὸ δὲ μεῖζον ὑπὸ γῆν, ἡ δὲ ἀνισότης τῶν τμημάτων τὴν αὐτὴν παραλλαγὴν ἔχει ἐπὶ πάντων τῶν κλιμάτων, ἥτις ἐγίνετο

νετο καὶ ἐπὶ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ κύκλου. διὰ παντὸς γὰρ τὰ ἐναλλὰξ τμήματα τῶν τροπικῶν κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. διὰ ταύτην αἰτίαν ἡ μεγίστη ἡμερινὴ, ἴση ἐστὶ τῇ μεγίστῃ νυκτερινῇ, καὶ ἡ ἐλαχίστη ἡμερινὴ ἴση τῇ ἐλαχίστῃ νυκτερινῇ. ὁ δ' ἀνταρκτικὸς κύκλος ὅλος ὑπὸ τὸν ὁρίζοντα κρύπτεται. Εἰσὶ δὲ οἰκήσεις ἐπὶ τῆς γῆς ὧν πρώτη μὲν οἴκησις παρ' οἷς ὁ θερινὸς τροπικὸς κύκλος ἐφάπτεται τοῦ ὁρίζοντος. δευτέρα δὲ ἡ λεγομένη ὑπὸ τῶν πόλων ἐν ᾗ ὁ μὲν πόλος κατὰ κορυφὴν γίνεται. τρίτη δὲ ἐστὶν οἴκησις ἡ κ. . . γορευομένη ὑπὸ τῶν ἰσημερινῶν, ἐν ᾗ μὲν πόλοι ὑπὸ τὸν ὁρίζοντα, ὡς εἴρηται, γίνονται.

Τούτων τοίνυν οὕτως ἐχόντων κατίδωμεν τὴν τούτων παραλλήλων κύκλων σχέσιν πρὸς τὸν ζωδιακὸν κύκλον. εἴρηται μὲν οὖν πρότερον ὅτι οὗτος ὁ κύκλος λοξὸς ὢν, μέγιστός ἐστιν ἐν τῇ σφαίρᾳ καὶ διὰ τοῦτο ἀεὶ τὸ ἥμισυ ὑπὸ γῆν ἔχει. διὸ καὶ ἓξ ὑπὲρ γῆν ἀεὶ ἐν ἡμέρᾳ ἐστὶ ζώδια καὶ ἓξ ὑπὸ γῆν ἐν νυκτί. ἐπισημαίνεται δὲ τοῦτο καὶ Ἄρατος λέγων. Αχιλλεύς

Ἓξ ἀεὶ δύουσι δυωδεκάδες κύκλοιο.

Δυωδεκάδας γὰρ εἶπε τὰ δωδεκατημόρια τῶν ζωδίων.

Μηδεὶς δὲ νυνὶ ὑπεκρουέτω λέγων εἰ

καθ'

καθ' ἑκάστην ἡμέραν ὑπὲρ γῆν καὶ ὑπὸ γῆν ἴσα γίνεται ζώδια, πῶς οὐκ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἡμέραι ἀλλήλαις ἀεί; Ἐροῦμεν ὅτι τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου τὸ μὲν βορειότερον μέρος ἐφάπτεται τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ κατὰ τὸν καρκίνον, τὸ δὲ νοτιώτερον τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ κατὰ τὸν αἰγοκέρωτα, τοῦ δὲ μεσαιτάτου τοῦ ἰσημερινοῦ κατὰ δύο μέρη καὶ δύο ζώδια κατά τε κριὸν καὶ τὰς χηλάς. καὶ δὴ τέμνει τὸν ἰσημερινόν, καὶ τέμνεται ὑπ' αὐτοῦ.

Ὅτε τοίνυν ἐπὶ τὰ βορειότερα ἀπὸ τῶν νοτιωτέρων ὑψοῦται ὁ ἥλιος, μέχρι καρκίνου γίνεται, διὸ καὶ θερινὸς ἡμῖν ὑποπίπτει ἅτε πλησίον ἡμῶν ὤν. ἐπ' ἐκεῖνα δὲ καρκίνου οὐχ ὑψοῦται ἀλλὰ προσιὼν ἐνταῦθα τρέπεται ἐπὶ τὰ νότια, καὶ καλεῖται θερινὴ τροπὴ τὸ ἐν τῷ καρκίνῳ ὕψος τοῦ ἡλίου. βούλονται δὲ τροπὴν αὐτὴν ποιεῖσθαι οἱ μὲν περὶ τὰς ἀρχὰς οἱ δὲ περὶ ὀγδόην μοῖραν οἱ δὲ περὶ ιβ̄ οἱ δὲ περὶ ιε̄ τοῦ καρκίνου. κατιὼν δὲ ἐπὶ τὰ νότια ὁ ἥλιος ἐπὰν κατὰ τοῦ ἰσημερινοῦ γένηται, τότε ἰσημερίαν ποιεῖ. ποιεῖ δὲ τοῦτο δὶς τοῦ ἐνιαυτοῦ, ἐπειδὴ καὶ δὶς ἐφάπτεται τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ ἡ μὲν καλεῖται ἐαρινὴ ἡ δὲ μετοπωρινή. Ἐαρινὴ μὲν ἐν κριῷ ὅτε ἐφά-

πτεται

πλεῖται τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου. μετοπωρινὴ δὲ ὅτε γίνεται ἐν χηλαῖς. πάλιν ἐφαπτόμενος τοῦ ἰσημερινοῦ ἀπὸ δὲ χηλῶν κάτεισι νοτιώτερος ἕως αἰγοκέρωτος, τότε δὲ ἐφάπτεται ὁ ζωδιακὸς τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ, καὶ ὁ ἥλιος πάλιν ἀπὸ τῶν ταπεινῶν ἐπὶ τὰ ὑψηλότερα τρέπεται καὶ καλεῖται τροπὴ ἡλίου ἡ ἀπὸ ταπεινοτέρου ἐπὶ τὸ ὑψηλότερον πορεία.

Πότε δὲ αἰγύπτιοι ἀπὸ καρκίνου ἐπὶ αἰγοκέρωτα τὸν ἥλιον ἐξιόντα ὁρῶντες καὶ ἐκ μακροτέρων σμικρύνοντα τὰς ἡμέρας ἐπένθουν εὐλαβούμενοι μὴ κατὰ βραχὺ καταλείπῃ αὐτοὺς ὁ ἥλιος. καὶ ἔστιν ὁ καιρὸς οὗτος ὁ παρ᾽ αὐτοῖς τῶν καλουμένων ἰσίων. ἐπεὶ δὲ πάλιν ἀναβαίνειν ἤρξατο καὶ μακροτέρας ποιεῖν τὰς ἡμέρας, τηνικαῦτα λευχειμονήσαντες ἐστεφανηφόρησαν. οὗτος ὁ ἰσημερινὸς κύκλος εἰ διαιρεθείη εἰς ὀκτὼ μέρη, τέσσαρα μὲν ἔξει ὑπὲρ γῆν τὰ δ᾽ ἕτερα τέσσαρα ὑπὸ γῆν, ὥστε ἴσον ἔχειν ὑπὸ γῆν καὶ ἴσον ὑπὲρ γῆν.

Εἰ δὲ τις τὸν τροπικὸν θερινὸν κύκλον διέλοι εἰς ὀκτὼ μέρη κατὰ τὸν Ἄρατον, ἔσται μὲν αὐτοῦ πέντε γε ὑπὲρ γῆν τρία δὲ ὑπὸ γῆν. φησὶ γὰρ περὶ αὐτοῦ οὕτως ὁ Ἄρατος.

Πέντε μὲν ἐν διαστρέφεται καθ' ὑπέρτερα γαίης, τὰ τρία δ' ἐν περάτῃ θέρεος δὲ ἐν τροπαῖς εἰσιν. ἀπὸ τῶν ὀκτὼ μερῶν δῆλον τὰ πέντε ὑπὲρ γῆν ἔχειν, τὰ δὲ τρία ὑπὸ γῆν. κατὰ ταύτην τὴν θέσιν τῆς σφαίρας ἥτις κατὰ τὸ κλίμα τοῦ Ἑλλησπόντου καὶ τῆς Μακεδονίας ἐστὶ καὶ τῆς ἑλλάδος, τοῦ ἡλίου γινομένου ἐπὶ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ ἡ μεγίστη ἡμέρα ἐστὶν ὡρῶν ιε ἡ δὲ ἐλαχίστη ὡρῶν θ.

Πανταχοῦ γὰρ τοῦ ἡμερονυχθίου κδ ὡρῶν ὄντος, εἰ οὖν ὑποστησόμεθα ἐν ταῖς θεριναῖς τροπαῖς ὥσπερ εἴπομεν ιε ὡρῶν τὴν μεγίστην ἡμέραν εἶναι: ἀκόλουθόν ἐστι βραχυτάτω τότε νομίζειν εἶναι τὴν νύκτα. τοῦτο δὲ δῆλον ἔκ τε ἄλλων καὶ ἐξ ὧν Ἄρατος φησίν.

Εἰ γὰρ τὸ ἡμερονύκτιον ἐστὶν κδ ὡρῶν, εἰς η δὲ μέρη τὸν θερινὸν τροπικὸν τέμνεσθαι δεῖ. ἕκαστον δὲ τμῆμα ὡρῶν γ. τρὶς δὲ τὰ η, κδ, εἰ τοίνυν ἀπὸ τῶν ὀκτὼ τούτων μερῶν πέντε ἐστὶν ὑπὲρ γῆν. ἕκαστον δὲ τρισὶν ὥραις περιδινεῖται: τρὶς τὰ πέντε, πέντε καὶ δέκα ὡρῶν γίνεται περιφορά. εἰ δὲ ὑπὸ γῆν τρία μέρη ἐστι τότε. ἕκαστον δὲ τῶν τριῶν τρισὶν ὥραις περιδινεῖται. τρὶς δὲ τὰ τρία ἐννέα ἐστι. δῆλον ὅτι ἔσται

σται ἡ νὺξ ὡρῶν θ, ἥτις ἐλαχίστη ἐστὶν ἐν τούτῳ τῷ κλίματι.

Ὁ δὲ χειμερινὸς τροπικὸς κεῖται μεταξὺ τοῦ ἀνταρκτικοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐναντίος τῷ θερινῷ τροπικῷ, ἴσος αὐτῷ ὑπάρχων, καὶ ἐτμήθη εἰς μέρη η καθάπερ ἐκεῖνος, τοὐναντίον οὖν ἐκείνῳ ἕξει ἀπὸ τῶν ἡμερῶν πέντε μὲν ὑπὸ γῆν τρία δὲ ὑπὲρ γῆν. ὡς γίνεσθαι τὴν ἡμέραν τότε ἐλαχίστην, ὅτε ἐν αἰγοκέρωτι γενόμενος ὁ ἥλιος ἐφάπτεται τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ ἤτοι ὡρῶν θ τὴν δὲ νύκτα ὡρῶν ιε κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τῷ θερινῷ τροπικῷ.

Ἴσως δ' ἄν τις ζητήσειε πῶς ἔφαμεν ἐν μὲν θεριναῖς τροπαῖς γενόμενον τὸν ἥλιον ιε ὡρῶν τὴν ἡμέραν ποιεῖν, ἐν δὲ χειμεριναῖς θ ὁπότε ἐν τοῖς μηχανικοῖς ὡρολογείοις καὶ ὑδρολογείοις ἀεὶ ἡ ἡμέρα ιβ ὡρῶν φαίνεται. λέγωμεν οὖν ὅτι ὥσπερ πᾶς ἄνθρωπος πέντε δακτύλων ἔχει τὴν χεῖρα παῖς τε καὶ ἀνὴρ οὐ μὴν ἴσους ἀναλόγως καὶ ἐπὶ τῶν ἡμερῶν καὶ τῶν νυκτῶν πρὸς τὸ μέγεθος, καὶ τὴν ταχύτητα ἔχειν φαμὲν τὰς ὥρας καὶ μεγάλων μὲν μεγάλας, σμικρῶν δὲ σμικράς. πρὸς οὖν τὰς χειμερινὰς ἡμέρας αἱ θεριναὶ μεγάλαι οὖσαι ιε ὥρας ἰσημερινῆς ἡμέρας διάστημα ἔχου-

σαι

σται εἰς ιβ ἀναλόγως διῃρέθη, τὸ δ᾽ αὐτὸ καὶ ἐπὶ νυκτῶν μεγάλων καὶ σμικρῶν καὶ ἡμερῶν μικρῶν σκοπεῖ.

ΠΕΡΙ ΘΕΣΕΩΣ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΑΥΞΗΣΕΩΣ ΜΕΙΩΣΕΩΣ ΤΕ τῶν ἡμερῶν καὶ νυκτῶν. Κεφάλαιον δ.

Εἰδέναι χρὴ περὶ τῆς θέσεως τῆς σφαίρας ὡς οὐκ ἐστὶ μία ἀλλὰ πρὸς τὰ κλίματα τῆς γῆς καὶ αἱ θέσεις τῆς σφαίρας γίνονται. ἐὰν μὲν οὖν οἱ πόλοι πρὸς τῷ ὁρίζοντι τὴν θέσιν ἔχωσιν, ὥστε ἐφάπτεσθαι τοῦ ὁρίζοντος, σύμβησεται μήτε ἀειφανεῖς μήτε ἀφανεῖς εἶναι κύκλους, ἀλλ᾽ ἑκάτερον τούτων ἡμικύκλιον ἀνατέλλειν ἀεὶ καὶ δυώειν. ἐὰν δὲ τὸν βόρειον πόλον ὑψηλότερον ποιήσωμεν τοῦ ὁρίζοντος, πρὸς τὸ γινόμενον ἔξαρμα καὶ ὕψος αὐτοῦ καὶ τὰ κλίματα τῆς γῆς ἕξει τὰ μεγέθη τῶν ἡμερῶν καὶ τῶν νυκτῶν διάφορα. δῶμεν ξ μοίρων κύκλον, τέμνοντα τὴν σφαῖραν διὰ τῶν πόλων ὥσπερ τοὺς κολούρους. δῆλον οὖν ὅτι ἕκαστον τῶν ἡμισφαιρίων ἕξει ἀνὰ λ τὸ δὲ ὑπὲρ γῆς μοίρας λ ἀπὸ τοῦ ὁρίζοντος μέχρι τοῦ πόλου. ἐὰν οὖν μετεωρήσωμεν

τὸν βόρειον πόλον μοίρας ϛ´ ἔσται τοῦ ἑλλησπόντου τὸ κλίμα, ἔχον τὴν μὲν ἡμέραν τὴν μεγίστην ὡρῶν ιε´ τὴν δὲ νύκτα τὴν ἐλαχίστην ὡρῶν θ´ ἐὰν δὲ μὴ μόνον ἓξ ἀλλ᾽ ἐννέα ἀπὸ τοῦ ὁρίζοντος μετεωρίσω τὸν βόρειον πόλον μακροτέρα ἔσται ἡ μεγίστη ἡμέρα παρὰ τοῖς οὕτως οἰκοῦσιν ἢ τοῖς προειρημένοις ἐν τῷ ἑλλησπόντῳ. καὶ πάλιν ἐὰν ὑψηλότερον αὐτὸν ποιήσω καὶ πολὺ αὐτὸν τοῦ ὁρίζοντος ἀπέχοντα, μακρότεραι εὑρεθήσονται αἱ ὧραι ἕως ἂν ὁ βόρειος μεσουρανήσῃ πόλος. Καὶ τότε οὕτω κειμένης τῆς σφαίρας συμβήσεται ἓξ μηνῶν εἶναι τὴν ἡμέραν καὶ ἓξ μηνῶν τὴν νύκτα. μεσουρανοῦντος γὰρ τοῦ βορείου πόλου εὑρεθήσεται ὁ ζῳδιακὸς ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος εἰς δύο τεμνόμενος. καὶ τὸ μὲν ἥμισυ ὑπὲρ γῆς, τὸ δὲ λοιπὸν ἥμισυ ὑπὸ γῆν ἀεὶ ἔχων. τούτου δὲ οὕτως ὄντος δῆλον ὡς καὶ ἓξ ζῴδια ὑπὲρ γῆς ἔσται ταῦτα δηλονότι ἐν οἷς ὁ ἥλιος γινόμενος καὶ καθ᾽ ἕκαστον λ´ ἡμέρας ποιῶν, ποιήσει τὴν ἡμέραν μηνῶν ϛ´ τὰ δὲ ἄλλα ϛ´ ζῴδια ἀεὶ ἀφανῆ καὶ ὑπὸ γῆν ἔσται ἐν οἷς ὁ ἥλιος γινόμενος ποιήσει τὴν νύκτα μηνῶν ϛ´ διὰ τὸ μὴ ἀνατέλλειν ἐν τοῖς ϛ´ τούτοις γινόμενον αὐτόν.

Ταῦτα δὲ ἡμῖν εἰλήφθω τῆς ἀνωμαλίας τῶν

ἡμερῶν τε καὶ νυκτῶν χάριν. χρὴ δὲ εἰδέναι ὅτι λόγῳ καὶ θεωρίᾳ ταῦτα κατὰ ἀκολουθίαν ἐκ τῶν φανερῶν ἐδείχθη ἀφανῆ ὄντα. οὐ γὰρ ἔχομεν ἀπὸ ἐμπειρίας ἐξ μηνῶν τὴν ἡμέραν καὶ τὴν νύκτα τοσοῦτον δεῖξαι. τινὲς δὲ ἱστοροῦσιν η ἡμερῶν ἔκτασιν μιᾶς ἡμέρας, ἄλλοι δὲ π ἡμερῶν. εἰσὶ δὲ οὗτοι οἱ ὑπὲρ θούλην τὴν νῆσον λεγόμενοι εἶναι. ἡ μὲν οὖν κατὰ τὰ κλίματα διαφορὰ τῶν ἡμερῶν τε καὶ νυκτῶν παραδείγματος χάριν τοῦτον τὸν τρόπον ἡμῖν εἴρηται.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΠΡΟΣ ΑΛΛΗΛΑΣ ΤΩΝ ΖΩΝΩΝ ΔΙΑΣΤΑσεως. Κεφαλ. ε.

ἀχιλλεύς. Ἵνα δὲ καὶ τὰ μεταξὺ τούτων τῶν ζωνῶν καὶ κύκλων διαστήματα μάθωμεν: ἔστω τεμνομένη ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου αὐτῆς: ὥστε δίχα τέμνεσθαι τοὺς παραλλήλους καθάπερ ὑπὸ τῶν κολούρων τέμνονται. καὶ ἔστω ὁ κύκλος οὗτος μοιρῶν ξ ἕκαστον οὖν ἡμισφαίριον ἀνὰ λ μοιρῶν ἐστί. ἀπὸ τοίνυν τοῦ ὁρίζοντος ἐπὶ τὸν βόρειον πόλον ἐξ μοιρῶν ἔσται διάστημα τοῦ ὑπὲρ γῆν τοῦ ἡμισφαιρίου λ μοιρῶν. τοσοῦτον γὰρ ἀπὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπὶ τὸν βόρειον πόλον ἐστὶ τὸ ἔξαρμα, ἀπὸ

μὲν

μὲν γὰρ τοῦ βορείου πόλου ἐπὶ τὴν ἄνω περιφέρειαν τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου κέντρου τάξιν ἔχει ὁ βόρειος πόλος· ἀπὸ δὲ τοῦ μέσου κέντρου παντὸς κύκλου αἱ ἐκβαλλόμεναι εὐθεῖαι εἰς τὴν περιφέρειαν πᾶσαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου διάστημα ἐπὶ τὸν θερινὸν τροπικὸν ἔσται μοιρῶν ε̄ τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν ἔσται μοιρῶν δ̄, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ μέχρι τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ ἔσται τῶν ἴσων δ̄, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ μέχρι τοῦ ὁρίζοντος μοιρῶν ε̄ ἀπὸ δὲ τοῦ ὁρίζοντος ἐπὶ τὸν νότιον πόλον καὶ ἀεὶ ἀφανῆ μοῖραι εἰσι ϛ̄ ἀπὸ δὲ τοῦ αὐτοῦ νοτίου πόλου ἐπὶ τὴν κάτω περιφέρειαν τοῦ ἀνταρκτικοῦ κύκλου αἱ λοιπαὶ ἑξῆς ῑη μοῖραι, ἀπὸ δὲ τοῦ ἀνταρκτικοῦ ἐν τῷ κάτω ἡμισφαιρίῳ μέχρι τοῦ ὁρίζοντος καθ᾽ ὃ ἐφάπτεται ὁ ἀρκτικὸς κύκλος αὐτοῦ ἀναλόγως τοῖς προειρημένοις ὑπὲρ γῆς εὑρεθήσονται.

Τινὲς δὲ τέμνοντες τὴν σφαῖραν διὰ τῶν πόλων ὥσπερ διὰ τῶν κολούρων τὰ μεταξὺ τῶν παραλλήλων διαστήματα κατὰ πλάτος οὐκ εἰς ξ̄ μοίρας τέμνουσιν ἀλλ᾽ εἰς τξ̄ ἐπειδὴ καὶ ὁ ἐνιαυτὸς τξε ἐστὶν ἡμερῶν καὶ φασιν ὅτι

εἶναι μοίρας τὸ ἥμισυ ἤτοι τὸ ὑπὲρ γῆς ἡμισφαίριον καὶ πάλιν ρπ΄ τὸ ὑπὸ γῆν. ἐξ ὧν ἀπὸ μὲν τοῦ ὁρίζοντος μέχρι βορείου πόλου καὶ τῆς περιφερείας τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου τῆς ὑψηλοτέρας εἰσὶ μοῖραι λη΄. ἀπὸ δὲ τοῦ βορείου ἐπὶ τὸν ἀρκτικὸν μοῖραι ἄλλαι λη΄. ἀπὸ δὲ τοῦ ἀρκτικοῦ μέχρι τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ μοῖραι εἰσὶ κδ΄. ἀπὸ δὲ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ μέχρι τοῦ ἰσημερινοῦ μοῖραι κδ΄. ἀπὸ δὲ τοῦ ἰσημερινοῦ ἕως τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ μοῖραι κδ΄. ἀπὸ δὲ τοῦ χειμερινοῦ ἕως τοῦ ἀνταρκτικοῦ τοῦ ἐφαπτομένου τοῦ ὁρίζοντος ἄλλαι εἰσὶ μοῖραι λβ΄.

Αὗται δὲ ἐπὶ τὸ αὐτὸ γινόμεναι ὡς εἴπομεν ρπ΄ γίνονται. ὁμοίως δὲ καὶ ὑπὸ γῆν κατὰ τὸν τρόπον ἴσαι ἄλλαι ρπ΄ μοῖραι. δύνανται δὲ οἱ παράλληλοι οὗτοι καὶ ὀρθοὶ καλεῖσθαι. παρελήφθησαν δὲ ὑπὲρ τοῦ εὐπαρακολούθητον ἡμῖν τὴν δεῖξιν γενέσθαι τῶν βορειοτέρων, καὶ νοτιωτέρων· καὶ ὥστε γνῶναι ἡμᾶς τὰς χειμερινὰς καὶ τὰς θερινὰς καὶ τὰς ἰσημερινὰς καὶ ἐαρινὰς καὶ μετοπωρινὰς τροπάς.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΕΝ ΤΑΙΣ ΕΥΚΡΑΤΟΙΣ ΖΩΝΑΙΣ ΟΙΚΟΥΝΤΩΝ. ΚΕΦ. ϛ.

Τῶν ἐν ταῖς δύσιν εὐκράτοις ζώναις οἰκούντων ἵνα σαφέστερον διέλωμεν· οἱ μὲν εἰσὶν

περι-

περίοικοι οἱ δὲ ἄντοικοι οἱ δὲ ἀντίχθονες οἱ δὲ ἀντί-
ποδες. περίοικοι μὲν ὅσοι τὴν αὐτὴν οἴκησιν οἰ-
κοῦσιν· οἷον οἱ τὴν βόρειον οἰκοῦντες· περίοικοι εἰ-
σὶν ἀλλήλοις. καὶ πάλιν οἱ τὴν νότιον περίοικοι εἰ-
σὶν ἀλλήλοις, ἄντοικοι δὲ οἱ τὴν νότιον οἰκοῦντες
τοῖς τὴν βόρειον οἰκοῦσι ζώνην, καὶ ἀντοικουμένη
ἐστὶν ἡ βόρειος τῇ νοτίῳ καὶ ἡ νότιος τῇ βορείῳ
ἀντίχθονες δὲ οἱ κατὰ διάμετρον ἐν ταῖς ὁμοί-
αις ζώναις οἰκοῦντες οἷον ἐν τῇ βορείῳ ἐν τῷ ὑ-
πὲρ γῆς ἡμισφαιρίῳ, ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ νοτίῳ.

Ἀντίποδες δὲ οἱ κατὰ διάμετρον ἐν ταῖς ἐναν-
τίαις ζώναις οἰκοῦντες, οἷον τῶν πρὸς τῷ καρκί-
νῳ οἰκούντων ἀντίποδες εἰσὶν οἱ πρὸς τῷ αἰ-
γοκέρωτι.

Οἱ μὲν οὖν περίοικοι τὴν αὐτὴν ἔχουσιν ἀεὶ
νύκτα καὶ ἡμέραν καὶ τὰς ἐτησίους ὥρας, οἱ δὲ ἀν-
τοικοι τὴν μὲν αὐτὴν ἔχουσιν ἀλλήλοις ἡμέραν
καὶ νύκτα, οὐ τὰς αὐτὰς δὲ τροπάς. ἐν καρκίνῳ
γὰρ γινόμενος ὁ ἥλιος, ἡμῖν μὲν θέρος βορειο-
τέροις οὖσι ποιεῖ, τοῖς δὲ νοτιωτέροις χειμῶνα.
ὅταν δὲ ἐν αἰγοκέρωτι γένηται· ἡμῖν μὲν χειμῶ-
να βορειοτέροις οὖσι, τοῖς δὲ τὴν νότιον οἰκοῦ-
σι ζώνην θέρος ποιεῖ. καὶ πάλιν τῶν ἰσημε-
ριῶν δύο οὐσῶν ἐν μὲν κριῷ ἥλιος γινόμενος

ἡμῖν μὲν ἐαρινὴν τοῖς τὴν βόρειον οἰκοῦσιν· τοῖς δὲ ἀντοίκοις μετοπωρινὴν ἰσημερίαν ποιεῖ. ἐὰν δὲ ἐν χηλαῖς γένηται ἡμῖν μὲν μετοπωρινὴν τοῖς δὲ ἀντοίκοις ἐαρινὴν ἰσημερίαν ποιεῖ. ἀπὸ δὲ τοῦ τοῦ κριοῦ ἰσημερίας τῆς παρ' ἡμῶν ἐαρινῆς ὁ ἥλιος ἀναβαίνων ἐν καρκίνῳ θέρος μὲν ἡμῖν ποιεῖ καὶ αὔξει τὰς ἡμέρας, τὰς δὲ νύκτας ἐλάττους ποιεῖ. ἀπὸ δὲ τῆς ἐν χήλαις ἰσημερίας ἐπὶ τὸν αἰγοκέρωτα καταβαίνων παρ' ἡμῖν μὲν μειοῖ τὰς ἡμέρας καὶ τὰς νύκτας αὔξει, χειμῶνα ἀπεργαζόμενος, παρ' ἐκείνοις δὲ αὔξει τὴν ἡμέραν καὶ τὴν νύκτα μειοῖ θέρος ποιῶν.

Καθόλου δ' εἰπεῖν ὁ ἡμῖν ποιεῖ καρκίνος τοῦτ' ἐκείνοις αἰγόκερως, ὃ δὲ ἡμῖν αἰγόκερως τοῦτ' ἐκείνοις καρκίνος. ὁ δὲ ἡμῖν κριὸς, τοῦτ' ἐκείνοις χηλαὶ, καὶ τὸ ἀνάπαλιν. οἱ δὲ ἀντίχθονες τὰς νύκτας καὶ τὰς ἡμέρας παρηλλαγμένας ἔχουσι. τοῖς γὰρ ὑπὲρ γῆς ἀντίχθοσιν ἀνατέλλων ὁ ἥλιος ἡμέραν ποιεῖ· τοῖς δὲ ὑπὸ γῆν νύκτα. καὶ πάλιν παρ' ἡμῖν δύων ὁ ἥλιος νύκτα ποιεῖ, παρὰ δὲ τοῖς κάτω ἀνατέλλει ἡμέραν ποιῶν.

Τροπὰς μέντοι καὶ ἰσημερίας τὰς αὐτὰς ἔχουσι οἱ ἄνω βόρειοι τοῖς κάτω βορείοις, τοῦτ'

ἐστὶν, οἱ ἀντίχθονες. οἱ δὲ ἀντίποδες πάντα ἐναντία καὶ μαχόμενα ἔχουσιν. ὅτε μὲν γὰρ πρὸς ἡμᾶς νὺξ ἐστὶ παρ' ἐκείνοις ἡμέρα καὶ ὅτε παρ' ἐκείνοις θέρος ἐν τῇ καθ' ἡμᾶς οἰκουμένῃ χειμών. καὶ καθόλου ὅτε τοῖς ἐν τῇ νοτίῳ ζώνῃ οἰκοῦσι χειμὼν ἐστὶ, καὶ ἡμέρα, τότε τοῖς ἐν τῇ βορείῳ οἰκοῦσι θέρος ἐστὶ καὶ νύξ. ὥστε καὶ νύκτας τε καὶ ἡμέρας καὶ τροπὰς καὶ ἰσημερίας καὶ οἰκήσεις ἐναντίας οἱ ἀντοῖκοι ἔχουσιν.

ΠΕΡΙ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΤΩΝ ΕΝ ΤΑΙΣ ΟΙΚΗΣΕΣΙ ΣΚΙΩΝ, ΚΑΙ ΚΑΤΑ ΠΟΙ-ους τόπους οἰκοῦσιν. Κεφαλαιον ζ.

Τῶν δὲ ἐν ταῖς οἰκήσεσιν οἱ μὲν εἰσὶν ἄσκιοι, οἱ δὲ βραχύσκιοι οἱ δὲ μακρόσκιοι οἱ δὲ ἑτερόσκιοι οἱ δὲ αὐτόσκιοι οἱ δὲ ἀμφίσκιοι. Ἄσκιοι μὲν οἱ κατὰ κορυφὴν ὥρᾳ ἕκτῃ τὸν ἥλιον ἔχοντες ὥσπερ γὰρ εἴ τις στῆλον ἀνάψας ὀρθὸν στήσειε τούτου οὐκ ἂν γένοιτο σκιὰ οὕτως, οὐδὲ τῶν ὑπὲρ κορυφῆς ἐχόντων τὸν ἥλιον μεσουρανοῦντα γένοιτο ἄν. εἰσὶ δὲ οὗτοι οἱ τὸν ἰσημερινὸν οἰκοῦντες οὗτοι ἡλίου γινομένου ἐν κριῷ ἢ ἐν χηλαῖς τότε κατὰ κορυφὴν ἔχουσι τὸν ἥλιον. Ἀχιλλεύς.

Φασὶ δὲ ἐν Συήνῃ καὶ ἐλεφαντίνῃ ἀσκίους γίνεσθαι ὅτε ὁ ἥλιος γίνεται ἐν καρκίνῳ περὶ

ὥραν ἕκτην. βραχύσκιοι δὲ οἱ τὸν ἥλιον ὀλίγον ἀφεστῶτα ἔχοντες, μακρόσκιοι δὲ οἱ πόρρω αὐτὸν ἔχοντες, ἑτερόσκιοι δὲ οἱ ἐν ταύτῃ τῇ οἰκουμένῃ οἰκοῦντες. ἐπειδὴ ἐπὶ τὸ ἕτερον μέρος ἡ σκιὰ ἡμῶν τρέπεται. λέγω δὲ ἐν δεξιᾷ ἐπὶ τὸ βόρειον. ὁμοίως καὶ οἱ αὐτοίκοι ἑτερόσκιοι εἰσὶν ἐπειδὴ καὶ τούτων ἡ σκιὰ ἐπὶ τὸ ἀριστερὸν μέρος τὸ νοτιώτερον τρέπεται. ἀντίσκιοι δὲ οἱ ἐν τῷ βορείῳ, ἐπειδὴ τὰς σκιὰς ἐναντίας ἔχουσιν. Οἱ μὲν εἰς τὰ δεξιὰ μέρη αὐτῶν: οἱ δὲ εἰς τὰ ἀριστερά, διὰ τὸ μέσον εἶναι αὐτῶν τὸν ἥλιον, ἀμφίσκιοι δὲ γίνονται οἱ ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν κύκλον οἰκοῦντες, οἱ δὲ αὐτοὶ καὶ ἄσκιοι εἰσίν. ὅτε δὲ ἀφίσταται αὐτῶν ἀπὸ κριοῦ εἰς ταῦρον καὶ τὰ ἑξῆς ζῴδια, τὴν αὐτὴν σκιὰν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ εὐώνυμα μέρη. ὅτε δὲ ἀπὸ τῆς ἰσημερίας τῆς ἐν χηλαῖς ὁ ἥλιος γένηται ἐν σκορπίῳ καὶ τοῖς ἑξῆς ζῳδίοις, τότε ἡ σκιὰ αὐτῶν ἐπὶ τὰ δεξιὰ μέρη ἐκπέμπεται, ὥστε συμβαίνειν τοὺς τῇδε οἰκοῦντας ποτὲ μὲν ἀσκίους γίνεσθαι ὅταν ἐν χηλαῖς ἢ κριῷ ὁ ἥλιος ὢν κατὰ κορυφὴν αὐτῶν ᾖ, ποτὲ δὲ ἐν ἀριστερᾷ ἔχειν τὴν σκιάν, ὅτε ἐν σκορπίῳ καὶ τοῖς ἑξῆς ὁ ἥλιος γίνεται. τινὲς δὲ καὶ περισκίους τοὺς περὶ αὐτοὺς κύκλῳ ἔχονται τὴν σκιὰν εἶναι βούλονται, καὶ εἰσὶν οἱ ὑ-

πὸ

περὶ τοῖς πόλοις οἰκοῦντες ἐν αἷς οἰκήσεσιν καὶ εἰς ἡμέραν, καὶ νύκτα ὁ ἐνιαυτὸς διαιρεθήσεται. ὁρίζοντος μὲν γινομένου παρ' αὐτοῖς τοῦ ἰσημερινοῦ, ζωδίων δ' ἐκ διαπαντὸς τῶν αὐτῶν ὑπὲρ γῆς ὄντων, καὶ ἐξ ὑπὸ γῆν. κύκλον οὖν περιγράφουσι παρ' αὐτοῖς. αἱ σκιαὶ περισκίους αὐτοὺς ποιοῦσιν, παραπλησίως τοῖς κύκλοις ἐν τοῖς ἀπὸ τοῖς πόλοις κλίμασι στρεφομένου τοῦ κόσμου.

Πρῶτος μὲν οὖν Παρμενίδης περὶ τῶν ζωνῶν ἐκίνησε λόγον. περὶ δὲ ἀριθμοῦ τῶν ζωνῶν πολλὴ διαφωνία τοῖς μετ' αὐτὸν γέγονεν. οἱ μὲν γὰρ ἓξ αὐτὰς εἶπον, ὡς Πολύβιος καὶ Ποσειδώνιος τὴν διακεκαυμένην εἰς δύο διαιροῦντες, οἱ δὲ πέντε παρέλαβον, ὥσπερ Ἐρατοσθένης καὶ ἄλλοι πολλοὶ, οἷς καὶ ἡμεῖς κατηκολουθήσαμεν. περὶ δὲ οἰκήσεων πάλιν καὶ τῶν ἐνοικούντων καὶ ὀνομάτων γέγονε πολλὴ ταραχὴ καὶ περὶ ἀντιχθόνων καὶ ἀντιπόδων.

ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΩΝ

ΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟΝ ΤΜΗΜΑ.

ΠΕΡΙ ΗΛΙΟΥ ΚΑΙ ΣΕΛΗΝΗΣ, ΚΑΙ ΠΩΣ ΑΙ ΕΚΛΗΨΕΙΣ ΓΙΝΟΝΤΑΙ.

Κεφαλ. α.



ΠΕΙΔΗ ΔΙΑ ΤΟΥ ζωδιακοῦ κύκλου πάντες οἱ πλανῆται φέρονται, καὶ ἄλλοτε μὲν βορείῳ ἄλλοτε δὲ τῷ νοτίῳ πελάζουσιν· μόνος μέντοι ὁ ἥλιος διὰ μόνου τοῦ μέσου κινεῖται, οὔτε τῷ βορείῳ οὔτε τῷ νοτίῳ πελάζων, καὶ τοῦ μὲν κόσμου αὐτοῦ, καὶ τοῖς βορείοις, καὶ τοῖς νοτίοις προσέρχεται μέρεσιν, ἀπὸ τροπῶν ἐπὶ τροπὰς ἰών· αὐτοῦ δὲ τοῦ ζωδιακοῦ οὐδετέροις, ἀλλὰ τὸν μεσαίτατον αὐτοῦ τέμνει κύκλον κατὰ τὴν πορείαν, ὅθεν καὶ ἡλιακὸς οὗτος κέκληται. οἱ δὲ λοιποὶ πλάνητες τοῦ κόσμου περιέρχονται τοῖς βορείοις τε καὶ νοτίοις μέρεσιν καὶ αὐτοῦ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου ἑλικοειδῶς ἐν αὐτῷ κινούμενοι. διότι καὶ ὁ τῆς σελήνης κύκλος τῷ ζωδιακῷ ὑποβεβλημένος, καὶ

παρ

παρ᾽ ὅλον αὐτὸν ἐγκεκλιμένος τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κατὰ δύο σημεῖα τέμνει ἀναγκαίως καλεῖται δὲ ἡλιακὸς καὶ ἐκλειπτικός, καὶ ταύτας τὰς τομὰς οἱ μὲν συναφὰς οἱ δὲ συνδέσμους καλοῦσι.

Εν γοῦν συνόδῳ ἐκλείπει ὁ ἥλιος ἐπιπροσθούσης τῆς σελήνης αὐτῷ ἐν τοῖς συνδέσμοις ἢ ἔγγιστα. καὶ ἔστιν ἡ ἔκλειψις ἡ ἡλιακὴ οὐκ αὐτοῦ τοῦ ἡλίου πάθος, ἀλλὰ τῆς ἡμετέρας ὄψεως. μέσης γὰρ γινομένης τῆς σελήνης ἡμῶν, καὶ τοῦ ἡλίου, οὐ δύναται ἡ ὄψις ἡμῶν ἐπιβάλλειν τῷ ἡλίῳ ὑπὸ τῆς σελήνης ἐπιπροσθουμένῳ. ἡ δὲ σεληνιακὴ ἔκλειψις αὐτῆς πάθος ἐστὶ τῆς σελήνης. ὁπόταν γὰρ περιπέσῃ τῇ σκιᾷ τῆς γῆς, στέρεται τοῦ ἡλιακοῦ φωτὸς ὑπὸ τῆς γῆς ἐπισκοτουμένη. τοῦτο δὲ συμβαίνει ὁπόταν ἐπὶ μιᾶς εὐθείας γένηται ὅ, τε ἥλιος, καὶ ἡ γῆ, καὶ ἡ σελήνη, μέσης τῆς γῆς γινομένης. ὅπερ ἐν μόνῃ τῇ πανσελήνῳ συμβαίνειν δυνατόν. ὁπόταν μὲν οὖν ἡ σελήνη διαμετροῦσα τὸν ἥλιον ἢ ἐν τοῖς δεξιοῖς καὶ βορείοις, ἢ ἐν τοῖς ἐναντίοις τοῦ ζωδιακοῦ εὑρεθείη ἐκφεύγει τὴν σκιὰν τῆς γῆς, καὶ διὰ τοῦτο οὐ κατὰ πᾶσαν πανσέληνον ἐκλείπει. ὁπόταν δὲ διαμετροῦσα τὸν ἥλιον οὕτως εὑρεθείη ὡς μίαν εὐθεῖαν δύνασθαι διεκβάλλεσθαι διὰ τῶν κέντρων τοῦ τε ἡλίου, καὶ τῆς γῆς καὶ τῆς σελήνης.

τότε ἀκριβῶς ἐμπίπτουσα τῇ σκιᾷ τῆς γῆς, τελείαν ἔκλειψιν ποιεῖται.

Καὶ ἐπεὶ περὶ τῆς συνόδου καὶ πανσελήνου εἴπομεν, ῥητέον τι περὶ τοῦ σχήματος τῆς σελήνης. οἱ παλαιότατοι τοίνυν τῶν φυσικῶν τε καὶ ἀστρολόγων ᾔδεσαν ὅτι ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἡ σελήνη τὸ φῶς ἔχει, ὡς δῆλον ἐκ τῆς ἐτυμολογίας τοῦ ὀνόματος αὐτῆς, οὕτως ὀνομασμένης ἐκ τοῦ σέλας αὐτὴν νέον ἔχειν ἀεί, καὶ ἐκ τοῦ ἐπιδιδόναι δᾷδας τοῖς εἰς τὰ ἀρτεμίσια εἰσιοῦσι. τοῦτο μὲν γὰρ σύμβολόν ἐστι τοῦ ἔξωθεν ἔχειν τὴν σελήνην τὸ φῶς. οἱ μὲν οὖν παλαιοὶ τρία εἶναι περὶ τὴν σελήνην σχήματα ἔφασαν, τὸ μηνοειδές, τὸ διχότομον, τὸ πεπληρωμένον, ὅθεν καὶ τριπρόσωπον τὴν ἄρτεμιν ποιεῖν ἔθος ἐστίν. οἱ δὲ νεώτεροι προσέθεσαν τοῖς τρισὶ τὸ νῦν καλούμενον ἀμφίκυρτον, ὃ μεῖζον μὲν ἐστὶ τοῦ διχοτόμου, μεῖον δὲ τοῦ πανσελήνου.

Γίνεται δὲ σελήνη κατὰ μῆνα ἕκαστον. γέννα δὲ τῆς σελήνης καὶ ἀνατολὴ διαφέρει, μετὰ γὰρ τρεῖς ἢ τεσσάρας τοῦ γεννηθῆναι ἡμέρας φαίνεται, καὶ οὐχ ἅμα τῷ γεννηθῆναι, ἀνατέλλει δὲ οὐχ ὅλον τὸ φῶς ἔχουσα περιφερές, ἀλλὰ μηνοειδὴς μέχρι δὲ ἡμίσεως αὐξηθεῖσα γίνεται διχότομος, ἐὰν δὲ

τὸ

τὸ δίμοιρον περιφωτισθῇ, καλεῖται ἀμφίκυρτος, πληρωθεῖσα δὲ γένηται πλησισέληνος, καὶ πανσέληνος, καὶ διχομενης. πέντε καὶ δεκαταία γὰρ ἐστὶ πληρωθεῖσα, ὅ ἐστιν ἥμισυ μηνὸς διχοτομένων τῶν λ̄ ἡμερῶν. καὶ πάλιν αὖ ἀπὸ τῆς πανσελήνου ἄρχεται μειοῦσθαι, καὶ γίνεται πρῶτον ἀμφίκυρτος, εἶτα διχομήνης, εἶτα μηνοειδής, καὶ ταῦτα περὶ τούτων.

ΠΕΡΙ ΜΕΤΑΡΣΙΩΝ.
ΚΕΦΑΛ. ϛ.

Διαφέρει μεταρσίων τὰ μετέωρα, ἦ τὰ μὲν μετέωρα ἐν οὐρανῷ καὶ αἰθέρι ἐστὶν ὡς ἥλιος καὶ τὰ λοιπὰ, καὶ οὐρανὸς, καὶ αἰθήρ. μετάρσια δὲ τὰ μεταξὺ τοῦ ἀέρος καὶ τῆς γῆς. οἷον ἄνεμοι, νεφέλαι, ὄμβροι, ἀστραπαὶ, βρονταὶ, κομῆται, δοκίδες, πωγωνίαι, λαμπάδες, ἴριδες, ἅλωες, διάττοντες, ῥυμοὶ, ῥύακες, λεκτέον τι περὶ μεταρσίων. περὶ γὰρ μετεώρων προείρηται. πρῶτον δὲ περὶ ἀνέμων εἴπωμεν.

Αναξίμανδρος τοίνυν ῥύσιν ἀέρος τὸν ἄνεμον εἶπε, τινὲς δὲ ἀναθυμίασιν ἀέρος, ἄλλοι δὲ διαφέρειν ἄνεμον λέγουσιν αὔρας. ἄνεμον

γὰρ

γὰρ εἶναι ῥύσιν ἀέρος, αὔραν δὲ ἀναθυμίασιν γῆς καὶ τοὺς μὲν ἐκ νεφῶν λέγουσιν εἶναι ἀνέμους καὶ καλεῖσθαι ἐκνεφίας, τοὺς δὲ ἀπὸ γῆς φερομένους ἀπογείους, τοὺς δὲ ἀπὸ ποταμῶν ἐνυδρίας: τοὺς δὲ ἀπὸ κόλπων κολπίας, ἀπὸ δὲ ὀρῶν ὀρίας ἢ ὀρεσίας. καὶ γὰρ παρὰ Ἀριστοτέλει ἐν τῷ περὶ ἀνέμων, καὶ παρὰ Καλλιμάχῳ οὕτως ὀνομάζονται ὥστε καὶ ἀπὸ τόπων τινῶν φασὶ τινὰς λέγεσθαι οἷον καικίαν τὸν ἀπὸ Καΐκου ποταμοῦ πνέοντα, καὶ Σκείρωνα τὸν ἀπὸ σκειρωνίδων πέτρων. τινὲς δὲ ἀπὸ ὁρμῆς ὠνομάσθησαν ὡς σφοδρῶς ῥέοντες καὶ ἡ μετὰ παλμοῦ τινος καὶ πηδήματος θύελλαι. οἱ δὲ ἀπὸ σχήματος, λέγονται, ὥσπερ οἱ μετὰ δινήσεως στρόβολοι, καὶ οἱ κάτωθεν εἰς ὕψος φερόμενοι πρηστῆρες. ἐπραγματεύσατο δὲ περὶ ἀνέμων καὶ Ἐρατοσθένης. οἱ δὲ γενικώτατοι ἄνεμοι τέσσαρές εἰσι, καὶ ὁ μὲν ἀπὸ ἀνατολῶν πνέων καλεῖται ἀπηλιώτης, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ πόλου βορέας, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ἀνταρκτικοῦ νότος, ὁ δὲ ἀπὸ δύσεως ζέφυρος. ζέφος γὰρ ἡ δύσις κατὰ τοὺς ποιητάς. περὶ δὲ κομίτων καὶ δοκίδων ἐπραγματεύσαντο πολλοὶ ὥσπερ καὶ Δημήτριος, εἰσὶ δὲ οὐκ ἐν οὐρανῷ ἀλλ' ἐν τῷ ἀέρι. οἱ μὲν οὖν κάτω τὸ φῶς ἔχοντες,

πις, καὶ τὰς μαρμαρυγὰς κάτω νενεύσας καλοῦνται κομῆται. οἱ δὲ ἄνω τὸ φῶς νενευκὸς ἔχοντες καλοῦνται λαμπάδες. ὁπότε δὲ ἐπιμηκὲς ἔχουσι τὸ φῶς, καλοῦνται δοκίδες, ὁπότε δὲ ἱκματῶδες φῶς ὁρᾶται, καλεῖται ἴρις.

Ὅταν δὲ περὶ τὸν ἥλιον ἢ κύκλος ἐνίοτε καὶ δύο καὶ τρεῖς γίνονται, ὅθεν καὶ Ἄρατος εἶπε τριέλικτον ἁλωήν, ἅλως καλεῖται, ἐὰν δ᾽ ἀπὸ ἀστέρων ὦσις τοῦ φωτὸς γένηται ἐπὶ τὰ κάτω, καλοῦνται ῥυμοί, καὶ ῥύακες. οἱ δὲ ἀπὸ τόπου εἰς τόπον μεθερχόμενοι καλοῦνται ἄττοντες, καὶ διάττοντες. γίνεται δὲ τοῦτο τῶν ἀστέρων ὑπὸ πνεύματος τιναστομένων, καὶ οἷον εἰς πινθῆρας ἀφιέντων. διὸ καὶ σημεῖον ἀνέμων εἶπεν Ἄρατος τοῦτο. ἀκολούθως δὲ ταύτῃ καὶ ὄνους λέγουσι περὶ τὸν καρκῖνον ἀστέρας εἶναι. τοὺς δὲ κομήτας καὶ τοὺς τοιούτους οἱ μὲν λέγουσι ἐξ ἀστέρων συνερχομένων γίνεσθαι, καὶ ἐμφωτιζομένων, οἱ δὲ ἐκ νεφῶν περιπεφωτισμένων. ἄλλοι δὲ ἐκ παρατρίψεως αὐτοὺς φωτίζεσθαι λέγουσιν. οὐ φαίνονται δὲ ἀεί, ἀλλὰ γίνονται κατὰ περιόδους χρόνων. ὅτε μὲν οὖν συγκρούονται αἱ νεφέλαι πρὸς ἀλλήλας βροντὰς ποιοῦσι, ῥαγεῖσαι δὲ καὶ πνεῦμα μετὰ ῥύμης καὶ σφοδρᾶς ὁρμῆς ἀφεῖσαι κεραύνους

ποιοῦσι:

ποιοῦσι· διὰ τῆς ῥύμης ἀναπτομένου τοῦ πνεύματος. ἀστραπαὶ δὲ γίνονται ἤτοι ἐξ αὐτῶν πάλιν τῶν νεφῶν, φωτὸς ἀναπτομένου καὶ σβεννυμένου, ἢ ἐκ πυρὸς μαρμαρυγαὶ εἰσὶν ἐκπεμπόμεναι· ὄμβροι δ' ἐξ ὑγρᾶς ἀναδόσεως, καὶ νεφελῶν ὑγρῶν γίνονται.

Ἐκ τῶν ὑδάτων οὖν τῆς γῆς γίνονται ἀναθυμιάσεις, ἡ μὲν ὑγρὰ καὶ ἀτμώδης, ἡ δὲ ξηρὰ καὶ καπνώδης, καὶ ἡ πλεονάζουσα ὑγρὰ, καὶ συνισταμένη νέφη ποιεῖ, καὶ κατὰ μεταβολὴν ὑετοὺς καὶ ὄμβρους καὶ πνεύματα ὅσα ἐκ τούτων γίνεται. ἔστι δὲ ὁμίχλη νέφος ἄγονον ὕδατος, ἢ ἀτμώδης ἀναθυμίασις. ζόφος δὲ νέφος μέλαν τε καὶ πεπληρωμένον, αἰθρία δ' ἀὴρ ἀνέφελος καὶ ἀνόμιχλος. ἀχλὺς δὲ πάχος ἀέρος ἀσύστατον, κνῆκις δὲ νεφέλη λεπτελάτη κενὴ ὕδατος, δρόσος δὲ ὑγρὸν ἐξ αἰθέρος αἰθρίου κατὰ σύστασιν λεπτήν.

Ψακὰς δὲ ὕδωρ λεπτῶς διεστασμένον ἐπὶ τῆς γῆς. ὑετὸς δὲ ψακὰς ἀδρὰ καὶ συνεχής. ὄμβρος δὲ μικρὰ συστήματα ὕδατος ἐκ νέφους κατὰ μεταβολήν.

Πάγος δέ ἐστιν ὕδωρ πεπηγὸς, πάχνη δὲ ἡμιπαγὴς δρόσος. χιὼν δὲ ὑετῶν ψακὸς ἐκνέ-

φει

φει πεπηγότι. νιφὰς δ' ἐστὶ χιὼν πίπτουσα λεπτῶς. χάλαζα δ' ἐστὶν ὄμβρος πεπηγώς. ἡ δὲ ξηρὰ ἀναθυμίασις, ἐκ τοῦ ὑπὸ ψύχους μενωσθεὶς ἀνέμους ἐμποιεῖ. ἐμπίπτουσι δὲ καὶ διάπυρος γινομένη κεραυνούς. ἀθρόα δὲ φερομέμένη ἡμύπυρος οὖσα, πρηστῆρας μὴ πεπυρωμένη δὲ πῶς τυφῶνας. ἀνειμένη δὲ ἡ αὐτὴ ἐκνεφίας ποιεῖ. κέραυνος δὲ καὶ πρηστὴρ καὶ τυφῶν κατασκήψας ὁ σκηπτὸς λέγεται. τοσαῦτα μὲν οὖν ἀρκέσει ὡς ἐν ἐπιτομῇ περὶ τούτων εἰρῆσθαι.

ΤΕΛΟΣ.

MATHEMATICA.

QVAE NAM ET QVALIS SIT VNIuersalis illa disciplina Mathematica. Caput I.



MATHEMATICAE disciplinæ ſubſtantia medium ſortita eſt locum inter prima rerũ genera atq; poſtrema ſeu infima: adhęc inter ea quę partitionem nõ admittunt, ſimpliciaq; & incompoſita atque indiuiſibilia exiſtunt: & inter reliqua quæ partibilia fiunt atque in uarijs multiplicibusque diuiſionibus uerſantur. Nam Plato diuidit rerum notiones, ſecundum primas & medias atque extremas eſſentias: compariter ipſis rebus quæ ſub cognitionem cadunt.

Res enim omnes quę ſub notionem cadũt: ponit uel mente conceptas uel ſenſu: atque ex ijs quæ mente percipiuntur, alias rurſum ſola mente

mente intelligi,alias uerò ratione ipsa: sic & res sub sensuum iudicium cadentes,nonnullas facit sensibiles,quasdam uerò sub imaginationem cadentes.Mente itaq; cōceptis (quæ quidem primum tenent locum,inter hæc quatuor rerū genera)cognitionem seu uim cognoscendi præficit mentem:intelligibilibus rationem:sensibilibus fidem: rebus ijs quæ imaginē repręsentant,imaginationē.Et docet quòd eā proportionē habeat imaginatio ad sensum quam habet ratio ad mentē.quia imaginatio cognoscit rerū sensibilium imagines, quæ cū in aquis uidentur:tū & in alijs speculis:quodā modo extremū inter formas sortitę ordinem: & reuera factæ imaginū imagines, sic quoq: ratio hominis contēplatur rerum intelligibilium & mente perceptarū effigies:quę à primis simplicibus & impartibilibus formis progrediuntur:in omnē usq; multitudinem atq; diuisionē.ideoq; & huius cognitio ab alijs hypothesibus segregata est antiquioribus: ipsaque mens ascendit ad primum,quod est absq; positione principium.

Quare res Mathematicæ sunt quidem sua natura & substantia ratione perceptæ: ipsa uerò ratio hominis hisce rebus Mathematicis tanquam æstimatrix & arbitra, prę-

fecta est, ſicuti rebus ſenſilibus ſenſus, & imaginabilibus imaginatio.

Eſt autem una quædam uniuerſalis Mathematica ſcientia, ſub ſe comprehendens omnes ſimul Mathematicas diſciplinas: quæ cùm antecedat omnes reliquas, principem inter multas alias tenet locum ſcientias: immo communicat principia ſua illis ipſis ſcientijs: multæque aliæ ſcientiæ circa eam conſiſtunt: deniq; ad eam ipſam tanquam principalem referuntur.

Itaque principia huius uniuerſalis ſubſtantiæ Mathematicæ ſunt, quæ diffuſa ſunt per omnes res: atque à ſe omnia deriuant: intelligo autem finitum illud & infinitum. Nam ab his duobus primis poſt unius inexplicabilem & omnibus hominibus incomprehenſibilem cauſam, cùm cætera omnia deducuntur: tum & ipſa Mathematicarum rerum natura . his quidem omnia cumulatè & excellenter deducentibus : illis uerò procedentibus in conuenientibus menſuris: atque recipientibus ordine decenti ipſam progreſſionem deniq: quibuſdā primis, nōnullis medijs, alijs extremis exiſtentibus. Quia genera mente percepta ſecundum ſimplicem ipſorum naturam primarie fine & infinito participant: nempe quę propter

pter unionẽ & ipſam, ũt uocãt, identitatem, ſeu idem & ſtabilem atque firmam eſſentiam, fine perficiuntur: propter uerò diuiſionẽ quæ fit in multitudinem & abundantiam haben- tem uim procreandi & gignendi diuinámque diuerſitatem, & progreſſum infinitatem nan- ciſcuntur. Res uerò Mathematicæ ortæ quidẽ ſunt, cùm ex fine, tùm ex infinito, non tamen ex primis tantùm, neque ex intelligibilibus, et occultis principijs, ſed ex ijs quæ progreſſa ſunt ab ijs ad ſecundum ordinem, & inter ſe poſſunt medios rerum exiſtentium ornatus producere, & generare eam, quę in ipſis eſt, ua rietatem. Vnde fit ut proportiones & ratio- nes in Mathematicis progrediantur in infini- tum uſq;: coërceantur uerò ab ea quæ eſt finis cauſa. Numerus enim dum ab unitate incipit, inceſſabile habet incrementum infinitatis: is autem qui ſumitur numerus ſemper eſt fini- tus: ita quoq; magnitudinum diuiſio fit in infi nitum: omnes uerò quæ diuiſæ ſunt magnitu- dines finitæ exiſtunt. ipſóque actu partes toti- us ſunt finitæ. Præterea ſi infinitudo (ut ita di- cam) non eſſet in diuiſione magnitudinum: tum omnes magnitudines eſſent commenſu- rabiles, neq; quicquam eſſet quod non uerbis explicari aut ratione dari poſſet, quibus ſanè

duobus uidentur differre, ea quæ sunt Geometriæ, ab ijs quæ ad Arithmeticam pertinent, neque uerò numeri fœcundam unitatis uim atque potentiam demonstrare possent: aut etiam omnes in se continerent rerum existentium rationes, utpote multiplices atque superparticulares. omnis etenim numerus immutat rationem ad unitatem & inquirit atque examinat eum qui ante ipsum est factus atque productus. Denique si finis aut finitum tolleretur, tum nunquam apparerent in Mathematicis ipsa commensurabilitas, atq; communitas rationum, & formarum una eadem semper essentia, & ipsa æqualitas: cæteraque omnia quæ præstantioris sunt coordinationis: neq; etiam harum rerum essent aliquæ scientiæ, aut stabiles, firmæ & exactę earundē comprehensiones.

Quemadmodum igitur hisce duobus principijs opus est in omnibus rerum generibus, ita quoque ijs carere non possumus in Mathematicis. Postremò uerò rerum genera quæ'ue in materia feruntur & ab ipsa finguntur natura, omnino per se ambobus uidentur fini: infinito quidem quoad sedem formarum sibi subiectam: finito uerò aut fine quoad rationes, figuras, formasque. Quod

ita

itaque rerum Mathematicarum principia hæc ſint præpoſita, quæ cæterarum omnium rerum principia exiſtunt ex his, iam manifeſtum eſt.

Sicuti uerò contemplati ſumus principia omnium communia, & per Mathematica genera diffuſa: ita quoq; ipſorum theoremata cõmunia ſimpliciaq́; & orta ex unica atq; ſola ſcientia, quę ſub ſe comprehendit omnes alias Mathematicas ſcientias, conſiderabimus: & quomodo omnibus applicentur cõueniantq́; ac poſſint cũ in numeris, tum & magnitudinibus, atq; motibus contẽplari uidebimus. Huiuſmodi ſunt quæ traduntur de proportionibus, compoſitionibus, diuiſionibus, conuerſionibus, & permutationibus: immo omnia quæ de omnibus rationibus dicuntur: ut ſunt multiplices, ſuperparticulares, ſuperpatientes & quæ his opponuntur, & ut uno dicam uerbo, quæ uniuerſaliter & communiter circa æquale & inæquale uerſantur atque conſiderãtur: nõ quatenus hæc figuris, aut numeris, uel motibus inſunt, ſed utrumque horum per ſe, quatenus naturam habet quandam communem: & ſui cognitionem præbet ſimpliciorem.

Atqui pulchritudo quoq; & ordo cõmunis

est omnibus scientijs Mathematicis & uia seu methodus quæ fit à notioribus ad ea quæ in quæstione sunt proposita, & ab his ad illa reditus, quę appellantur resolutiones & compositiones.

Similitudo quoque & dissimilitudo rationum, nullo modo à Mathematicis generibus recedunt, quia figuras quasdam similes, quasdam dissimiles nominamus, eodem modo & numeros alios similes, alios dissimiles dicimus. Deniq; quæcunque iuxta potentias apparent omnibus simul conueniunt Mathematicis. quorum alia possunt, alia uerò potentijs sunt subiecta. Quæ quidem Socrates in libris de Repub. dicauit Musis, de rebus arduis & sublimibus differentibus. Comprehendens hæc communia rationum Mathematicarum in terminis atq; limitibus definitis, atq; confirmans in prædictis numeris, in quibus etiam mensuræ apparent, fœcunditatis, & quæ huic est contraria, sterilitatis.

Lib. 8.

Neq; uerò existimandum est hæc communia primo subsistere & esse in multis atque diuisis formis neq; postremo, aut ex multis ortum habere: sed quod pręcedant ipsas & antecellant simplicitate atq; certitudine, ponendū erit. ideoq; horum cognitio præcedit multas

alias

alias notiones,& ipsis subministrat principia &multę circa ipsam subsistunt:immò ad eam referuntur. Geometra enim dicet, quod si quatuor fuerint magnitudines proportionales, etiã permutatim proportionales erũt:atq; hæc demonstrabit ex suis proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquã utetur. sic & Arithmeticus dicet, quod si quatuor numeri fuerint proportionales: etiam permutatim erunt proportionales, idq́; etiam demonstrabit ex suis scientiæ proprijs principijs.

Quis ergo considerat per se illud quod dicitur permutatim esse, siue sit in magnitudinibus, siue in numeris, ita etiam diuisionem magnitudinum compositarum, aut numerorum additorum, similiter & compositionem eorũ quæ diuisa sunt? non enim scientiæ & notiones erunt rerum partibilium: illarum uerò rerum quæ absq; materia sunt & intelligenti cõtemplationi proximiora, nullam habebimus scientiam. Verùm longè prius cognitio harũ rerum, erit scientia, & ab ea multæ aliæ rationes communes accipiunt: atque ascensus fit usque ad eiusmodi cognitiones à particularioribus ad uniuersaliores: donec incurramus in ipsam scientiam eius quod est, quatenus est. Ea enim non dignatur, quæ per se nu-

meris insunt, aut ea quæ cõmuniter omnibus quantitatibus conueniunt: sed omniũ rerum quæ sunt & existũt: unam atq; solam substantiam, & essentiam contemplatur. Ideoq; ipsa est omnium scientiarum capacissima atq; perfectissima: omnesq; aliæ ab hac accipiunt sua principia. Semper enim superiores scientię inferioribus præbent primas ipsarum demonstrationum hypotheseis, hæc uerò quæ est omnium scientiarum perfectissima & ex semetipsa largitur atq; præbet, alijs quidem scientijs magis uniuersalia, alijs uerò magis particularia principia.

Ideoq; Socrates in Theæteto iocosa commiscens serijs: comparat ipsas sciẽtias quæ in nobis sunt columbis, easq; ait uolare, alias quidem gregatim, alias uerò seorsim segregatas à cæteris. Scientiæ enim quæ magis uniuersales sunt, continent in se multas alias particulariores, atque illæ quæ attingunt res sub cognitionem cadentes in formasque diuisas distant atque differunt inter se: neque sese mutuo contingunt, tanquam illæ quæ ortæ sunt à differentibus primis principijs.

Quapropter antecedat omnes alias scientias & disciplinas una aliqua scientia: quæ communia & per omnia genera diffusa theorema

ta cognoſcit,atq; omnibus Mathematicis ſci-
entijs ſua principia ſuppeditat.

Atq; hucuſq; deſcripta ſit doctrina harum rerum: nunc uerò hæc conſiderabimus quomodo Plato in lib. de Repub. Dialecticam appellauit uerticem ſeu faſtigium diſciplinarum Mathematicarum & quæ'nam ſit eorũ (ut tradit ille qui conſcripſit Epinomidem) coniunctio. Dicemus ergo quod ſicuti mens eſt ſuperior cogitatione & ratione,& ipſi deſuper ſuppeditat principia,atq; ex ſeſe perficit rationẽ: ſimili modo Dialectica exiſtens puriſſima Philoſophiæ pars proximè uincit Mathematicas diſciplinas ſimplicitate,rerumq; ipſarũ orbem cõprehendit,atq; à ſeſe ſcientijs Mathematicis ſuggerit uarias uires, habẽtes uim perficiendi & iudicandi atq; intelligendi. Reſolutionem dico & diuiſoriã,& definitoriam, atq; demonſtrantem,à quibus adiuta & perfecta fit Mathematica, dum quædam inuenit per reſolutionem, alia per compoſitionem, nonnulla explicat definitionibus, ſunt deniqueeorum quæ quæruntur, quæ colligit per demonſtrationem,atque has methodos applicat conuenienter rebus ſibi ſubiectis, atq; utitur ſingulis,ad contemplandas res medias.unde & reſolutiones in ea ſunt, atq; diuiſiones, Lib.7.

&

& demonstrationes propriæ, quæue uolutantur secundum modum Mathematicæ cognitionis.

Quare Dialectica merito est Mathematicarum disciplinarum uertex ueluti & fastigiũ, quia perficit omne quod in ipsis est intelligens, ipsamque reddit certitudinem minus reprehensibilem, & custodit quod firmũ & immobile est, refert etiam immateriale, & purũ, ad simplicitatem mentis & immaterialitatẽ. Præterea ipsarum disciplinarum Mathematicarum principia prima distinguit definitionibus: declarat quoq; distinctiones generum & specierum: deniq; docet compositiones, quæ producunt ex principijs ea, quæ principia sequuntur, & resolutiones, quæ ad prima ipsaq; principia reuertuntur.

Cæterum & coniunctio Mathematicarum disciplinarum non est ponenda ipsa proportio, ut uult Eratosthenes, quia proportio unum quoddam dicitur esse, & est ex eorum numero quæ communia sunt Mathematicis rebus: multaq; alia ad omnes (ut ita dicam) Mathematicas scientias referuntur, quæq; cõmuni quadam natura rebus Mathematicis per se insunt. Sed ut nos dicimus proxima illarum coniunctio est unica & tota illa Mathematica

matica quæ in se complectitur quodam simpliciori modo principia omnium singularumque scientiarum: quæuè considerat earum cōmunionem & earundem differentiam, atque docet quæ eadem omnibus, & quæ pluribus quæque paucioribus insint, & ad hanc à multis fit reditus, ijs qui benè & aptè discunt.

Hac uerò superior est Dialectica, coniunctio Mathematicarum disciplinarum, quam uerticem earum (ut iam dixi) in Politeia Plato appellauit, illa enim & ipsam uniuersam Mathematicam perfectam reddit, & ad mentem remittit suis potentijs, & ostendit uerè esse scientiam, redditque eam firmam & irreprehensibilem. *Prima Philosophia.*

Tertium tenet locum inter has coniunctiones disciplinarū Mathematicarum ipsa mens: quæ in sese uniformiter comprehendit omnes Dialecticas potentias, earumque uarietatem simplicitate sua & partitionem impartibili cognitione: atque multitudinem unione colligit atque contrahit. Quare mens ipsa congregat Dialecticarum methodorum inuolutiones atq; diuerticula, supernè uerò omnem progressionem Mathematicarum rerum atq; tractationum colligit: optimus denique finis, cū facultatis educendi suasum, tum etiam actionis

nis cognoſcendi. atque hæc ſint de his dicta.

Nomen uero Mathematicæ ipſum & ipſarũ diſciplinarum Mathematicarũ unde nam dicemus impoſitum eſſe his ſcientijs ab antiquis, & quam habebit nominis appellationisque conuenientem rationem?

Videtur itaq; mihi quod non temere à quibuſcunq; ſit inuenta hominibus hæc appellatio ſcientiæ rerum ratione perceptarũ (ſicuti plurima alia nomina) ſed ut eſt & dicitur: cum Pythagorei perſpexiſſent, quod omnis quæ matheſis, hoc eſt, diſciplina nominatur, nihil ſit aliud quàm recordatio & reminiſcentia, quæ hominibus non extrinſecus aduenit in mentem & animum, huiuſmodi ſunt, quæ à rebus ſenſilibus imprimuntur phantaſmata, & informãtur in phantaſia: neq; etiam ueluti aſciſcitia exiſtat ut in opinione poſita cognitio, ſed quod excitata quidem ſit à rebus apparentibus, uerum ab ipſa ratione ad ſeſe conuerſa intus perficiatur atque abſoluatur. Deinde etiam quia uiderunt quod Plato dicat, etiamſi recordationes poſſint multis in rebus demonſtrari: præcipuè tamen in Mathematicis diſciplinis apparere. Nam ſi quis (inquit ille) accuratius inſpexerit delineationes: inde ſane faciliме ꝓbabit matheſin eſſe recordationẽ.

In Menone.

Vnde

Vnde & Socrates in Menone hoc argumentandi modo ostendit, discere nihil aliud esse quàm recordari animam ipsam suarum rationum. Causa uerò est, quia id quod recordatur, nihil aliud est, quam pars animæ rationalis & intelligens. Hæc uerò rationalis & intelligens pars in Mathematicis consistit rationibus, & ipsarum scientias antea in se accepit, quamuis non secundum eas agat. Habet ergo omnes secundum essentiam & occulte: proferat autem unamquamque, quando ab impedimentis ex sensu prouenientibus liberam reddit, quia sensus coniungunt eam cum partibilibus & phantasiæ eam replent motibus informantibus: appetitus etiam flectunt ad uitam indulgentem. omne uerò partibile impedimentũ est eius cõuersionis, quà ad nosmetipsos conuertitur, & quod informat, perturbat eam quæ expers est formę cognitionem, & omne quod affectibus & perturbationibus est obnoxiũ, est impedimentũ eius actionis quæ nullis affectibus offenditur.

Cum ergo hæc à ratione & mente remouerimus: tum per ipsam cognoscere possumus rationes quæ in ipsa sunt, atque actu peritiam & scientiam habere: & promerere substantialem cognitionem.

Dum

Dum uerò uincti sumus captiuiq; tenemur, atque conniuentes oculo ipsius animæ: non amplius nobis conuenientem habemus perfectionem.

Quare hæc ipsa Mathesis est recordatio & reminiscentia æternarum in anima rationum. & ipsa Mathematica propter hanc, ea ipsa potissimum nominatur cognitio quæ cõducit utilisq; nobis est ad eiusmodi reminiscentias rationum æternarum.

DE SCIENTIIS MATHEMATICIS. *Cap.* II.

DE Mathematicæ autem disciplinæ partibus aut speciebus posthac dicendum nobis erit: quǽnam illæ sint & quot numero. nam post totum & integrum genus eius: differentiæ etiam scientiarum particularium per species sunt enumerandæ.

Pythagoreis itaque uisum fuit uniuersam Mathematicam scientiam quadrifariam diuidere: unam quidem eius circa quantitatem discretam: alteram circa continuam uersari dicẽdo harum pariter utramq; duplicem ponentes. Nam quantitas discreta aut per se cõsistit: aut respectu alterius consideratur, ita etiam

quan-

quantitas continua aut est stabilis & absq; motu, aut agitatur motu. atque dicunt Arithmeticam quantitatem discretam per se consistentẽ, considerare, Musicã uerò ad aliud relatam. Ita Geometriam quantitatem cõtinuam absq; motu existentem: Sphæricam uerò eam quæ per se mouetur.

Neq; uerò quantitatem continuam aut discretam contemplari simpliciter & absolutè uel magnitudinem uel multitudinem, sed id quod iuxta utrumq; est definitum, hoc enim ab infinitis ablatum scientias perpendere, ne scilicet uanum & inutile sit infinitatem cognitione comprehendere.

Quando uerò uiri sapientissimi hæc dicũt: nõ existimabimus nos intelligere debere quotum ipsum quod in sensilibus est: neque quantum quod circa corpora excogitatur. Hæc enim considerare est ipsius Physiologiæ: non autem ipsius scientiæ Mathematicæ, sed cum conditor omnium rerum assumpsit unionem, & diuisionem uniuersarum rerum atque identitatem (ut uocant) cum diuersitate ad animæ completionem: & præter hæc statum atque motum, ex his omnibus generibus ipsam constituit. Sicuti Timæus nos docuit, dicendum quod secũdum diuersitatem eius atque diuisi

onem rationum,ipſamq́: multitudinem ratio & mens hominis ipſaq́: cogitatio conſiſtens ſeſeq́: intelligẽs eſſe & unum & multa: producit numeros & numerorum cognitionem, ipſam ſcilicet Arithmeticam, ſecundum unionem uerò multitudinis & communionem atque colligationem ad ſeſe: profert Muſicam. Ideóque Arithmetica antiquior eſt Muſica.

Rurſus ſecundum ſtatum qui in ipſa eſt, actionem ſtabiliens, Geometriam de ſeipſa promit, & unam figuram ſubſtantialem, & opifica omnium figurarum principia: ſecundum motum uerò ipſam Sphæricam, quia & ipſa mouetur per circulos, conſiſtit autem ſemper eodem modo ob cauſas circulorum, rectum inquam & circumferentiale, ideóque & hic Geometria Sphæricam ut motum ſtatus præcedit. Sed quia ratio & mens ſeu anima non reſpiciens ad conuolutionem quæ infinita ui eſt prædita, haſce genuit ſcientias: uerum ad ambitum finis qui eſt ſecundum genera: idcirco aiunt eas à multitudine & magnitudine abſtraxiſſe infinitum, & nunc uerſari circa finitum. Animus enim in ipſa ratione collocauit principia multitudinis & magnitudinis, Talis ergo eſt

Pytha-

Pythagoreorum sermo & hæc quatuor scientiarum diuisio.

Rursus uerò sunt quidam, qui existimant alio modo Mathematicam esse diuidendam qualis est Geminus, & unam eius partē duntaxat in intellectilibus uersari uolūt: alteram uerò in sensilibus eaq; attingere.

Vocant autem intellectilia quascunq; inspectiones anima per se exuscitat: atq; seipsam separat à formis materia aliqua præditis. Eius uerò quæ tractat intellectilia, duas primas principalissimasq; partes ponūt esse Arithmeticam, & Geometriā, alterius uerò quæ uires suas exercet in rebus sensilibus sex. Mechanicam, Astrologiam, Opticā, Geodęsiam, Canonicam, Logisticam. Militarem uerò artem, eā inquam quæ de instruendis aciebus præcipit: non existimāt appellandā esse partem Mathematicæ, ut alij nonnulli uoluerunt: sed eam interdū quidem Logistica, ut in legionibus enumerandis, interdum uerò Geodæsia, ut in diuisionibus & dimēsionibus locorū ad castra metanda uti. Sicuti etiā dicunt multò minus neq; historicā neq; medicam esse Mathematicæ aliquam partē, etiamsi sępenumero qui historias scribūt, utantur theorematibus Mathematicę disciplinę, dum exponunt situs climatum, aut

magnitudines urbium, & diametros aut ambitus & circuitus earum colligunt. Medici quoq; multa in sua arte huiusmodi uijs exponunt. quod & ipse Hippocrates docet, ubi ostendit utilitatem Astrologiæ in medicina. denique omnes qui aliquid tradiderunt de temporibus atque locis. Eodem modo & is qui acies instruet, utetur quidem theorematibus Mathematicis, non tamen erit Mathematicus, quamuis interdum dum minimam multitudinem ostendere uult in circulum castra ipse disponit & conformat: interdum uerò maximam, dum in quadratum aut pētagonum, aut aliam multilateram seu aliud polygonum redigit castra.

Quare cùm hæ sint totius Mathematicæ disciplinę species: ipsa quidem Geometria rursus diuiditur in contemplationem planorum, & Stereometriam, non enim est propria aliqua doctrina de punctis & lineis, quatenus neque figura ex his fieri potest absque planis aut solidis. Omnino enim Geometriæ est officium, aut plana, aut solida, uel constituere, uel inter se conferre, uel deniq; quæ constituta sunt diuidere.

Arithmeticæ uerò diuisio simili fit modo in contemplationem numerorum linearium,

plano-

planorum & solidorum, quia species numeri per se contemplatur quæ progrediuntur ab unitate: & generationes planorum similium & dissimilium, denique solidorum ad tertiam usque accretionem progressus considerat.

Geodæsia uerò & Logistica his (intellige Geometriæ & Arithmeticæ) similes & proportionales sunt: quæ quidem non de numeris aut figuris intellectilibus: sed sensilibus uerba faciunt. quia Geodæsiæ officium non est cylindrum aut conum metiri, sed aceruos rerum materialium ut conos, & puteos ut cylindros, neque etiam lineas rectas intellectiles adhibet, uerum utitur sensilibus lineis interdum exactioribus & tenuioribus, ut radijs solaribus, interdum crassioribus, ut spartis seu funibus & perpendiculo.

Neque Logisticus contemplatur affectiones numerorum quæ per se eis insunt: sed in rebus sensu perceptis, unde etiam his nomen imponit ab ijs rebus quas dimetitur dum μηλίτας quosdam appellat & φιαλίτας, neque concedit esse minimum sicuti Arithmeticus, sed ueluti genus ad aliquid sumit id minimum esse. Vnus enim homo ei est mensura multitudinis hominum, non aliter atque unitas numeri est mensura.

Optica etiam atque Canonica ſunt ſcientię prognatæ ex Geometria & Arithmetica. Nam Optica utitur radijs uiſorijs tanquam lineis, & angulis qui ex eiuſmodi conſtituuntur radijs. eaq́; diuiſa eſt cum in eam quæ propriè Optica uel Perſpectiua nominatur, quæ cauſam reddit earum apparentiarum quæ ſeſe aliter quam ſunt nobis offerunt, propter eorum quæ ſub uiſum cadunt alios atque alios ſitus & diſtantias, ut linearum æquidiſtantium coincidentia, aut quadratorum ac ſi circuli eſſent contemplatio, & in uniuerſam Catoptricam Speculariam dictam quæ uerſatur circa uarias multiplicesq́ue refractiones & cognitioni imaginariæ ſeu coniecturali copulata eſt. denique in eam quæ Scenographica dicitur & oſtendit quomodo fieri poſſit ut quæ in imaginibus apparent non uideantur inconcinna uel deformia propter diſtantias & altitudines eorum quæ deſignata ſunt.

Canonica quoq; conſiderat apparentes rationes harmoniarum, & inuenit canonum ſeu regularum ſectiones, atq; ſemper utitur ſenſus auxilio: imo ut Plato inquit, menti aures uidetur præpoſuiſſe. *Lib. 7. de Rep.*

His ſcientijs addita eſt Mechanica dicta,

quæ

quæ pars eſt doctrinæ uerſantis circa res ſenſiles & materiales, ſub qua comprehenduntur Organopoëtica, hoc eſt, inſtrumentorum uariorum conficiendorum ars, quibus belli tempore neceſſario utendum eſt, qualia dicitur Archimedes conſtruxiſſe inſtrumenta ad defenſionem facta, dum Syracuſanorum urbs terra, maríque eſſet obſeſſa. Eius etiam pars eſt, quæ Thaumaſtopoëtica, hoc eſt, miraculorum effectrix appellatur, quæ alia quidem ſpiritibus maximo quodam artificio conficit, ut Cteſibius & Hieron operātur: alia uerò pōderibus, quorum motus quidem inæquilibrium, ſtatus uerò æquilibrium cauſam eſſe exiſtimandum eſt: quemadmodum Timæus hæc diſtinguit. deniq; nonnulla per neruos atque ſpartas imitantes animatos tractus atq; motus ſeu conuolutiones. Sub ipſáque Mechanica comprehenditur uniuerſa æquilibrantium doctrina, & centroponderantium perceptio, atque ipſa quæ nominatur Sphæropœia, hoc eſt, Spherarum effectrix ad imitationem cœleſtium circumuolutionum, qualem Archimedes cōfecit, & ut ſummatim dicā tota illa quæ uim habet mouēdi materiā.

Reliqua eſt Aſtrologia, quæ de motibus mundi tradit, & magnitudinibus atq; formis

cœlestium corporum, illuminationibus quoque & distātijs à terra: omnibusq; alijs rebus, quæ huiusmodi sunt. dum multa quidem à sensu sibi assumit, multum uerò cum naturali cōsideratione communicat.

Huius uerò pars est Gnomonica, quæ occupata est circa horarum dimensionē, quæ fit per gnomonicum situm atque positionem.

Deinde Meteoroscopica quæ inuenit eleuationum differentias & stellarum distantias, aliaque multa atque uaria Astrologiæ docet theoremata.

Deniq; Dioptrica quę dignoscit distantias Solis, Lunæ & aliorum astrorum instrumentis ad id factis.

Atq; hæc sint de partibus Mathematicæ disciplinę dicta, quemadmodum ea ab antiquis descripta & tradita accepimus.

EX HIERONIS LIBRO QVI DE *nominibus Geometricis est inscriptus.*

GEometria est scientia magnitudinum & figurarum & superficierum atque linearum quæ eas circumscribunt & limitāt: præterea affectionum quæ his insunt atq; habitudi-

bitudinum & effectuum in formis & motus qualitatibus. Dicuntur uerò affectiones esse ipsæ diuisiones, habitudines autem rationes magnitudinum inter se, & positiones, quę uę per se nobis accidunt ipsis & inter se conferri.

Continua etiam sunt quæ per omnia sunt similium partium: & quorum sectio atque diuisio in infinitũ usq; se extendit. ut corpus, locus, tẽpus, motus, superficies, linea. Corporis enim quæuis pars est corpus, ideóque nullum est minimum corpus. siquidem omne corpus tria habet interualla, longitudinem, latitudinem & profunditatem: sic quoque quæuis loci pars, est locus. Vnde neq; locus minimus est, quia omnis locus habet æqualia interualla corpori. simili ratione quæuis tẽporis pars est tempus, aliáque continua sunt linea quidẽ, quia communem terminum licet sumere ad quem omnes lineæ partes conueniunt scilicet punctum. Superficies etiam, quia partes superficiei cõueniunt ad communem terminũ, nempe lineam, eodem modo hoc dicetur de corpore.

Sunt autẽ qui dicunt Geometriæ principia esse corporis Mathematici distantias seu interualla, quorum sunt tria, longitudo, latitudo,

& profunditas, & primum quidem interuallum dicunt fieri ab anterioribus ad posteriora, & esse longitudinem: alterum uerò à dextris ad sinistra, & esse latitudinem: tertium denique fieri à superioribus ad inferiora, & esse profunditatem. atq; sic ex tribus his interuallis fiunt sex: secundum unumquodq; duo. uocant uerò hęc interualla, motus qui fiunt secundum locum.

Finis uerò Geometriæ proximus est fini Arithmeticæ: pręterquam quod inuestiget non quæ discretæ substantiæ, sed cōtinuæ accidāt.

Logistica uerò est contemplatio quæ rerū numerabilium, non autem numerorū tractationem instituit neque sumit numerum uerè existentem, sed ponit unum loco unitatis, numerabile uero loco numeri, ut tria esse numemerum ternarium, & decem, denarium, quibus accommodat theoremata Arithmeticæ: itaque contemplatur boicum (quasi dicas bouinum) ab Archimede appellatū problema: quod quidem ipsum contemplatur μηλίτας & φιαλίτας numeros, hos quidem in phiala, illos uerò in grege: denique in aliȷs generibus cognoscens multitudines corporum sensilium, tanquam eximium & singulare quippiā conspicitur, & apparet. Materia itaq; Logisticæ

cæ ſcientiæ ſunt omnia numerabilia, quia uero ipſum unum, eſt in materia minimum, qualis eſt in Arithmetica unitas: utitur uno tanquã minimoq; eiuſdem generis rerum, ſub unã eandemq; multitudinem cadentium. ideoq; unum hominem ponit indiuiſibilem in multitudine hominum ſed non ſemel, & unã drachmam in numerandis drachmis.

Geodæſia eſt ſcientia magnitudinum & figurarum exiſtẽtium in corporibus ſenſilibus. materia uerò Geodæſiæ ſub diuiſionem & compoſitionem cadit: atque non perfectas aſſumit figuras, neque etiam expolitas: ideoque aceruum rerum materialium metitur tanquã conos, & puteos rotundos ac ſi eſſent figuræ cylindricæ & mutilas, ut coluros.

Sicuti uerò Geometria, Arithmetica, ita Geodæſia utitur Logiſtica tanquam inſtrumẽtis, ad locorum quidem dimenſionem, dioptris, regulis, rubricis, gnomonibus, & ſimilibus ad interuallorũ & altitudinum dimẽſiones, interdum quidem umbra, interdũ dioptris, nonnũquã inueſtigat id quod propoſitũ eſt per refractiones, ſicuti Geometra ſępenumero lineas rectas rationales tractat: ita & Geodæta utitur ijs quæ ſub ſenſum cadũt: quorũ alia quidẽ accipiũtur certiora et exactiora per ſolis radios,

aut

aut ſpeculandi inſtrumenta,aut obumbratio=
nes,alia uero magis corporata excipiuntur ex
tenſione & obuolutione funiũ aut rubricis.
His enim utitur Geodætes,& metitur quaſli
bet areas eminus diſtantes, mõtium faſtigia,
murorum altitudines, fluuiorum latitudines
& profunditates,& quęcunque huius ſunt ge
neris.

Opticæ igitur partes plures enumerari poſ
ſunt iuxta uarias atque diuerſas materias,ge=
neraliſſimæ uero ſunt tres: quarum una idem
nomen habet quod tota Optica,altera Cato-
ptrica, tertia Scenographica. Catoptrica
uero in uniuerſum dicitur ea,quæ uerſatur cir
ca refractiones,quæ fiunt à corporibus lenio
ribus non tantum circa unum ſpeculum, ſed
etiam interdum circa plura: præterea ea quæ
in aëre per humida comparent ſpacia, ut ſunt
quæ circa Iridas conſpiciuntur. Altera eſt
quæ contemplatur accidentia circa ſolis radi
os cum in refractione, tum & illuminationi=
bus atque umbris. Vt qualis fiat linea quæ di
ſtinguit umbram in unaquaq; figura, & quæ
circa ignicularia,ut dicitur, conſiderat radios
per refractionem concurrentes,qui per con=
curſum collectum refractionis ipſius luminis,
ſecundum quandam ſpeculi peculiarem præ=
paratio-

parationem in unum coëuntes,uel ſecundum lineam rectam,circulatim locum aliquem incendunt.

Hæ itaque contemplationes habent eaſdẽ hypotheſes,quas illa quę uerſatur circa uiſus, & unam eãdem cum illa habent tractationẽ. qualis enim eſt uiſuum proſpectus: talis etiam eſt atque fit radiorum à ſole immiſſio, atque interdum quidem per lineas rectas non fractas,nonnunquam uerò per lineas rectas fractas,ut in uitris. Fractæ enim & in unum coëuntes ignis excutitur,iuxta tales figuras. interdum etiam per refractionem & retuſionem apparent,ſicuti tremuli ſplendores in laquearibus aut tectis. quapropter ab omni uiſu inſpectio, & ab omni parte ſolis radiorum fit immiſſio. Optica uerò quæ per inſinuationem & introgreſſum in aquis & membranis ſeu cartilaginibus inſpicit: minorem & magis exiguam habet conſiderationem,cauſas tamẽ reddit eorum quæ in aquis, membranis atq; uitris cum diſperſa apparent ſunt unita, & cõpoſita,quæ ſunt ſimplicia & erecta,fracta: & quæ ſtabilia ſunt,mobilia uidentur.

Scenographica quæ & ipſa pars eſt Opticæ,inueſtigat quomodo ædificationum imagines pingere conueniat,& quando non qua

lia existunt, talia apparent: qua ratione referãtur rhythmi qui ibi quidem non sunt, attamen appareant. Finis enim architecti est, ut efficiat opus ad concinnam imaginationem: & quantum fieri potest inueniat auxilia & remedia fallaciæ uisus, qui etiam nõ ueræ æqualitatis aut ueræ concinnitatis, sed ad uisum apparentis coniecturam faciat. Sic enim cylindrum apertum cum uoluerit inspicere columnam in medio quoad uisum angustam facit latiorem, & exhibet circulum nonnunquã, cum tamen circulum non depingat: sed oxygonij coni sectionem. quadratum etiam longius, & columnas multas atq; differentes magnitudine in alijs proportionibus multitudine & magnitudine repræsentat. Eadem est ratio facieti colossum, qui apparentem symmetriam perfectionis ei attribuit, ut ad uisum concinna sit, neq; tamẽ frustra efficiat quoad substantiam symmetriam: propterea quod eiusmodi opera in magno posita fastigio, non talia appareant qualia sunt.

QVIS NAM ET SIT ET APPELletur *Mathematicus.* *Cap.* III.

DEinceps ergo dicemus qualemnã quispiam uellet esse Mathematicum, & quomodo uerè cum aliquis dijudicare posset, is enim

nim qui abſolutam rerum doctrinam cõſecutus eſt (ut inquit Ariſtoteles) de omnibus iudicare poterit: qui uerò rerum Mathematicarũ habet perceptionem: iudicabit de ueritate certitudineq́; eorum quæ in his cõtinentur. Quapropter certa quædam iudicia certæq́; notæ ex quibus iudicari poſſit: erunt aſſumendæ. atque primo ſciendum quarum rerum demonſtrationes ſint uniuerſales atq; cõmunes faciẽdæ: & in quibus rebus obſeruãdæ ſint ſingularũ proprietates. Multa enim eadẽ exiſtũt ijs quæ ſpecie differunt, ut omnibus triangulis, habere tres duobus rectis æquales angulos. multa quoq; ſunt, quorum prædicatio eſt eadem: differunt tamen communi quadam ſpecie, quæ in ſingulis eſt. ut ſimilitudo in figuris & numeris, uerum non una eſt eademq́; requirenda demõſtratio ab ipſo Mathematico. quia nõ ſunt eadẽ principia figurarũ & numerorũ: ſed differunt inter ſe iuxta genus ſubiectum. quod ſi uerò accidens per ſe eſt unum, etiam una erit demonſtratio, quoniam duobus rectis ęquales eſſe, aut duo anguli recti idem eſt in omnibus triangulis: & quod accidit idem in omnibus ſcilicet triãgulum habere tres angulos duobus rectis æquales: totaq́; triangulorũ doctrina eadem eſt, quemadmodũ & illud

In 1. de partibus animalium.

habe-

habere quatuor rectis æquales angulos externos, non triãgulis solum, sed omnibus figuris rectilineis inest, ipsaque omnibus cõgruit demonstratio, quatenus sunt figuræ rectilineæ. Vnaquæque enim doctrina omnino quandã introducit proprietatem atque affectionem cujus omnes res participes fiunt: secundum eam doctrinam, utpote triangulorum doctrina, ut rectilineorum, aut denique, ut uno dicam uerbo, figuræ perceptio & doctrina.

Alterum quod est obseruandum, an demonstrationes sint factæ iuxta subiectam materiã cui conuenire debent. Num scilicet sint necessariæ factæ demonstrationes, & quæ refutari nequeant, non autem probabiles & refertæ coniectura atque uerisimilitudine. Simile enim est (ut inquit Aristoteles) à Rhetore exigere demonstrationes, & Mathematico probabiliter differenti aures prebere. Oportet enim unumquemque suæ scientiæ & artis peritum, conuenientes rebus de quibus tractationem instituit reddere rationes. Sic etiam Plato in Timæo ait Physiologum uerisimiles postulare rationes, quia circa eiusmodi res uersatur. eum uero qui res intellectiles docet: & tractat stabilem essentiam: rationes in medium adferre, quæ neque redargui, neq; moueri

I. Ethicorum.

ueri possunt. Confestim enim res subiectæ, faciunt differentias scientiarum & artium, utpote quædam res sunt immobiles, quædam mouentur, aliæ sunt simpliciores, aliæ magis compositæ, nonnullę ratione, quædam autem sensu perceptæ. Neque uerò eandem certitudinē ab omni & quauis scientia Mathematica exigemus: quod si enim una quodammodo propiùs attingeret res sensiles, alia uerò rerum intellectilium subiectarum esset cognitio: nō eodem modo ambæ certitudinem haberent: uerùm altera magis certa, altera minus. Ideóque dicimus Arithmeticam certiorem esse harmonica. neque uerò existimabimus cæteras disciplinas Mathematicas ijsdem uti demonstrationibus, quia res subiectæ non paruam faciunt differentiam.

Tertium quod dicimus non esse negligendum, est quod considerare oportet eum, qui rectè uelit de Mathematicis sermonibus & traditionibus iudicare, quid idem, uel, ut uulgò aiunt, identitas, & quid alterum seu diuersum seu diuersitas, quid per se, quid per accidens, denique quid qualis'ue proportio: cæterísque omnibus huius generis. Siquidem ferè omnes errores circa hæc fiunt ab ijs, qui sibi, cæterisq; uidentur in medium adferre Mathe

maticas demonſtrationes: cum tamen nihil minus faciant: & nihil monſtrent. quando ſci uicet demonſtrant idem eſſe quod alterũ & di uerſum eſt in unaquaq; ſpecie, aut diuerſum at que alienũ ac ſi eſſet idem: ſic quoq; cum aſſu- munt quod per accidens ineſt, ac ſi per ſe ineſ- ſet: uel econtrà per accidens quod eſt per ſe. exempli gratia. Quod circumferentia pulchri or ſit linea recta: uel triangulus æquilaterus triangulo æquicruro. Mathematici enim eſt hæc inter ſe diſtinguere.

Quartum & poſtremum, quod cum Ma- thematica medium teneat locũ inter res intel lectiles & ſenſiles, atq; demõſtret in ſe multas quidẽ imagines diuinarũ rerum: multa quoq; exẽplaria Phyſicarum rerũ: triplices etiam fa ciendas eſſe demõſtrationes in hac diſciplina Mathematica, alias quidem propiores men- ti, nonnullas uerò rationi & cogitationi ma- gis accommodatas, deniq; quaſdam attingen tes opinionẽ, quia iuxta problemata eorumq; naturam oportet & differentias eſſe demon- ſtrationes: atq; diuiſionem ipſis rerum generi bus conuenientem fieri, propterea quod ipſa Mathematica omnibus annectitur: & ſuas ra tiones omnibus applicat, atq; hæc de his ſuf- ficiant.

DE

DE GEOMETRIA ET ARITHmetica. Caput IIII.

GEometria pars totius Mathematicæ existens, secundum locum tenet post Arithmeticā, tanquam ea quæ ex hac perficiatur & determinetur, quicquid enim in ea est rationale & cognitum uel quicquid in ea exprimi cognosciq; potest: id ex Arithmeticis determinatur.

Est autem Geometria scientia quæ cognoscit magnitudines & figuras, & qui in his sunt, terminos: præterea earum rationes & affectiones quæ eis accidunt, uarias quoq; positiones & motus. Ea uerò progreditur à puncto cuius nulla est pars, & descendit usque ad solida, uariasque & multiplices specie differentias inuenit: sæpe etiam ab ijs quæ magis sunt cōposita ad principia recurrit. Vtitur enim cōpositionibus & resolutionibus: semper tamē ab aliqua hypothesi incipiens, atq; principia sua sumens ab antecedente superioreq; sciētia quæ sola nulla utitur hypothesi, secūdum quā omnes res existētes cognoscimus, & à qua omnia fluunt principia. Omnibus quoq; Dialecticis methodis utitur in principijs quidē, diuisionibus specierum à suis generibus definitio

nibus ipsis. In propositionibus autem quæ principia sequuntur, utitur demonstrationibus & resolutionibus: ut ostendat à simplicioribus procedere, quæ maiorem habent uarietatem: eáque ad eadem conuerti. Seorsim etiam præcipit de rebus sibi subiectis, & seiunctim de axiomatibus, à quibus progressa demonstrationes aggreditur: separatim deniq; tradit de ijs quæ per se rebus subiectis accedunt, eáque rebus subiectis inesse demõstrat. Vnaquæque enim scientia aliud habet subiectum genus circa quod uersatur, & cuius affectiones contemplari sibi proposuit: alia etiam habet principia, quibus in ipsis utitur demonstrationibus: alias denique res, quæ per se subiectis insunt. Axiomata autem omnibus sunt communia, etiamsi unaquæque conuenienter & propriè accõmodet materiæ sibi subiectæ, genus uerò subiectum, & quod per se est accidens diuersum.

Subiecta itaque Geometriæ sunt, trianguli, quadrata & circuli, & ut summatim dicam figuræ & magnitudines atque harum extremitates & termini: quæ uerò his per se insunt, diuisiones, rationes, contactus, æqualitates, parabolæ, hyperbolę, elleipseis omniáque huius generis; postulata uerò sunt & axiomata

per

per quæ ſingula demonſtrat. A puncto ad punctum ducere lineam rectam. Si ab æqualibus auferantur æqualia: quæ relinquuntur eſſe æqualia, cæteráque his conſequentia. Ideóque non omne problema neque omnis interrogatio Geometrica eſt, ſed ea tantum quę ex principijs Geometrię eſt deducta: & quicunque ex his argutus fuerit, tanquam Geometra arguetur: quæ uerò ex his non ſunt, non Geometrica, ſed aliena à Geometria erunt. Ea autem ſunt duplicia, uel enim omnino ex alijs ſumpta ſunt principijs, ut interrogationem Muſicam dicimus alienam eſſe à Geometria: quia penitus ex alijs & diuerſis hypotheſibus deriuata eſt. non autem ex principijs Geometriæ: uel Geometricis quidem utitur principijs, ſed peruerſe, ut ſi quis dicat lineas rectas æquè diſtanteis concurrere: ob eam ergo cauſam Geometria nobis exhibet iudicãdi inſtrumenta, per quæ dignoſcere poſſumus conſequentia principiorum eius, & quæ ueritatem eorum excedant. Modi enim quibus mendacia coarguere poſſumus, ubi erratum ſit, hanc habent promiſſionem, alia enim conſequuntur principia Geometrica, alia uerò principia Arithmetica. Quid enim dicendum eſt de alijs, quæ plurimum ab ijs diſtant? Certior

enim eſt una ſcientia , quam ſit altera (ut docet Ariſtoteles)ea ſcilicet quæ procedit ab hypotheſibus ſimplicioribus certior eſt, quã que magis utitur uarijs principijs. deinde quę cauſas rerum exponit,quam quæ res tantum eſſe tradit,tertio quæ uerſatur circa res mente perceptas quam quæ rerum ſub ſenſum cadẽtium doctrinam attingit. Atque ſecundum has certitudinis demonſtrationes Arithmetica certior &exactior eſt quam ſit Geometria, propterea quod illius principia ipſa antecellant ſimplicitate.unitas enim dari & poni nequit , ſed punctum poſitionem habet. atqui principia quidem iſta ſunt, Geometriæ quidẽ punctum,quando poſitionem ſuſcipit, Arithmeticæ uerò unitas. Sic quoq; Geometria certior eſt Sphærica,& Arithmetica certior quã Muſica.Hæ enim uniuerſaliter cauſas reddũt theorematum ſub illis comprehenſorum.Deniq; Geometria ſua certitudine antecellit ſciẽtias & artes Mechanicas,Opticã &Catoptricã,quia uerſantur circa res ſubiectas ſenſibus.

Lib.1.poſteriorũ Analyticorum.

Quare ex his patet quod Arithmeticæ & Geometriæ principia differant ab aliarum ſcientiarum principijs:harũ uerò duarum ſcientiarũ hypotheſeis inter ſe ea qua à nobis dictũ eſt, diſtant differentia. ueruntamen habent quoq; inter ſe quandã communionẽ:ideoq;ex

theorematibus quæ cadūt ſub demonſtratio-nē, alia quidē hiſce ſunt cōmunia, alia uerò u-triq; propria. omnem enim rationē uerbis ex-primi poſſe, tātum ad Arithmeticā ſolam per-tinet: nequaquā uerò ad Geometriam. quia in ea ſunt rationes quę exprimi nequeūt. Et gno mones quadratorum ſecundum minus termi nans Arithmeticæ eſt propriū, quoniam in Geometria minimū omnino non eſt. Geome-triæ uerò ſingularia & propria ſunt ea quę de poſitionibus traduntur: numeri enim poſitio nē non habent: ſic & quæ ad contactus ſpe-ctant: tangere ſiquidē eſt rerum continuarū, & quæ ad irrationalia pertinent, in quibus e-nim eſt diuiſio quæ in infinitū uſq; progredi-tur: in ijs etiā eſt quod irrationale Geometrę uocant. Ambabus deniq; ſcientijs ſunt cōmu nia, quæ de ſectionibus proponuntur. cuiuſ-modi tradit Euclides in ſecundo elementorū, præterquā ea propoſitio, in qua ſecatur linea recta, ratione extrema & media. Atqui ex his theorematibus cōmunibus, alia quidē à Geo-metria in Arithmeticā deriuantur, alia uerò e-cōtrà ab Arithmetica in Geometriā: nonnulla deniq; ambabus ſimili ratione & modo con-ueniunt, tanquam ea quæ ab illa uniuerſali et tota ſcientia Mathematica in eas deſcendunt.

Quia permutatim sunt, cõuersiones etiam rationum, compositiones, diuisiones, hoc modo ambabus scientijs sunt communes. quæ uerò de commensurabilibus traduntur primariè quidem ipsa Arithmetica contemplatur: secũdo tãdem loco hanc imitando Geometria eadem considerat. Ideóque quæ in Geometricis sunt commensurabilia ea sic determinantur & designantur, quæ rationem talem habent, quam numerus ad numerum, quasi cõmensurabilitas in numeris primariè consistat. ubicunque enim est numerus ibi quoque erit commensurabile, & ubicunq; cõmensurabile ibi etiam numerus. Sed quæ de triangulis & quadratis sunt exponenda, primariè primóq; loco Geometria ipsa contemplatur : iuxta proportionem uerò quandam Arithmetica hęc petit à Geometria, nam in numeris figurę sunt certa quadam causa & ratione.

Ab effectibus itaque excitati, ad causas eorum quæ in numeris deprehenduntur, transimus, & interdum quidem indifferenter consideramus eadem accidentia, ut si omne polygonum in triangulum resoluitur, interdum uerò proximo contenti sumus, ut cum inuenimus in Geometria quadratum alterius quadrati duplum, in numeris hoc cum non inueniemus,

niemus,dicimus alterum alterius duplum esse uno deficiēte. Exempli gratia,quadratus septenarij duplus est, quadrati quinarij,uno deficiente.

Communionem itaque harum duarum scientiarum in longum diduximus: atque simul differentiam earum ostendimus. Geometrię enim officium est perspicere,ex quibus communibus principijs consequantur communia theoremata, & ex quibus etiam propria oriantur theoremata, atque sic contemplari quæ ad Geometriam pertinent, & quæ ab eadem sunt aliena, atque etiam nōnulla in hanc, alia uerò in aliam deriuare & reducere scientiam.

Ortus uerò Geometriæ quis in hac periodo & hoc seculo fuerit, posthac dicendum erit. Nam diuinus Aristoteles inquit easdem sententias sępenumero ad homines peruenire iuxta certas & ordinatas quasdam periodos uniuersitatis,neque nostris temporibus primum,uel eorum qui nos cōsequuntur seculo, cognitas scientias sui constitutionem habere, uerum etiam in alijs reuolutionibus, & periodis atque seculis. Neque etiam nos scire atq; iudicare posse,quot nam præteritis aut etiam futuris apparuerint,uel etiam iterum euanue- *1.de cœlo & 1.meteo.*

rint,aut appariturae sint uel interiturae. Quoniam uerò in praesenti statu rerū artiū atq; disciplinarum principia sunt consideranda: dicimus Aegyptios primum inuenisse Geometriam, sicuti id à multis recensetur historiarū scriptoribus, ortum suum habens ex dimensione agrorum. Ea enim Aegyptijs fuit necessaria propter Nili inundationem, qua conuenientes singulis terminos confundebántur. Neque mirum inuentionem tum huius, tum aliarum scientiarum ab opportunitate & commodo sumpsisse initium: cum omne id quod in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum, seu ab imperfectione ad perfectionem progrediatur. Quapropter à sensu ad ratiocinationem, & ab hac ad mentem conuenienter est factus transitus. propterea sicuti apud Phoenices propter emporia & contractus cō merciaq; initium sumpsit certa exactáq; numerorum cognitio: sic etiam apud Aegyptios ob praedictam causam Geometria suū habet ortus initium. Thales autem Milesius primus fuit qui cum in Aegyptum uenisset, postea eam in Graeciam transtulit, multáque ipsemet inuenit, multorum etiam principia tradidit posteris, quaedam uniuersalius, nonnulla sensibilius attingens.

DE

DE ELEMENTIS ET EORVM *institutione.* Caput V.

NOmen hoc elementaris doctrinæ & ipsius elementi, unde & elementaris dicitur institutio, quam nam habet explicationẽ? ut & de his aliquid inquiramus. Sic ergo dicimus quod Mathematici soliti sint quædã theoremata nominare elementa: alia uerò speciẽ elemẽtorum habentia: nonnulla deniq; seiuncta sunt & exclusa extra horum uim & efficaciã. Itaque elementa appellantur, quorum contẽplatio ad aliorum transit scientiam & cognitionem, & ex quibus dubiorum, quæ in ipsis contingunt, fit solutio. Quemadmodum enim uocis literatæ sunt prima atque simplicissima principia & quæ diuidi nequeunt, quibus nomen elemẽtorum imponimus, omnisq; ex his constat dictio atq; oratio: ita quoq; sunt quędam theoremata principalia totius Geometriæ, quæ principij locum rationemq; habent ad ea quæ consequuntur: quæue diffusa sunt per omnia, atque multorum accidentium præbent demonstrationes, ea itaq; nominant elementa: cuiusmodi sunt Euclidis elementa eiusque tota elementaris institutio, hoc est, perfectio rationis & mentis eorum qui Geometrię

sunt

ſunt ſtudioſi ad uniuerſam aſſequendam Geometriam. Nam ſi ab his incipiamus, poterimus & alias intelligere huius ſcientiæ partes, & omnem comprehendere uarietatem quæ in ea eſt, imo absq; his elementis fieri nequit, ut cætera quæcunque ad Geometriam pertinent, aſſequi poſſimus. Quoniam in his elementis congeſta ſunt & coaceruata ipſa prima atque ſimpliciſſima theoremata & primis hypotheſibus omnium maximè confinia atq; proxima, eáque omnia decenti ordine diſpoſita ſunt: denique aliorum demonſtrationes his tanquam notiſſimis utuntur, & ab hiſce procedunt, ſicuti Archimedes in lib. de Sphæra & Cylindro, & Apollonius, aliíq; omnes uidentur uti principijs ſeu primis propoſitionibus, quæ in hac elementari doctrina ſunt, tanquam propoſitionibus conceſsis & affirmatis, minimeq́; dubijs.

Elementorum autem ſpeciem habent, quęcunq; ſe ad plura extendunt, & ſimplicitatem quandam ſuauem & gratam habent: non tamen eam quam elemēta ipſa, propterea quòd non ad uniuerſam ipſorum ſcientiam communis ſit contemplatio. ut triangulorum perpendiculares quæ ab angulis ducuntur ad ipſa latera in uno puncto coincident. Quæ deniq;

neq;

neque habent contemplationem, quæ se in multas propositiones diffundit, neque quippiam elegans & cognitu dignum patefaciũt: illa sunt extra uim atque naturam eorum quę speciẽ quandam elementorum præ se ferunt.

Rursus elementum duplici modo dicitur, ut inquit Menęchmus. nã id quod confirmat & demonstrat, est elementum eius quod confirmatur & demonstratur : ut prima propositio apud Euclidem , est elementum secundæ propositionis, & quarta quintæ: atque hac ratione multa theoremata & problemata dicentur esse elementa inter se, quia alia ex alijs demonstrantur, demonstratur enim ex eo theoremate, angulos extra figuras rectilineas, esse quatuor rectis ęquales, numerus angulorum internorum qui duobus rectis sunt æquales: & uiceuersa, ex hoc theoremate alterum demonstratur. Id autem non fit uno eodemque modo, quia alterum ut causa, alterum uerò ut effectus proponitur, atq; tale elementum, simile est lemmati seu assumptioni.

Alio etiam modo elementũ dicitur in quod tanquam simplicius, diuiditur id quod compositum est. Atque hac ratione non quæuis propositio dicetur esse elementum, sed omnium prima atque simplicissima eorum quæ in

effectæ

effectæ rei conſtitutione ſunt conſtituta: ſicuti poſtulata ſunt theorematum elementa. Atque iuxta hanc elementi ſignificationem conſtructa & facta ſunt Euclidis elementa. quorum alia ſunt Geometriæ, quæ plana tractat: alia uerò Stereometriæ. Sic & in Arithmeticis atque Aſtronomicis multi conſcripſerunt elementa.

Hoc autem difficile eſt deligere & ordinare certa quadam ratione elementa uniuſcuiusque ſcientiæ, ex quibus cætera omnia producuntur: & in quæ omnia reſoluuntur. atq; eorum qui talia conſtruere conati ſunt, alij quidem plura, alij uerò pauciora colligere potuerunt, ita & quidam breuioribus ſunt uſi demonſtrationibus, nonnulli autem dilatarunt in infinitam ferè uſque prolixitatem, talem cõtemplationem. fuerunt etiam qui modum demonſtrandi per reductionem ad impoſſibile euitarunt: ita cæteri proportionem, & alij præparationes excogitarũt aduerſus eos qui principia conati ſunt tollere. Deniq; ut ſummatim dicam, multi inueniuntur modi uniuſcuiusq; elementaris inſtitutionis.

Verum in eiuſmodi elementorum tractatione oportet remouere omne ſuperfluum, quia illud maximum eſt impedimentum in aſſequenda

quenda ſcientia, ſeu in diſcendo, ea uerò ſunt deligenda quæ uniuerſa complectuntur, & id quod propoſitum eſt, concludunt. hoc enim commodiſſimum atq; utiliſſimum in ſcientia eſt. Maximè uerò perſpicuitati & breuitati eſt incumbendum. quæ enim his ſunt contraria, noſtram perturbant rationem & mentem denique uendicare ſibi oportet eum, qui elemẽtorum doctrinam inſtituit uniuerſalem comprehenſionem theorematum. quę enim in particularia fruſta ſecant ipſam doctrinam: efficiunt minus comprehenſibilem cognitionem.

Atqui iuxta omnes hoſce modos inueniet quiſpiam Euclidis elementorum inſtitutionem omnes alias aliorum inſtitutiones antecellere, quia utilitas eius ad primariarũ figurarum contemplationem multum facit, ita etiam perſpicuitas in eis eſt & ordinata omnium rerum diſpoſitio, quam efficit progreſsio à ſimplicioribus ad ea quę magis ſunt compoſita, uarietatemq; habent maiorem, & à cõmunibus ſententijs contẽplationis perceptio. demonſtrationis uerò uniuerſalẽ naturã progreſſus ipſe qui fit à primis et ſimpliciſſimis principiorumq; locũ tenẽtibus theorematibus ad ea quę in quæſtione erãt propoſita. Quęcunq;.n. deeſſe uidentur uel ijſdem modis & ratio-

nibus

nibus fiunt perſpicua, ut trianguli Scaleni & æquicruri conſtitutio, uel tanquam ea quæ difficilem & infinitam uarietatem introducunt, aliena ſunt à delectu qui in elementis componendis eſt habendus, ut eſt doctrina de inordinatis rationibus quæ Apollonius pluribus perſequitur, uel habent tanquam cauſam, ipſam eorum quæ traduntur conſtitutionem, ut ſpecies angulorum uariæ multiplicesq́ue, ſicuti & linearum. Hæc enim omnia prętermiſſa quidem ſunt: ſed ab alijs pluribus tradita & explicata reperiuntur, cognoſcuntur autem per ſimplicia. Atq; hæc ſunt quæ habebamus de uniuerſa elementorum inſtitutione.

Ordinem uerò & diſpoſitionem eorũ quæ in elementis traduntur hoc quodam modo docebimus, cùm dicamus Geometriam ex hypotheſi procedere, & ex finitis determinatisq́ue atque certis principijs ea quæ conſequuntur demonſtrare (una enim absque hypotheſi eſt ſcientia, cæteræ uerò omnes ab hac ſua ſumunt principia) idcirco neceſſe eſt, ut is qui uult in Geometria inſtituere elementarem doctrinam: ſeorſim tradat principia huius ſcientiæ, & ſeparatim exponat concluſiones ſeu propoſitiones ex principijs demanantes: atq;

nullam demonſtrationem principiorum faciat: ſed eorum tantùm, quæ principia ſequuntur. Nulla ſiquidem ſcientia ſua demonſtrat principia, neq; multa de ipſis facit uerba: uerũ per ſeſe fidem illis habet: magisq́ue ſunt ei perſpicua & aperta, quam quæ illa conſequũtur. atque principia intelligit per ſemetipſa: quæ uerò ex principijs conſequuntur, per principia ipſa. Sic enim Phyſiologus à certo & definito principio incipiens: ſuæ contexit doctrinæ præcepta, proponens eſſe motum. Ita & Medicus, & quiſque in alia aliqua ſcientia uel arte peritus & exercitatus idem facit. Quod ſi quis confundat & in idem commiſceat principia, & quæ ex principijs ſunt orta: is perturbat uniuerſam cognitionem: & quæ inter ſe non conueniunt neque cohærent, cõglutinat. Natura enim ipſa inter ſe diſtincta ſunt principium, & id quod ex principio oritur.

DE DIVISIONE PRINCIpiorum. *Cap.* VI.

PRimum itaq; ſicuti dixi diſtinguenda ſunt principia, & ea quæ principia ſequuntur. id quod Euclides facit ferè in unoquoq; libro: & ante omnem doctrinam communia eius

sciẽtiæ principia exponit: postea communia i-sta principia diuidit in hypotheses, postulata, & axiomata. Hæc enim omnia multum inter se differunt. neq; unum idemq; est axioma, postulatum, & hypothesis (sicuti diuinus docet Aristoteles) sed quando discenti fuerit cognitum & perspectum & per se fidem facit, fueritque principij loco assumptum: tale propositum appellatur & est axioma. Vt, Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Sed si auditor nullam eius quod propositum est, habuerit cognitionem per se fidem facientem: nihilominus tamen proponitur: & cõceditur ei qui eam sumit propositionem: tum talis propositio est hypothesis. Nam circulum esse eiusmodi figuram communi quidem notione, & absque præceptore non prius intelleximus: cum uerò audimus hãc definitionem, concedimus eam absq; adhibita demonstratione. deniq; si id quod proponitur neq; cognitum est, neq; discipulus illud concedit ei qui sumit tale propositum: tum, inquit Aristoteles, põstulatũ illud nominamus. Vt omnes angulos rectos inter se esse æquales. Hoc autem declarant ij qui de petitione aliqua, tanquã de eo quod à nemine per sese cõceditur, tractare operã dederunt. sæpenumero etiã hæc omnia

1. posteriorũ.

appel-

appellant hypotheses: sicuti Stoici omne simplex pronunciatum nominant axioma, ideoq; iuxta hos quidē erunt hypotheseis axiomata. iuxta illos uerò axiomata fient hypotheseis.

Nunc uerò de postulato & axiomate nobis propositum sit tractare diligentius & exactius. Commune ergo est axiomatibus & postulatis: quod nulla indigeant neque demonstratione, neq; Geometrica comprobatione & fide: sed quod tanquam certa & perspecta sumātur, præterea sint principia eorū quæ sequuntur. Sed inter se differunt eo modo, quo theoremata ab ipsis distinguuntur problematibus. Quemadmodum enim in theorematibus propositum nobis est scire & cognoscere quæ cōsequantur res subiectas: in problematibus uerò aliquid cōparare & facere iubemur: eodem modo in axiomatibus sumuntur quæ per se cognita & manifesta sunt: & prompta, atq; exposita nostris cogitationibus nondū institutis atq; eruditis. in postulatis uerò ea cupimus assumere, quę facile comparari fieríque possunt: nostra ratione & intelligentia nō multum laborante ad eiusmodi rerum effectionē: quæ etiam nullam uarietatem in se habēt, aut multiplicem requirant delineationem. Quare manifesta & aperta sineq; demonstratione

cognitio:& rei ſumptio abſque delineatione: diſtinguũt poſtulata & axiomata, ſicuti cognitio demonſtratione facta, & rerum in quæſtione poſitarum per delineationem factam ſumptio: diſtinguunt theoremata à problematibus.

In omnibus enim oportet ut principia antecellant propoſitionibus quæ principia ſequuntur, ſimplicitate, indemonſtrabilitate, ut ſic dicam, & eo quod per ſe fidem facit. Quia (ut Speuſippus ait) quarum rerum inueſtigationem ratio ſuſcipit: talia quidem profert, ita ut nullam habeãt uarietatem in explicatione, atq; ad futuram inquiſitionem præparat: atq; eorũ habet euidentiorem apprehenſionem, quam obiectorum & ſub oculos cadentium uiſus ipſe. Alia uerò cùm ſtatim aſſequi neque at, ab illis per tranſitum ad hæc progrediens, conſequentiam eorum inquirere conatur. Vt à puncto ad punctum ducere lineam rectam: recipit tanquam manifeſtum & facile factu. dum enim linea fluit æquabili fluxu, & ſimul mouetur atque progreditur, neque magis aut minus declinat: incidit in alterum punctum. Sic etiam, quando lineæ alicuius rectæ alterũ extremorum punctorum manet immobile: alterum uerò circa illud ipſum mouetur: abſque

diffi-

difficultate ulloque negotio circulum de=
ſcripſit. ſed ſi quis uoluerit Helicen unius re=
uolutionis deſcribere , magis uaria indige=
bit delineatione,quia uarij motus efficiunt e=
am. ita quoque ſi quis triangulum æquilate=
rum conſtituere uelit,opus habebit certa qua=
dam uia& methodo, ad trianguli conſtitu=
tionem.

Dicet enim mens & ratio Geometrica, eſſe
quandam lineam rectam concipiendam,quæ
in altero quidem extremorum punctorum fi=
xa & immobilis maneat: & illud quod ma=
net,punctum in ipſa mouetur.Atq; ſic deſcri=
pſi Helicen unius reuolutionis: quando enim
ſimul & lineę rectę extremitas,quæ circulum
deſcribit: & punctum quod in recta ipſa mo=
uetur ad unum idemq; conſtituentur & inci=
dent punctum, faciet mihi eiuſmodi Helicen.

Ita quoque ſi circulos deſcribas , at=
que à communi ſectione circulorum ad cen=
tra eorundem duxeris lineas rectas ; at=
am rectam ducas:habebis triangulum æqui=
que ab uno centro ad alterum centrum terti-
laterum. Multum ergo abeſt ut hæc ſimplici
apprehenſione perficiantur primaque notio-
ne. contenti enim eſſemus ipſorum ortus &
generationes conſequi, Quare facilius aut dif

ficilius hæc comparari, item pluribus aut pau cioribus medijs demonstrari: fit iuxta habitus eorum qui id facere conantur, sed demonstratione atq; delineatione indigere: fit iuxta proprietatem quæsitorum: quæ deficit ab euidentia postulatorum & axiomatum.

Vtrunque igitur simplex & deprehensu facile esse debet, postulatum inquam & axioma. Verùm postulatum iubet nos efficere aliquã materiam, & comparare ad symptomatum accidentiúmque demonstrationem: quæ simplicem facilémque habeat apprehensionem. Axioma autem proponit quoddam accidens per se, & audientibus per se manifestum: ut ignem esse calidum, aut aliud tale eorum quæ manifestissima sunt: & de quibus si qui dubitent, aut sensu aut pœna indigeant. Quare eiusdem quidem generis est postulatum & axioma: differt tamen ab eo, quemadmodum iam est dictum. Vtrunque enim est principium quod nec potest nec debet demonstrari: sed hoc quidem illo, illud uerò alio (ut diximus) modo.

Nunc uerò quidã omnia hæc appellant postulata, sicuti omnia quæsita nominãt problemata. Archimedes enim cum incipit librum Aequiponderantium ait. Postulemus æqua-

lia

lia grauia ab æqualibus ponderare longitudinibus, atq; potius quis diceret esse axioma. nõ nulli uerò omnia nominant axiomata: ficuti uocant omnia quæ proponuntur demonstrationeq́; indigent theoremata. Nam ut uerisimile est eadem proportione à proprijs nominibus ad communia nomina fecerunt transitum. differũt tamẽ inter se, ut problema à theoremate: sic postulatũ ab axiomate: etiamsi utraq; non demõnstrari possint nec debeant: & hoc quidem sumatur ut facile acquisitu: illud autem ut facile cognitu concedatur.

Atque hoc pacto Geminus postulata distinguit ab axiomatibus. Sunt autem alij qui dicunt, quod quædam sint Geometricæ materiæ propria: quædam uerò communia uniuersæ doctrinæ multitudinis & magnitudinis. Nam omnes angulos rectos esse inter se æquales: & omnem rectam finitam facere producendo & extendendo longiorem, solus nouit Geometra. Istud uerò, Quę eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. est communis notio & ea utitur Arithmeticus, atque quiuis scientiæ alicuius peritus: hoc cõmune applicans conuenienter sibi subiectę materię. Aristoteles uerò ut et antea diximus, inquit, postulatum est quod demõstrari

poteſt,non autem ab audiente & diſputante eſt conceſſum:nihilominus tamen loco principij ſumitur.axioma uerò per ſe eſt indemonſtrabile, omnesq́ue uerum eſſe iuxta quendã habitum confitẽtur.etiamſi aliqui diſputandi gratia contra ipſum dubitarint. atq; hæc ſunt dicta de differentia poſtulatorum & axiomatum. Aliter.

Axiomata quædam ſunt propria Arithmeticæ,alia uerò propria Geometriæ, nonnulla denique ambabus communia.Quod enim omnem numerum unitas metiatur: axioma Arithmeticum eſt.illud uerò.Lineæ rectæ ęquales inter ſe applicatæ conueniunt. & omnis magnitudo in infinitum uſque diuidi poteſt: ſunt Geometrica axiomata.Denique quæ eidem ſunt æqualia:illa inter ſe ſunt æqualia,cæteraq́ue huius generis ſunt ambabus ſcientijs communia.Vtraque uerò hiſce utitur: quatenus res ſubiecta poſtulat. utpote Geometria quidem in magnitudinibus, at Arithmetica in numeris. Simili modo poſtulata quædam ſunt ſcientiarum propria, quædam uerò communia. Numerum enim diuidere in minimas partes: proprium dices eſſe poſtulatum Arithmeticæ.Illud uerò, Omnem lineam rectam finitam extendere longioremq́ue

facere

facere proprium eſt Geometriæ, deniq;. Quantitatem in infinitum augere: commune eſt ambabus poſtulatum. propterea quod hoc & numerus & magnitudo pati poſſunt.

DE PROPOSITIONIBVS QVAE *principia ſequuntur.* Cap. VII.

ATque hæc ſint dicta de princip*ij*s: quæ uerò ipſa principia ſequuntur: in problemata & theoremata ſunt diuiſa. quorum hæc quidem figurarum generationes & ortus, ſectiones etiam, ſubtractiones, & additiones omnesq́ue, quæ eis accidunt, paſſiones continent. illa uerò ſingulorum per ſe accidentia demonſtrant. ſicuti enim ſcientiæ effectrices participes fiunt contemplationis: ita quoque ſcientiæ contemplatiuæ habent problemata operationibus proportionalia. Ex antiquis autem quidam exiſtimarunt omnia eſſe nominanda theoremata, ut diſcipuli Speuſippi & Amphinomi: qui putabant ſcient*ij*s contemplatiuis appellationem theorematum magis propriè conuenire: quam problematum. præcipuè uerò quia rerum æternarum tractationem inſtituunt. Non enim eſt in rebus æternis generatio, ideoque neque problema in his locum habere poteſt: quod generationem rei

indicat,& effectionem eius quod antea nõ erat. Vt trianguli æquilateri constitutionem, aut quadrati descriptionem: aut lineę rectę ad datum punctum positionem. Melius itaq; & conuenientius est aiũt, si dicamus hæc omnia esse eadem: & generationes atq; ortus non efficiendo, sed cognoscendo cernamus. ac si sumamus ea quæ fiunt, pro ijs quæ semper sunt & fuerunt. Quare dicemus omnia contemplando, non autem efficiendo accipienda esse. Alij uerò econtrà putarunt omnia esse appellanda problemata, ut qui Menæchmum sunt sequuti Mathematici. Esse uerò duplicem propositionem problematis. interdum enim quæsitum est comparandum: interdum uerò cum acceperint illud definitum & determinatum, quærere & inspicere uel quid sit, uel quale sit, aut quid ei accidat, aut deniq; quales habeat ad aliud quippiam habitudines & respectus.

Atque utrique quidem rectè dicunt. Nam & Speusippi sectatores benè sentiunt. quia problemata Geometriæ non sunt eiusmodi, sicuti sunt Mechanicæ problemata. hæc enim sunt sensilium rerum & habentium generationem atque ortum uariamque mutationem. deinde non malè etiam sentiunt Menæchmi

affeclæ, neque enim abſque progreſſione in materiam, erunt theorematum inuentiones, uoco autem materiam intellectilem. in eam itaque procedētes tractationes, & illam ipſam formantes meritò dicuntur ſimiles eſſe generationibus. propterea quod rationis & mentis motus, & productionem rationum in ipſa exiſtentium: dicimus eſſe ortum & generationem figurarum in phantaſia impreſſarum atque etiam paſſionum & affectionum quæ circa ipſas uerſantur. Ibi enim ſunt conſtitutiones, ſectiones, poſitiones, applicationes, additiones, ſubtractiones. Quæ uerò in ratione atque mente exiſtunt: omnia ſine ortu, ſineq; omni mutatione conſiſtunt.

Sunt itaque & problemata, & theoremata Geometrica, & abundat contemplatio in ea: ſicuti in Mechanica operatio atq; effectio. ideoque & omnia problemata cõtemplationi participant: non autem econtrà. quia uniuerſaliter ipſę demonſtrationes ſunt opus contemplationis. quæcunque uerò in Geometria poſt principia ſequuntur: per demonſtrationes ſumuntur, ideóq; theorema eſt communius. non tamen omnia theoremata indigent problematibus: ſed ſunt quæ per ſe demonſtrationem rei quæſitæ habent.

Alij uerò theoremata à problemate distinguentes, aiunt, omne problema suscipere omne id quod de eius materia prædicatur: & quod ei est oppositum. ipsum uerò theorema recipere quidem prędicatum, non autem eius oppositum. Voco autem materiam, genus eorum de quo est quæstio. ut triangulum, aut quadratum, uel circulū. Symptoma uerò aut accidēs quod de subiecto prædicatur, id quod per se accidit, scilicet æquale, sectio, positio, aut tale quippiam. Si ergo quispiā ita proponat, in circulum intendere triangulum æquilaterum, problema proponet, quia circulo inscribi potest triangulus, qui æquilaterus non est. Præterea super data linea recta finita constituere triangulum æquilaterum, est problema, quia triangulus, qui æquilaterus non est, super ea constitui potest. Quòd si uerò proponat in triangulis æquicruris, angulos ad basim esse æquales, dicendum erit eum theorema proposuisse. quia fieri nequit ut trianguli æquicruri habeant angulos ad basin inæquales. Quapropter si quis more problematis alicuius, orationem formaret, atque diceret. Semicirculo inscribere angulum rectum. is sane imperitus Geometriæ uideretur. siquidem omnis angulus in semicirculo est rectus. In qui=

quibuſcunque igitur uniuerſale Symptoma eſt,& tale quod uniuerſæ materiæ conuenit: ea ſunt dicenda theoremata, propterea in problematibus quidem rem eſſe tantum cognoſcimus: in theorematibus uero id quod eſt uniuerſale. ſed in quibus neq; uniuerſale eſt, neque id quod omnino rem conſequitur ſubiectam: id ponendum erit eſſe problema. Datam lineam rectam finitam ſecare in partes æquales: fieri enim poteſt ut ſecetur in partes inæquales. Omnem angulum rectilineum ſecare in partes æquales. nam in partes inæquales ſectio fieri poteſt. A data linea recta deſcribere quadratum. quia ab ea poteſt deſcribi figura, quæ quadrata non ſit. Omniaque cætera huius generis ſunt ex problematum loco & ordine.

Xenodoti uero ſectatores qui Oenopidis doctrinam habuit ſibi familiarem: e numero tamen fuit diſcipulorum Andronis, ſic diſtinguunt theorema a problemate: quod theorema quærat quid'nam ſit Symptoma quod prædicatur de materia ſibi ſubiecta. problema uero aliquo exiſtente, quid illud ſit. Vnde & Poſſidonij aſſeclæ problema definiunt propoſitionem eſſe in qua quæritur an ſit uel nō, theorema uero propoſitionem in qua quæri-

tur

tur quid ſit aut quale ſit. prætereà theorematis propoſitionem, dicebant formandam eſſe in modum enunciati. utpote omnis triangulus habet duo latera maiora reliquo: quocunque ſumantur modo. Omnis etiam trianguli, æquicruri anguli ad baſin: ſunt inter ſe æquales. problematis uerò propoſitionem tanquam quæſtionem inſtituentes. An ſuper data linea recta finita conſtitui poſſit triangulus æquilaterus. differre enim hæc inter abſolutè & indefinitè quærere, quæ 'nã ſit linea ad angulos rectos lineę rectę, à dato in ea pũcto ducta: & conſiderare lineam rectam ad angulos rectos ductam. Quod itaq; ſit quædam differentia problematis & theorematis, ex his nunc patet. Nunc paucis repetemus quæ de theoremate & problemate ſunt dicta, & de eorum differentia, partibus, atq; diuiſionibus doctrinam inſtituemus.

Manifeſtum autem fit in ſingulis elementorum libris, quod Euclidis elementorum doctrina habeat partim problemata, partim theoremata: ex eo quod ipſe in fine uniuſcuiusque quod eſt demonſtratum addit aliquando (quod faciendum erat) nonnunquam (quod contemplandum fuit) ut nota certa & definitiua eſſet problematũ quidem quod ad facien

dum

dum proponebatur: theorematũ uerò, quod ad demonſtrandum fuit propoſitum. quamuis, ut diximus, etiam in problematibus ſit demonſtratio, nihilominus tamen interdum & demonſtratio ſit generationis gratia. Nam ut oſtendamus factum eſſe quod faciendum erat: aſſumimus demonſtrationem. interdum uerò ipſa per ſe ipſam digna eſt, quæ obſeruetur tanquam ea quæ poſſit naturam quæſiti conſtituere. Inuenies autem Euclidem quandoque theorema problematibus coniunxiſſe, & particulariter ijs utentem, ut in libro primo, quandoque uerò iuxta alia excedere. quia totus liber quartus ex problematibus conſtat. quintus autem liber habet ſolum theoremata. atq; hęc de his.

QVAE NAM SINT QVAESTIONES, *& quæ ſint earum propoſitionum quæ principia ſequuntur partes, uel capita.*

Cap. VIII.

CVm omnis ſcientia ſit duplex, una quidem quæ uerſatur circa propoſitiones immediatas: altera uerò circa eas quæ ex hiſce demonſtrantur, aut etiam cõparantur: imo ut ſummatim dicam ea quæ omnem ſuam

uertit doctrinam circa res principia sequentes, hæc ipsa in Geometricis perceptionibus seipsam diuidit in problematum tractationẽ, & theorematum inuentionem. Nominans problemata, in quibus ea quæ non sunt, quomodo fieri & comparari, & in medium produci atque construi possint, proponitur. Theoremata uero in quibus statuitur id quod existit uel non existit intelligere, cognoscere, & demonstrare. Nam problemata iubent fieri & constitui ortus, positiones, applicationes, definitiones, circumscriptiones, coaptationes, tactus, & quæcunque eiusmodi sunt: theoremata autem conantur Symptomata & quæ per se rebus Geometriæ subiectis insunt persuadere & demonstrationibus conuincere.

Geometria ergo de omnibus ijs de quibus quęstio fieri potest doctrinam instituit, atque alia quidem refert ad problemata, alia uero ad theoremata. siquidem quærit quid res sit atque illud dupliciter. uel enim eius rationem & intelligentiam inquirit: uel intelligentiam & essentiam rei subiectæ. ut quando quærit quæ nam sit linea similium partium. Nam cũ hoc quærit, uel definitionem eiusmodi lineæ inuenire uult: quod scilicet linea similium partium sit, quę omnes proprias partes omnibus appli-

applicatas habeat conuenientes: aut uult spe-
cies linearum similium partium enumerare.
ut quod uel sit recta, aut circumferentialis,
aut helix circa cylindrum. Atque etiam an res
sit quærit ante hanc quæstionem, idque per se,
maximè uerò hoc facit in ipsis explicationi-
bus quæsiti. cum inquirit, utrum fieri possit
quod ab his quæritur an fieri nequeat. & qua
tenus locum habeat, & quot modis. Sed &
qualis res ipsa sit quærit: cum scilicet conside
rat ea quæ per se accidunt triangulo, aut circu
lo, aut rectis æquidistantibus. ex ijs enim ma
nifestum est, quod quærat quale quid sit. Ve-
rum causam rei & quamobrem res sit multis
uisum fuit: Geometriam non considerare. in
hac enim sententia est Amphinomus Aristo-
telē sequutus. Verùm Geminus inquit quod
quispiam in Geometria huius quæstionem in
uenire queat. Nam qua ratione non esset Geo
metræ officium quærere & inuestigare, qua
de causa in circulis quidem infinita Polygona
æquilatera inscribantur: in Spheris autem nō
similiter multiangula solida, æquilatera, & æ-
quiangula: ex similibus planis facta inscribi
queant infinita? Cuius inquam hoc erit quæ-
rere & inuenire quàm Geometræ? Quando i-
taque syllogismus fuerit factus per reductio-

nem ad impossibile apud Geometras: tum uolunt tantum ipsum symptoma & accidens inuenire. quando uerò directa demonstratione utuntur, tum rursus, si particulares fuerint demonstrationes, nondum est ipsa causa manifesta. sed si uniuersalis fuerit, & in omnibus similibus, statim causa ipsa (aut propter quid) fit manifesta. atque hæc de quæstionibus sufficiant.

Omne uerò problema omneque theorema quod perfectum & absolutum est omnibus suis membris & partibus, hæc omnia in se habere postulat. Propositionem, Explicationem dati, Explicationem quæsiti, Delineationē, Demōstrationem, & Conclusionē. Ex quibus sanè ipsa propositio docet, quod nam sit dati uel subiecti quæsitum, quia propositio perfecta, ex ambobus constat: dato scilicet & quæsito. Explicatio uerò dati ipsum datū per sese excipiens quæstioni præparat. Explicatio quæsiti seorsim ipsum quæsitum declarat. Delineatio autem ea quę Dato desunt ad quęsiti inuestigationem addit. Verum ipsa demonstratio quadam arte & scientia, ex concessis & affirmatis colligit propositum. Denique conclusio redit iterum ad ipsam propositionem; confirmans idquod est demonstratū.

Atqui

Atqui hæ sunt uniuersæ problematum & theorematum partes: maximè uerò necessariæ, et quæ omnibus insunt, istæ sunt. Propositio, Demonstratio, & Conclusio. Quia prius cognoscere oportet quæsitum: deinde illud per certa media est demõstrandum: deniq; quod est demonstratum est concludendum. Neque ex his tribus aliquod deesse potest: reliquæ uerò partes interdum assumuntur: interdum tanquam nullam utilitatem adferentes, omittuntur. Nam in eo problemate: triangulum æquicrurum constituere: habentem angulum ad basin duplum reliquo. neque quæsiti, neque dati habet explicationem. Delineatio etiam in pluribus theorematibus non est, explicatione dati existente sufficiente absque alia additione, ut id quod propositum est ex datis demonstretur. Quando uerò dicemus explicationem dati deficere? Tum inquam quando nullum est in propositione datum. quia plerunque propositio diuiditur in datum, & quæsitum, quamuis hoc non semper fiat: uerùm interdum solum quęsitum proponit, quod aut cognoscendum aut comparandum est, ut in præcedenti problemate, non enim prius ostendit cuius dati sit constituendus triangulus æquicrurus, qui

alterum æqualium angulorum habeat duplum reliqui: sed quod constituendus sit talis triangulus. & ex prius perceptis atque cognitis: etiã in huiusmodi propositionibus fit sumptio propositi, quia quid triangulus æquicrurus sit, quidue æquale, aut duplum, intelligimus. atq; hoc (inquit Aristoteles) est propriũ omnis scientiæ & disciplinæ. nihilominus tamen nobis nihil subiecti datur, ut in alijs problematibus, ut cùm inquit. Datam lineam rectam finitam secare in duas partes æquales. Hîc datur linea recta finita: iubemur uerò eam secare in duas partes æquales. atque distincta hæc sunt, & scimus quid sit datum, quid etiã quæsitum. quando ergo ipsa propositio habuerit utraque hæc: tum & quæsiti & dati applicatio habetur. Cum uerò nullum est datum, etiam hæc omittuntur. quia altera explicatio est dati, altera uerò quæsiti, atque erit eadem cum ipsa propositione. quid enim aliud dicet is qui uolet quæsitum explicare in præcedenti propositione quã quod inueniẽdus sit talis triangulus? talis uerò erat ipsa propositio. Quapropter si quando propositio non habet datum, sed solum quæsitum, tum dati explicatio silet, propterea quod non sit datum. explicatio uerò quęsiti omittitur, ne fiat eadem cũ

Lib. 1. posterio rum.

pro-

propositione. atqui multa eiusmodi inuenies alia problemata: maximè uerò in Arithmeticis, & libro decimo. Vt, Inuenire duas rectas potentia cōmensurabiles: mediale continentes & quæcunq; huius sunt generis.

Verùm omne datum aliquo horum modorum datur, uel positione, uel ratione, uel magnitudine, uel specie. Punctum enim sola positione datur, linea uerò & cætera omnia, omnibus modis dantur. Cùm enim dicimus datum angulum rectilineum, tum speciem exprimimus, qualis illa sit ipsius anguli, scilicet ꝙ sit rectilineus angulus, ne ijsdem methodis uelimus angulum circumferentialem secare in duas partes æquales. sed si dicamus quod datis duabus rectis inæqualibus: à maiore, minori sit auferenda æqualis: magnitudine datur. quia maius & minus, finitum & infinitū, sunt propria prædicata magnitudinis. Quando autem dicimus quod si quatuor magnitudines fuerint proportionales: etiam permutatim proportionales erūt. eadem est ratio data in quatuor magnitudinibus. sed si ad datū pūctum datæ lineæ rectæ sit æqualis linea recta collocāda: ibi positione datur punctum. Ideoque cum positio illa fieri possit uarijs modis, ipsa etiam delineatio uarietatem habet. datur

enim punctum uel extra lineam rectam, uel in ipſa linea recta. atque ſi in ipſa datur, tum uel in eius extremitate aliqua, uel inter ipſa extrema puncta. Quapropter cum datum ſumatur quatuor modis, manifeſtum eſt quod & dati explicatio quatuor fiat modis. interdum tamen duos aut tres connectit modos.

Eam uerò quam demonſtrationem nominauimus, inueniemus interdũ habere quæ eius ſunt propria, ex ipſis definitionibus medijs demonſtrantem id quod eſt in quæſtione. ea enim eſt demonſtrationis perfectio. interdum uerò arguentem ex certis rerum notis. Neque id ignorandum quod Geometricę tractationes omnino habeant neceſſarium, propter materiam ſibi ſubiectam: non autem ubique concluduntur & perficiuntur methodis demonſtrantibus. Quãdo enim per illam propoſitionẽ, trianguli angulus externus eſt æqualis duobus internis oppoſitis, demõſtratur triangulum habere tres angulos æquales duobus rectis: quomodo hæc demonſtratio facta eſt per cauſas? aut quis non uideat eſſe rei notam medium per quod fit demonſtratio? quia nunquam exiſtente angulo extra triangulum: tamen tres anguli interni ſunt duo-

bus

bus rectis æquales. eſt enim triangulus, etiam ſi latus eius unum non protrahatur. ſed ſi per circulorum deſcriptionem demonſtratur triangulus æquilaterus eſſe conſtitutus: tum ex cauſa ſit demonſtratio. nam ſimilitudinem & æqualitatem circulorum, cauſam eſſe dicimus ſimilitudinis trianguli, & ęqualitatis laterum.

Concluſionem denique ſolent quodammodo duplicem facere. nam concludunt ac ſi hoc eſſet demonſtratum in eo quod datur, & tanquam in uniuerſali, recurrentes à particulari concluſione ad uniuerſalem. Cum enim ſubiectorum proprietate non utantur, ſed ante oculum proponentes datum angulum ad lineam rectam deſcribant: exiſtimant idem omnino in ſimili concludi quod in hoc propoſito angulo uel linea data concluditur. ſed eam ob cauſam tranſeunt ad uniuerſale, ne forſitan exiſtimemus concluſionem eſſe particularem. Bona autem ratione tranſeunt, quia propoſitis utuntur ad demonſtrationem nõ quatenus talia ſunt: ſed quatenus alijs ſimilia. non enim quatenus angulus propoſitus talis eſt per medium eum ſeco: ſed quatenus eſt angulus rectilineus. eſt autem quantitas quidem propoſito

angulo propria: rectilineum uerò commune omnibus rectilineis. Sit enim angulus ille qui est datus rectus, quod si igitur in demonstratione acciperem rectitudinẽ, non possem transire ad omnem rectilinei speciem, sed si rectitudinem ei non subiungo: uerùm rectilineum tantùm considero: tum demonstratio omnibus conueniet angulis rectilineis.

Postremo addunt Geometræ problematibus & theorematibus notas quasdam certas quibus discerni possunt. problematibus quidẽ (id quod ad faciendum proponebatur) quia conclusio fuit problematis & in theorematibus (Id quod ad contemplãdum proponebatur) fuit enim theorematis conclusio. Hoc siquidem annunciat alicuius rei effectionem: illud uerò eius quod est demonstrationem & inuentionem.

Omnino itaque hæc conclusionibus subiungit, ostendens quod facta sint quæ erant proposita: & finem principio coniungens, atque inuitans mentem conuolutam, rursúsque ad principium reuertentem, non tamen idem semper adiungit, uerùm nonnunquã id quod faciendum erat, interdum uerò id quod demõstrandum erat propter problematum ad theoremata differentiam.

Opor-

Oportet uerò semper inquirere quæ'nam sint assumpta, & quæ sint omissa, ex præcipu is capitibus atq; partibus. quot modis etiam datum proponatur: & ex quibus principijs uel delineationes, uel demonstrationes sint factæ. Horum enim diligens & perspicax cõtemplatio non paruam exercitationem & meditationem in Geometriæ propositionibus adfert. atque sufficiant hæc quæ sunt dicta.

QVAE ET QVALES SINT DIFFErentiæ propositionum earum quæ principia sequuntur. Cap. IX.

NVnc uniuersaliter contẽplabimur quod problemata alia quidem uniformiter, seu simpliciter, alia uerò multipliciter: nonnulla denique infinitis fiant modis. Vocantur uerò, ut inquit Amphinomus, ea quæ fiunt simpliciter, ordinata: quæ uerò multipliciter secũdumque numerum constituuntur media: quę denique infinitis modis uariantur: inordinata. Sed quomodo problemata simpliciter aut multipliciter constitui possint: id est manifestum in constitutione triangulorum æquilaterorum, æquicrurorum & scalenorum. Nã

triangulus æquilaterus ſimpliciter & uniformiter conſtituitur. ex reliquis uerò hæc quidem dupliciter, illa uerò tripliciter conſtituitur. infinitis uerò modis eiuſmodi problemata fieri poſſunt. Datam lineam rectam ſecare in tres partes proportionales. Nã ſi in rationem duplam eſſet ſecta & maiori applicaretur æquale, quadrato à minori deſcripto, deficiens figura quadrata: tum ſecta erit in tres partes æquales. ſed ſi ſegmentum maius minore ſegmento eſſet maius quam duplum aut triplum: atq; applicaretur maiori æquale, quadrato à minore deſcripto, deficiens figura quadrata: ſecta erit in tres partes inæquales. Cum ergo infinitis modis in duas partes ſecari poſſit quarũ maior uel dupla eſt uel tripla. quia in infinitum procedit ratio multiplex: ideoq; infinitis modis in tres partes proportionales ſecabitur.

Sed & illud ſciendum eſt, quod problema dicatur uarijs modis. Nam omne quod proponitur appellatur problema: ſiue diſcendi gratia propoſitum ſit, ſiue faciundi cauſa. Propriè tamen in Mathematicis dicitur problema id quod propoſitum eſt ad quandam operationẽ contemplantem: quia id quod in his fit & efficitur: finem habet cõtemplationem.

Sæpe

Sæpe etiam quædam eorum quæ fieri nō pos-
sunt, appellant problemata. magis propriè ta-
mē id quod fieri potest, quod'ue neq; excedit,
neq; deficit, eiusmodi habet appellationē. Ex-
cedens uerò est tale problema. Triangulū æ-
quilaterū constituere, qui habeat angulū ad
uerticē duarum tertiarum recti. hoc enim abū-
dans est & superfluè à dijcitur, hoc enim omni
triangulo ęquilatero inest. ex abundātibus au-
tē & excedētibus propositionibus, quęcunq;
nō contingētibus symptomatibus & non ex-
istētibus excedunt, talia appellantur impossi-
bilia problemata. quæ autem contingere que-
unt: ea uocant problemata maiora. Deficiens
problema est quod appellatur minus aut pro-
blema indigens aliqua additione, ita ut ex in
determinatione (ut sic dicam) in ordinem &
terminum scientiæ conuenientem redigatur.
Vt si quis dicat. Triangulum æquicrurum
cōstituere. tale problema esset deficiens, & infi-
nitum, minimeq; determinatum, atq; additio-
ne alia indigens. scilicet qualis'nā æquicrurus
triangulus esse debeat. nū ille qui basin habe-
at maiorē, an qui minorē habeat eam, utroq;
æqualium laterū. præterea an ille qui habeat
angulum ad uerticē duplū, aut triplum, aut in
alia aliqua ratione hosce angulos habeat: ut
triplum

triplum aut quadruplũ, quia infinitis modis ista uariari possunt.

Ex his ergo manifestum est quod quæ proprie dicuntur problemata: fugiant indeterminatum atque indefinitum, neque uolunt esse ex numero eorum quæ infinitis fiunt modis. quamuis & illa nominentur problemata, propter problematis æquiuocationem. Sic ergo primum problema Elementorum Euclidis hoc modo cæteris præstat, quod neque abundans sit, neque deficiens, neque infinitũ, & multipliciter aut infinitis modis constitutum. Conueniebat enim tale esse problema illud, quod cæterorum omnium erat futurum elementum.

Ex problematibus etiam quædam sunt sine casu, quædam uero multos casus habent: sicuti & theoremata. Quæcunque ergo problemata aut theoremata uim & facultatem aut naturam habent pluribus delineationibus aduenientem: & positiones uariantem: ita tamen ut eundem demonstrationis modum retineant: illa dicentur casum habere. Quæ uero una positione unaque delineatione contenta procedunt: ea sine casu sunt. Simpliciter enim casus ipse in delineatione conspicitur tã problematum quam theorematum.

Proble-

Problemata etiam fortaſſis loco & ordine ante theoremata exiſtunt, & maximè in ijs quæ ad contemplationem aſcendunt, ab artibus uerſantibus circa res ſenſibus ſubiectas. ipſa tamen dignitate & excellentia theoremata prius exiſtunt quam problemata, immo uniuerſa Geometria, quatenus multas artes attingit: uidetur effectum habere ſeu uim efficiēdi problematicam, quatenus uerò primæ ſcientiæ appropinquat erigi à problematibus ad theoremata: à ſecundis ad prima: ab ijs quæ auribus conueniunt, ad ea quæ ſcientiarum ſunt propria.

Theoremata etiam alia quidem ſunt ſimplicia, alia uerò compoſita. Voco autem ſimplicia, quæcunque diuidi nequeunt uel iuxta hypotheſeis, uel concluſiones: quę'ue unicum habent datum: & unicum quæſitum. exempli gratia, ſi ſic dicat elementorum inſtitutor, Omnis triangulus æquicrurus habet angulos ad baſin æquales. Compoſita uerò ſunt quæ hypotheſeis habent ex pluribus factas: aut etiam concluſiones plures, unica exiſtente ſimplici hypotheſi. uel utramque ex pluribus conſtantem. Atque ex his quæ compoſita ſunt, alia quidem ſunt cōplexa: alia uerò incō plexa. ſunt autem incomplexa, quæ cum com

poſita

posita existant: non tamen diuidi possunt in simplicia theoremata. ut quarta propositio libri primi Elementorum. in eo enim & datum componitur & consequens. uerum datum nõ potest diuidi in simplicia fieriq; alia theoremata. non enim si trianguli habuerint latera æqualia, aut solum angulum ad uerticem: cætera accident & consequentur. Complexa autem sunt, quæ in simplicia diuiduntur theoremata. ut illud theorema. Trianguli & parallelogrãma sub eadem altitudine existentia: eandem habent rationem, quam baseis. Fieri enim potest ut diuidendo dicat aliquis. Trianguli sub eadem altitudine existentes, proportionem basium habent. & in parallelogrammis similiter.

Sed composita theoremata alia quidem iuxta conclusionem componuntur, excitata ab eadem hypothesi: alia uerò iuxta hypotheseis habent compositionem: & unam eandemque conclusionem inducunt. denique nonnulla sunt composita in conclusione & hypothesibus. Iuxta conclusionem ergo est compositio in quarto libri primi. in eo enim theoremate, tria sunt quę concludũtur, quod bases sint æquales: quod triãguli sint æquales: quod deniq; reliqui anguli reliquis angulis sint ęquales

les, quos æqualia illa altera ſubtendunt. Iuxta hypotheſes compoſita ſunt: ut in communi theoremate triangulorum & parallelogrammorum ſub eadem altitudine exiſtentium. deniq; iuxta ambas compoſita ſunt in illo theoremate, Diametri circulorum & Elleipſium diuidunt ipſas figuras in duas partes æquales & lineas quæ ipſas continent figuras.

Poſtremò complexa theoremata alia quidem ſunt uniuerſalia: alia uerò ex particularibus concludunt uniuerſale. Quando enim dicimus, quòd diameter circulum & Elleipſim & parallelogramma diuidat, tum unũquodque complexorum ſumimus nõ uniuerſaliter: ſed quod ex omnibus colligitur, efficimus uniuerſale. Quando uerò dicimus: In circulo omnes rectæ per centrum ductæ ſeſe mutuo ſecãt in duas partes æquales: & faciunt omnium ſegmentorum angulos æquales, dicimus uniuerſale: quia elleipſis anguli ſegmentorum nõ omnes ſunt æquales, uerùm tantùm qui fiunt ſub axe. Geometræ autem omnino haſce compoſitiones excogitarunt partim propter breuitatẽ: partim etiã propter reſolutiones. Multa enim theoremata ſimplicia & non cõpoſita exiſtẽtia non reſoluũtur: compoſita uerò ſolũ

uiam

uiam sternunt resolutioni quæ fit reductione ad principia.

Multa Arithmeticæ & Geometriæ theoremata sunt affirmatiua. cuius rei causa est, ut inquit Aristoteles, quod uniuersale affirmatiuũ maximè conueniat scientijs: tãquam id quod per se sufficiens sit, neque aliqua indigeat negatione, nam ex puris negatiuis neque demonstratio, neque quisquam syllogismus fieri potest. Ideóque demonstratiuæ scientiæ ut plurimum affirmando demonstrant: raro uerò utuntur cõclusionibus negatiuis: sicuti ante diximus theoremata quædã esse uniuersalia, quædam uerò particularia. & illa diuidentes addidimus, alia esse simplicia, alia uerò cõposita: atque ostendimus quid unumquodq; horum sit. ita nũc alia distinctione quędam theonremata dicimus esse localia, quędã non localia. Voco autem localia, quibus idem symptoma quoad uniuersum aliquem locum accidit. Locum uerò appello lineæ aut superficiei situm atque positionem, facientem unum & idem symptoma. quia localia alia quidem sunt ad lineas constituta: alia uerò ad superficies. Cumque linearum aliæ sint planæ, aliæ solidæ, planæ quidem, quarum intelligentia simplex est in plano, ut lineæ rectæ: solidæ uero,

rò,quarum generatio apparet ex figuræ solidæ sectione quadam,ut Helicæ cylindricæ, & conicarum linearum generationes aliquis nominare posset.quæ deniq; topica sunt in lineis,alia habent locum planum,alia uerò locum solidum,atq; hæc de his satis.

DE LEMMATE, CASV, PORISMAmate, *instantia & reductione.*

Caput X.

CVm itaq; & hæc sint distincta:age de ijs etiam breuiter agemus quę superioribus sunt annexa,quid lemma,quid casus, quid porisma, seu corollarium,quid instantia,quid reductio. Lemma igitur sæpenumero de omni propositione in alterius delineationem assumptæ prædicari dicunt, cum scilicet aiunt ipsam demonstrationem ex tot lemmatibus esse factam.Propriè uerò in Geometricis lemma est propositio indigens probatione. quando enim uel in delineatione, uel in demonstratione sumimus aliquid eorum quæ antea non sunt demonstrata,opus tamen habent demõstratione:tum id quod sumitur tanquam ambiguum & per se quæstione dignum existimãtes, uocamus lẽma.quod ab postulato & axio

emate differt, quia demonstrari potest cum illa non demonstrentur: sed ad aliorum comprobationem, per sese firma assumantur.

Quantum uero ad inuentionem lemmatum, omnium optimum est aptitudo ingenij ad hoc ipsum, siquidem licet multos uidere, qui in solutionibus argutiarum sunt peracuti, qui tamen id nulla methodo aut arte faciant. ut Cratistus promptus fuit inuestigare et inquirere id quod erat in quęstione ex primis & minimis quoad fieri poterat. utebatur autem uiribus ingenij atque naturæ ad eiusmodi inuentionem. Nihilominus tamen methodi traduntur huius inuentionis. pulcherrima quidem earum est ea, quæ fit per resolutionem, reducens quæsitum ad principium confessum. quam, ut aiũt, Plato Leodamanti tradidit. per quam etiam dicitur multarum in Geometria rerum inuentor factus fuisse. altera methodus est diuisoria, quæ propositum genus diuidit in membra, & demonstrationi occasionem præbet propter aliorum subtractionẽ: à delineatione eius quod propositum erat. quam & ipsam Plato commendauit: tanquam eam quæ omnium scientiarum sit adiutrix. Tertia est quæ fit per reductionem ad impossibile: eaque non demonstrat id quod

per

per se erat demonstrandum, sed coarguit eius oppositum: & per accidens uerum inuenit.

Lemmatis itaque talis est contemplatio. Casus uero annunciat diuersos delineationis modos, & uarietatem positionis, dum uel puncta, uel lineas, aut plana, aut solida trāspo nimus. denique ut summatim dicam omnis eius uarietas conspicitur in delineatione, ideoque dicitur casus: tanquam transpositio delineationis existens.

Porisma uero de quibusdam dicitur problematibus cuiusmodi sunt ab Euclide scripta porismata, propriè uerò dicitur quando ex ijs quæ demonstrata sunt aliud quoddam theorema simul apparet, quod à nobis non fuit propositum, quod quidē idcirco nominarunt porisma tanquam lucrum quoddam præter rem accedens demonstrationi iuxta scientiam factæ. Est itaque porismatis uocabulum unum ex Geometricis, atq; hoc duo significat. Nominant enim porismata theoremata quæ simul cōfirmantur in aliorū demōstrationibus, tanquā Mercurialia dona & lucra existentia quærentium, & quæcunq; inuestigantur quidē, & inuētione indigēt, neq; tantū simplici generatione, aut simplici contēplatione.

Quod enim in triangulis æquicruris, anguli ad basin sint æquales, est contemplandum, rebusque existentibus sic, talis est cognitio. Angulum uero in duas partes ęquales secare: aut etiam triangulum constituere aut subtrahere, aut denique ponere, hęc inquam omnia alicuius operationem postulant. Sed dati circuli centrum inuenire: aut datis duabus magnitudinibus cōmensurabilibus: maximam eorũ communem mensuram inuenire: & quæ talia sunt, quodammodo inter problemata & theoremata medium locum tenent. neque enim ortus & generationes quæsitarum in his sunt, sed inuentiones: neque exilis contemplatio: oportet enim producere in conspectum, & ante oculos collocare id, quod est in quæstione. Eiusmodi sunt quæ ab Euclide sunt scripta porismata in libro quem de porismatibus cōscripsit. sed de eiusmodi hoc in loco nihil dicemus. Quæ uero in elementis sunt porismata, simul quidē apparent in aliorum demōstrationibus, ipsa uero non habent aliquā præcedentem quæstionem exēpli gratia in 15 theoremate libri primi, quærebatur quidem utrum duabus rectis sese secantibus anguli ad uerticem essent inter se æquales quod cum esset demonstratum: simul quoque demonstratum fu

it,

it, quatuor hosce angulos esse æquales quatuor rectis.

Est ergo porisma theorema quod absque negotio apparet, per demonstrationem alterius problematis aut theorematis. uidemur enim fortuito & casu quodam incidere in porismata. non .n. nobis uolentibus & proponentibus, neq; etiã quærentibus occurrũt: propterea ea similia facimus Mercurialibus donis. & fortassis Mathematici peritiores hoc nomen illis imposuerunt: uolentes ostendere hominibus, quod cum multi apparenti gaudeant lucro: hæc tamen uera sunt Dei dona, & Mercurialia, non talia qualia illis uidentur. Hæc enim copia quæ in nobis est producit & fœcũda scientiæ uis atque facultas adijcit præcedẽtibus quæstionibus: ostendens copiosas opes theorematum.

Dicendum itaque est talem esse porismatum proprietatem: sed sunt diuidenda: atque primum iuxta scientias. sunt enim quædam Geometrica, alia uerò Arithmetica, nam propositũ porisma propositionis 15 lib primi est Geometricum porisma. sed quod in fine theorematis secundi lib. septimi positum est, Arithmeticum dicitur. Deinde diuidenda sunt iuxta quæstiones antecedentes. quædã enim

consequuntur problemata: alia uerò theoremata. Hoc enim porisma propositionis 15 lib. primi est porisma theorematis, quod autem in secundo libro est positum, consequitur problema. Tertio diuiduntur iuxta demonstrationes. quædam enim directis demonstrationibus, aliæ uerò indirectis & reductionibus ad impossibile comprobantur. quia theorematis 15 lib. primi demonstratur directa demonstratione, quod uerò in primo problemate lib. 3. simul demonstratur, apparuit facta reductione ad impossibile. Atque cum multis alijs modis ipsa porismata diuidi possint, in præsentiarum hæc dixisse satis sit.

Instantia uerò totam impedit uiam orationis, dum obuiam it uel delineationi uel demõstrationi, neque ut casum qui proponit, necesse est demonstrare propositionem esse ueram: sic etiam instantiam probare. sed tollenda est instantia, & ostendendum eum qui hac utatur falli atq; decipi.

Reductio deniq; est transitus ab uno problemate aut theoremate ad aliud, quo cognito aut acquisito etiam id quod propositũ est fit manifestum. ut cum quærebatur duplatio cubi, transtulerunt quæstionem ad aliud

quod

quod illam sequitur. Inuentionem duarum mediali um, & quod reliquum erat inquirebant: qua ratione datis duabus rectis duæ mediæ proportionales inueniri possint. Dicunt autem Hippocratem Chium primum fuisse, qui dubiarum delineationum reductionem fecerit. is etiam Meniscũ seu Lunulam quadrauit multáque alia in Geometria inuenit, & acutus in delineationibus ac quispiam alius fuit, atque hæc de his.

DE CONVERSIONE ET REDVctione ad impoßibile. Cap. XI.

POsthac ergo dicemus de conuersione & reductione ad impossibile: quantum ad præsentem tractationem pertinebit. Hæc itaque duo præcipua sunt in theorematibus. atque conuersio apud Geometras dicitur primariè & propriè quidem quando theoremata permutant conclusiones & hypotheses inter se: atque præcedentis conclusio, in propositione sequenti fit hypothesis: ipsa uerò hypothesis, ut conclusio inducitur. Vt trianguli æquicruri habent angulos ad basin inter se æquales. hic quidem hypothesis est triangulus ęquicrurus. conclusio, ipsa ęqualitas

angulorum ad basin existentium. quorum enim anguli ad basin sunt æquales: illi sunt æquicruri. Id quod sextum theorema proponit, dum hypothesin facit angulos ad basin esse æquales: conclusionem uerò æqualitatem laterum æquales illos angulos subtendentium. Est & alia conuersio, quæ fit sola quadam cõpositorum permutatione: & unam ex hypothesibus facit conclusionem. quando enim compositum fuerit theorema: incipiens à pluribus hypothesibus, & in una desinens conclusione: sumentes conclusionem & unam ex hypothesibus aut plures facimus conuersionem. Atque hoc modo conuertitur octauum cum quarto. illud enim inquit angulos æquales subtendunt bases æquales: hoc uerò latera æqualia super basibus æqualibus constituta continent angulos æquales. quorum conclusio fuit prioris, super æqualibus basibus constitui: & latera esse æqualia, fuit in eo theoremate una ex hypothesibus.

Cùm uerò hæ duæ sint conuersiones, una quæ & præcipua est uniformis atque definita: altera uerò uaria, & se in numerum multorum theorematum diffundens, neque in uno conuertens se, sed in multis: propter multitudinem hypothesium in compositis theorematibus.

bus. Sæpenumero etiam quod à duobus initium facit: unum tantum habet quod cum eo conuertitur. quando hypotheſeis non omnes fuerint definitæ, ſed quædam indefinitæ.

Sed & in his ſciendum eſt quod multæ falſæ fiant conuerſiones, neque reuera & propriè ſunt conuerſiones. ut omnis numerus hexagonus eſt trigonus: uerùm id non ſequitur quod omnis trigonus ſit hexagonus. cauſa huius rei eſt quod licet quidē ſit cōmunitas: illud uerò particularius, & alterū de altero tantū prædicatur de omni. in quibus uerò ſumitur id qđ primo exiſtit, & quatenus exiſtit in ijs conſequitur etiam conuerſio. quæ ſanè neque Mathematici, qui Menæchmi & Amphinomi ſectatores ſunt, ignorarunt.

Theoremata uerò quæ conuertuntur alia ſolent appellare præcedentia, alia uerò conuerſa. quando enim proponentes genus aliquod: ſymptoma quod ei accidit demonſtrāt: tum uocant præcedens theorema. ſed ſi uice uerſa faciunt hypotheſin ipſum ſymptoma: concluſionem uerò genus ipſum cuius eſt accidens: tale appellant conuerſum. ut omnis triangulus æquicrurus: habet angulos ad baſin æquales, eſt præcedens. quia proponitur id quod natura præcedit. intelligo uerò genus

ipſum ſcilicet triangulum æquicrurum. Sed omnis triangulus duos angulos habens æquales: etiam latera æquales angulos ſubtendentia habebit æqualia & eſt æquicrurus. hoc theorema eſt conuerſum, quia permutantur ſubiectum & eius affectio & illud quidem proponitur, hoc uerò per illud demonſtratur. atque hæc habuimus quæ de Geometricis diceremus conuerſionibus.

Reductiones autem ad impoſſibile deſinunt omnino in eo quod manifeſtum eſt fieri non poſſe, & cuius oppoſitum uerum & confeſſum eſt: contingit uerò quaſdam deſinere in ijs quæ pugnant cum communibus ſententijs aut poſtulatis uel hypotheſibus: alias uerò contradicere ijs quæ ante fuerunt demonſtrata. Nam ſextum theorema primi demonſtrat id quod accidit abſurdum: quia euertit communem ſententiam quæ dicit totum eſſe maius parte. octauum uerò theorema incurrit quidē in id quod fieri nequit: ſed non euertit communem aliquam ſententiam: uerum id quod antea fuit per ſeptimum theorema demōſtratum. quod enim negauit ſeptimum: hoc demonſtrat illud affirmatq; uerum eſſe, ſi quæſitum quis nolit concedere.

Omnis

Omnis ergo reductio ad impossibile, sumens id quod pugnat cum quæsito & illud sic esse ponens, progreditur donec incurrat in manifestum aliquod absurdum, & per illud talem hypothesim sustollens, confirmat quod ab initio erat in quæstione propositum.

Vniuersaliter enim hoc sciendum est, quòd omnes Mathematicæ confirmationes uel à principijs fiunt, uel ad principia, sicut inquit Porphyrius. & quæ fiunt à principijs, duplices & ipsæ sunt. uel enim à communibus notionibus procedunt: atque sola per se certa euidentia: uel ab ijs quæ ante fuerunt demonstrata. sed quæ fiunt ad principia, aut sunt tales quæ principia ponunt: aut quæ principia tollunt. Cum autem principia ponunt & confirmant, appellantur resolutiones, & his opponuntur compositiones. Potest enim fieri ut ab illis principijs iusto bonoque ordine procedamus ad id quod est in quæstione. & id compositio est. sed si principia tollunt, appellantur reductiones ad impossibile. Huius enim rationis demonstrandi officium est euertere aliquid eorum quæ concessa sunt, aut omnino manifesta. atque alius in hac est syllogismus:

gismus: non autem idem qui in resolutione. Nam in reductionibus ad impossibile compositio fit secundo modo syllogismorum hypotheticorum. Vt, Si latera æquales angulos subtendentia in triangulis æquales angulos habentibus fuerint æqualia; tum totum est ęquale parti. sed hoc fieri nequit. ergo triangulorum habentium duos æquales angulos, latera æquales angulos subtendentia & ipsa sunt æqualia. Atq; hęc sint dicta de reductione, quæ apud Geometras est, ad impossibile.

FINIS.

ASTRONO MICORVM PARS PRIMA.

DE ASTRONOMIA ET EIVS *partibus atque principijs.* Caput I.



STROLOGIA, quæ & Aſtronomia dicitur, eſt ſcientia, quę doctrinam inſtituit de motibus mundi, de magnitudinibus & formis corporum cœleſtium: illuminationum quoque & diſtantiarum eorundem à terra: denique omnium huiuſmodi rerum, quæ de cœleſtibus tradi poſſunt. eaque multa quidem à ſenſibus ſibi aſſumit: multa uerò cum rerum naturalium contemplatione participat. Proclus.

Huius autem ſcientiæ pars eſt Gnomonica, occupata in dimenſione & diſtinctione horarum, quæ fit per Gnomonum poſitionem, deinde Meteoroſcopica, differentias eleuatio-

num,

num, & distantias astrorum inquirens, aliaque multa atque uaria astrologiæ theoremata docens. denique Dioptrica, quæ instrumentorum astronomicorum auxilio, distantias solis & lunæ cæterorumq; astrorum dignoscit.

Ptolemæus, & Proclus.

Sunt autem duo maxima atque præcipua quæ perficiunt & absoluunt finem atque scopum in prædictionibus astronomicis propositum. Vnum quidem ordine & ipsa ui atq; potestate primũ, per quod singillatim cognoscimus configurationes & habitudines motuũ Solis, Lunæ, & stellarum cum inter se, tum & collatione ad terram facta. Alterum uerò quo per configurationum & habitudinum insitas à natura proprietates: eorum quę subiecta sunt, consideramus fatales mutationes. atqui de primo, quantum fieri poterat, in magna Ptolemæi traditur constructione: ita tamen ut adhibitę sint demonstrationes. de altero uerò idem Ptolemæus præcipit in quatuor libris de iudicijs astrorum scriptis.

Quia uerò plęriq; id solent calumniari & reprehēdere qđ pauci assequi possunt, quicũq; sanè ex his duabus scientijs priorem calumniantur: omnino cæcutiunt. qui uerò alteram insectantur: habent quandam calumniandi occasionem. existimarũt enim id omnino per-

cipi

cipi non posse, quod nonnulli non potuerunt assequi: uel etiamsi sæpenumero aliquid intellexerunt: id tamen memoriæ non mãdarunt: propterea quod difficulter retineri posset, ideoque & illud inutile minimeq; necessarium putarunt.

Quæ duæ scientiæ cũ ita sint distinctæ, conabor eã quæ priore posita est loco nunc explicare: in cuius expositione primũ tenet locũ uniuersalis cõtẽplatio habitudinis totius terræ ad totũ cœlum antequam quicquã dicetur de particulari singulorũ doctrina. si enim uniuersalium doctrina fuerit præmissa: faciliorem et expeditiorem efficiet insequentium doctrinã. *In secundo & tertio uolumine Mathematico.*

Verum unumquodque horum conabimur per ipsa principia declarare: atque utemur tanquam fundamentis ad harum rerum inuestigationem, ijs quæ manifestè apparent: & deinde certis cum antiquorum tum nostrorum hominum obseruationibus: reliqua uerò quæ in hisce præceptis consequuntur, adijciemus: & partimineariũ descriptionũ demonstrationibus comprobabimus: partim etiam per canones & calculationes doctrinæ Logisticæ examinabimus.

Vniuersale autem quod præmittemus, tale erit. Quid sit mundus, quæ eius sint par-

tes substantiales. Quod cœlum sit sphæricum atq; rotundum, moueaturq́; circulariter. Prę terea quod & ipsa terra sit rotũda, quoad sensum, & respectu uniuersarum partium, situ uero ipso in medio totius sit posita, tanquam cẽtrum mundi. magnitudinis uerò & distantiæ respectu, centri rationem habeat, si cum Sphę ra stellarum fixarum conferatur. deniq; quod illa ipsa terra, nullum habeat localem motum. De his ergo singulis breuiter commemorationis gratia iam dicemus.

Nota.

Quæ proponuntur in hoc loco, ita sunt intelligenda: quod in duobus uoluminibus uniuersa hæc exponetur doctrina, quorum quidẽ uoluminum, istud unum est: alterũ breui auxiliante Deo, in lucem proferam.

DE MVNDO, ET QVAE EIVS *sint partes substantiales.* Cap. II.

MVndus est compages ex cœlo & terra atque naturis in his existentibus facta & concinnata. Definitur etiam alio modo. Mundus est uniuersarum rerum ordo, ordinataq́; dispositio, à Deo, & propter ipsum Deũ conseruata.

Diui-

Diuiditur autem totus mundus in Aethera, qui & cœlum & quinta essentia aut Sphæra dicitur: atq; quatuor elementa, ignem, aërem, aquam & terram. In æthere sunt & astra & stellæ, Est uerò stella corpus diuinũ & cœleste, particeps eiusdem substantiæ cuius est locus in quo ipsa est. corpus inquam lucidum, nec quiescens aut statum & quietem habens: sed perenni circulari motu circumlatum. Aliter uerò sic definitur. Stella est corpus unica definitum descriptione. ut cum dico stella Saturni, aut stella Mercurij. Astrum uerò est systema factum & compositum ex multis stellis. ut Andromeda, aut Centaurus. uel sic, Astrum est imago ex multis formata stellis. Est itaque stella astrum, non autem uice uersa. denique propria & communi appellatione cum astra, tum stellas, appellant signa. *Achilles Statius.*

Astra uerò alia quidem appellantur fixa, uel stellæ fixæ: alia uerò erratica aut stellæ erraticæ. Sunt autem stellæ fixæ, quæ in una eadẽque cœli superficie positæ simplicissimo mouentur motu, ita ut perpetuo eadem cœli loca eundemque inter se ordinem retineant. Erraticæ uerò stellæ sunt, Sol & Luna ac quinq; Planetæ. Quare quæcunque stellæ in cœlo eodem fixæ, motu ipsius mundi circumferuntur

inerrantes, quę uerò cõtrario uehuntur motu, errantes appellantur: numero septẽ infra cœlum stellarũ seu firmamentũ siti & in æthere circumducti: contrarium habent cursum motui ipsius mundi. Ac si nauis feratur in Boream uentum, & qui nauim est ingressus, in Austrum progrediatur in ipsa naui.

Facta ergo collatione ad stellas fixas, erraticæ stellæ nominantur planetæ: uel quod nostri oculi oberrent cum obliqui ferantur: & interdum regrediantur, nonnunquam ulterius procedant: uel etiam quod ipsi Planetæ errẽt, neq; eandem incedant uiam quam stellæ fixæ.

Aliter.

Ex astris autem seu stellis, illæ quæ non errant, in cœlo sunt fixæ & immobiles sunt propria quadam ratione, attamen impetu ipsius cœli motę, semper in ijsdẽ locis & eodẽ modo occidunt & oriuntur: ideóq; appellatæ sunt stellę inerrãtes. sunt uerò septẽ aliæ stellę infra firmamentum in aëre, quæ cũ proprio, tum & cœli motu agitantur quæ sanè stellæ cum habeant propriũ motum, neq; firmatę & fixæ in cœlo sint: sed in aëre ferantur: deniq; non semper in ijsdẽ locis neq; eodem modo oriãtur, respectu & cõparatione stellarum fixarum, Planetę appellantur. Pythagorei uerò aiunt, non

tantum

tantum Planetas proprium habere motũ,sed & stellas fixas. sic enim eas moueri sentiunt quemadmodum terebrum circa eundem locum agitur.

Etsi uerò infinitus sit numerus stellarum fixarum,nihilominus tamen Astronomi enumerant 1022 cognitas,quę quidem multum non solum inter se, sed etiam à Planetis differunt. Configurarunt tamen eas in signa aut imagines 48,quæ in tres sunt diuisæ partes. quædã enim in Zodiaco sunt circulo: aliæ in parte mundi Septentrionali: nonnullæ in Meridionali.

Zodiaci itaq; circuli astra,quæ & signa atque dodecatemoria duodenæ partes appellãtur,sunt hæc. Aries, Taurus,Gemini,Cancer, Leo,Virgo, Libra, Scorpio, Sagittarius, Capricornus,Aquarius,Pisces.

Astra uerò Septẽtrionalia numero 21 quæ & dextra,& superiora altioreq́; loco posita cõspiciũtur,hæc sunt. Vrsa minor,Vrsa maior,Draco per ursas se extẽdens,Cepheus,Bootes,aut Arctophylax, Corona septẽtrionalis,Engonesin aut Hercules,Lyra,Auis seu Cygnus, Cassiopeia,Perseus, Heniochus, Ophiuchus seu Serpẽtarius,Serpens,Telum,Aquila, Delphinus,prior pars Equi,Equus,Andromeda,Deltoton uel triangulus. *Proclus.*

Aſtra denique quę appellantur meridionalia numero 15 & ſiniſtra atque inferiora dicũtur: ſunt iſta. Orion, Procyon, Canis, Lepus, Argo nauis, Hydra, Crater, Coruus, Centaurus, Fera ſeu beſtia quã fert Centaurus, Thuribulum, Piſcis meridionalis, Cetus, Eridanus fluuius, Corona meridionalis. Sunt autem quædam ſingulares ſtellæ in his aſteriſmis & conſtellationibus, quæ propter certas quaſdam, quas habent notas, proprias quoq; appellationes nactæ ſunt. Stellæ enim ſex in dorſo Tauri appellantur Pleiades: quæ uerò in fronte Tauri ſunt, numero quinque Hyades appellantur. quæ in Geminis præcedit, dicitur propus, hoc eſt, prior pes geminorum. in Cancro ſunt ſtellæ nubeculam referentes, & dicuntur Præſepe, quibus uicinæ duæ aliæ appellantur Aſelli. Eſt & alia clara & inſignis ſtella in corde Leonis. eiuſdem nominis cum loco in quo eſt ſita, & nominatur cor Leonis à quibuſdam Baſiliſcus aut regia ſtella: propterea quod nati ſub hac ſtella uidentur regiam habere natiuitatem. adhuc ſtella clara quæ eſt ſita in extremitate ſiniſtræ manus uirginis, nominatur Spica uirginis: & parua ſtella in dextra ala eiuſdẽ poſita, nominatur præuindemiator, in extremitate dextræ manus

aqua-

aquarij quatuor ſtellæ, dictæ ſunt Vrna aquarij. poſtremo in extremis partibus Caudæ piſcium ſunt aliquot ſtellæ continuæ poſitæ, quæ lineæ aut lineolæ appellantur, & in meridionali linea ſunt nouem ſtellæ, in ſeptentrionali quinque. poſtrema quæ in extremitate lineę eſt poſita clara & inſignis ſtella, nodus appellatur.

In ſeptentrionalibus cõſtellationibus ſunt quoque ſtellæ inſigniores, quæ proprias ſortitæ ſunt appellationes, propter ſingulares & uniuerſales earum ſignificationes. Stella enim clara inter crura Arctophylacis nominatur Arcturus. quæ uero eſt in conſtellatione Lyræ eiuſdem nominis cum Lyra eſt. aliæ etiam in Perſei ſiniſtra manu, appellãtur Gorgonij, aut caput Meduſæ ſeu crines Meduſæ. ſic quæ in extremitate dextræ manus Perſei ſunt ſitæ paruæ ſtellæ & condenſatæ, falcis formam repræſentant. adhæc quæ in ſiniſtro humero aurigæ eſt ſtella clara appellatur Capra. & in eiuſdem manus extremitate duæ aliæ ſtellæ dictæ ſunt hœdi.

Poſtremo in meridionalibus conſtellationibus, quædam ſtellæ proprias habent appellationes. ſiquidem quæ in Procyone eſt clara & inſignis, nominatur Procyon. Altera quæ

est in ore Canis perspicua stella & lucida quę ue uidetur æstus & caloris incrementum facere: eodem appellatur nomine quo & tota constellatio, & dicitur Canis uel stella Canicularis. denique stella clara & insignis in extremitate gubernaculi Argo nauis nominatur Canobus.

Achilles Statius.

Sciendũ tamen & illud, quod neq; Cepheus neq; Cassiopeia, neq; Andromeda sit in cœlo, quia ridiculũ est existimare ante hosce cœlũ fuisse absq; astris. semper enim in cœlo fuerunt stellæ, antequã uel Perseus, uel Orion nascerentur, ideoq; est factum, ut apud diuersas gentes diuersa astrorũ nomina inueniantur. Nam in Aegyptiorum Sphęra neq; Draco est quem existimamus aut nominamus esse, neq; Vrsæ, neq; Cepheus, sed aliæ formæ imaginũ, aliaq; nomina. sic etiam in Chaldæorũ Sphæra aliæ imagines, & ab hisce diuersa imaginum nomina. Græci itaque hæc insigniorum Heroum nomina astris imposuerũt: quò facilius percipi & cognosci possent. Nam cum nulla essent astris nomina, multum fecerunt negotij atq; fastidij ijs quibus hæc cognoscere curæ fuit. maximè uerò harum rerum cognitionem studuerunt consequi agricolæ & nautæ. quia ex ortu & occasu stellarum conij

ciebant

ciebant nauigationis & messis tempora.

Incertum autem est an plures sint erraticæ stellæ: septem uero nobis sunt notæ: quarum nomina etiam diuersa existunt. apud Aegyptios enim & Græcos stella Saturni etsi sit obscurissima: tamen Phænon appellatur. uulgariter uero apud Græcos sic dicitur: apud Aegyptios autem stella Nemesis. Altera erratica stella est Iouis, quæ Græcis Phaëthon, Aegyptijs Osyris. Tertia stella Martis, Græcis Pyrois, Aegyptijs Hercules. Quarta Sol. Quinta Venus, quam Græci Heosphorum & Hesperum uocāt. Sexta Mercurij à Græcis Stilbon, ab Aegyptijs Apollo nominata. Septima & infima Luna.

Postremo & illud sciendū est, Astronomos zonas quasdam & sphæras proponere, in quibus cū stellæ fixæ, tū & Planetæ feruntur, atq; solēt unā sub altera collocare: dicuntq; supremam esse Sphæram stellarū fixarum, alteram Saturni, deinde Iouis, sequi postea sphæram Martis, sub hac esse Solis sphæram, postea Veneris, septimam esse Mercurij: octauam & infimam Lunæ.

Sunt tamen alij Astronomi qui decem dicant esse sphæras quarum suprema iuxta illos est primum mobile seu decima sphæra, dein-

de Nona absque ſtellis, poſtea Sphæra ſtellarum fixarum, & ſeptem planetarum Sphæræ uel zonæ ſeptem.

Cum uerò dicamus ſtellas erraticas ſeſe mutuo ſubſequi, inferiorem ſcilicet ſub ſuperiori conſtitui: atque ſupremam zonam habere ſtellam Saturni: ſequi deinde Sphæram Iouis: tertiam eſſe Martis, atque ſic cęterarum ſtellarum Sphæræ ordine poni. Quærat ergo quiſpiam qua hoc dicamus ratione ſi ſic cõtingat Saturnum & Solem eſſe in Ariete: uel Lunam & Iouem in Tauro aut alias ſtellarum fieri cõiunctiones: cum non in eadem ſint eleuatione nec eodem cœli loco ferantur. Dicendum ergo eſt quod, cum ſub ſeſe mutuo ſint collocatæ: tum faciant coniunctionem: quãdo perpendiculares fiunt inter ſe.

QVOD COELVM SIT SPHAERIcum, & moueatur ſphæricè. Caput III.

Ptolemæus. QVod autem mundus, cœlum quoque, & quæ in eo ſunt: habeant formam rotundam: manifeſtum eſt ex eo, quod tempora & loca ortus atque occaſus certo ordine eodemque & ſimili modo ſemper redeant. Præcipuè uerò

uerò ueteres perducti fuerunt in eam sententiam: ut Sphæricam mundo tribuerent formam: per circularem illam circumuolutionẽ stellarum semper apparentium: quæ quidem fit circa unum idemq́; centrum.

Deinde ut Sphæricam statuerent esse mundi formam & illa quoque effecerunt: quod scilicet si alia quam hæc sola poneretur: nunquã Horoscopiorum delineationes ita (ut solent) congruerent. adhæc motu cœlestium corporum existente sine impedimento atque omnium facillimo: ex figuris quoq; existit facillimè mobilis inter planas quidem circulus, inter solidas uerò Sphærica. Eodem modo cum capaciores ex diuersis figuris, æqualem ambitũ habentibus illæ sint quæ plures habent angulos, circulus quidem inter planas, Sphæra uerò inter solidas inuenitur. Cœlum autem cęteris omnibus corporibus est capacius.

Cæterùm à naturalibus nonnullis rebus hoc coniicere licet: utpote quod ex omnibus corporibus æther ipse cõstet ex partibus subtilissimis atque tenuissimis: immò maximè similibus. sed corporum similium partium, & ipsę superficies sunt similium partium. atqui superficies similium partium tantum sunt circularis in planis superficiebus & Sphærica in

ſolidis. & quia æther non eſt planum aliquod ſed corpus ſolidum: relinquitur quod cœlum ſit rotundum & ſphæricum.

Eodē modo ipſa natura omnia corpora inferiora corruptioni ſubiecta efformauit, & cōſtituit ex circumferentialibus diſſimilium tamen partiū figuris, quæ uerò in ęthere ſunt, cęteráq; diuina omnia ex figuris ſimiliū partium atq; ſphęricis conſtituuntur. Nam ſi plana aut diſco ſimilis eſſet figura: tum nunquā ab hominibus in diuerſis terræ locis eodem temporis ſpatio circulari & rotunda conſpicerentur forma. Quapropter rationi eſt conſentaneum æthera qui corpora hæc continet, ſimilem habere naturam atq; ſphæricum eſſe, circulariterq́; atque æquabiliter ſecundum ſimilitudinem partium moueri.

Achilles Statius. Præterea & illud manifeſtè docet cœlum cæteraq́ue quæ in cœlo ſunt, ſphæræ formam habere: quia ſex ſigna Zodiaci ſemper ſunt ſub terra, & ſex ſupra terram. Quæ quidem ordinata & concinna circumuolutio in nulla alia contingit figura, quam in ſphærica.

Aſtronomi ergo figuram ſphæricam cœlo attribuunt, quia eſt ſphæra: terra autem ſaltem formam ſphæræ habet. Differunt enim hæc inter ſe. nam quod ſphæræ formam &

ſpeciem

ſpeciem habere dicitur: eminentias atque ca- uitates recipit: id uero quod ſphæræ eſt & di- citur: omnino ex omnibus partibus eſt æqua le: & à medio puncto uel centro ductas line- as rectas ad extremam ſuperficiem omnes ha bet æquales. eſt ergo cœlum ſphæra, unde eti- am circulari fertur motu.

Ex his itaq; ueteres Aſtronomi prædictam de forma mundi ſententiā conceperunt, quod ea ſit ſphærica. ſed & iuxta inſtitutam contem platione reliqua quæ conſequuntur conſide- remus. quod omnes in uniuerſum apparētiæ cœleſtes cæteris ab hac ſententia diuerſis opi- nionibus repugnent. Exēpli gratia, ſi quis po- nat motū aſtrorum eſſe rectū: in infinitū uſq; ferētur corpora cœleſtia. ſic etiam ſi propona tur quod aſtra ex terra proſiliant, atq; in ean- dem iterum reſiliant. hæc inquam abſurdiſſi- ma omnino uidebuntur. *Ptolemæus.*

Et ut dicam quod res eſt: quamcunq; aliam figuram quiſpiam proponat: atq; motui cœle ſtium corporum attribuat: excepta ſphærica: neceſſe eſt diſtantias à terra ad partes cœli, ubicunque & quomodocunque illæ fiant: fie- ri inæquales. itaque & magnitudines & di- ſtantiæ ſtellarum, quas inter ſe habent etiam inæquales apparebunt, ĳſdem hominibus eas

in

in quauis conuersione cœli obseruantibus: itą ut nunc maiori interuallo, nūc minori distarę uideantur, id quod uidemus neutiquam contingere. Sed quod in horizontibus maiori magnitudine appareant: non hoc fit propter minorem distantiam, sed humidi complectentis terram exhalationē, quæ est inter uisum nostrum ipsasque stellas. quemadmodum ea quæ in aquam sunt proiecta maiora apparēt, & quò magis descendunt, eò etiam uidentur esse maiora.

QVOD ET TERRA SIT ROTVNDA *quoad sensum, & consideratione uniuersarum partium: adhæc quod in medio mundi sita puncti instar sit, si cum cœlestibus conferatur: deniq; quod nullo locali feratur motu.* Cap. IIII.

Cleomedes. CVm ergo demonstratum sit totum mundum habere formam Sphæricam: nunc ostendemus solidissimam & densissimam mūdi partem: ipsam scilicet terram habere formā Sphæricam. Plures itaque & diuersæ magis apud antiquos Physicos fuerunt sententię de forma terræ. ueruntamen Mathematici omnes maiorque Socraticorum pars confirmarunt

tunt terræ formam esse Sphæricam. Cum enim nulla alia forma cõmodè ei attribui posset: necesse erat hoc genus argumentandi uerum esse. Terra aut est dilatata & plana, aut caua & profunda, aut quadrata, aut pyramidalis, aut Sphærica. quod si nunc hoc disiunctum genus argumentandi ponamus uerum esse: iuxta modum qui à Dialecticis dicitur quintus modus qui per plura fit indemonstrabilis, sic progrediendo demonstrabimus, formam terræ esse rotũdam & sphæricam. Dicemus enim: Sed neq: dilatata & plana est, neque concaua, neq: quadrata, neq: pyramidalis. Ergo necessariũ est, ut sit sphærica. Primũ enim mutantur in ea horizontes: deinde nõ omnes stellę ab omnibus hominibus conspiciuntur in septentrione & meridie, neq: etiã altitudo seu eleuatio poli, aut dierum & noctium longitudines eædem apud omnes. quæ quidẽ omnia manifestè indicant, sphæræ formã habere terram: cùm nihil eorum quæ apparent, fieri possit in alia, quàm sola sphærica terræ forma. Atqui cùm in mari existentes appropinquamus terræ, tum uisus noster primùm incidit in summitates & fastigia, reliqua uerò omnia conuexitate aquæ sunt intercepta: postquam uerò ulteriùs progressi conuexitates il-

alij secundum.

las superauimus & incidimus in montium cauitates & eorundem eminentias. atq; in ipsis nauibus quæcunq; partes non uidentur à superioribus pauimētis, & in cauitatibus nauis: eę conspiciuntur quando cōscenderimus malum, eaq́; sæpenumero uidere soliti sumus quæ per conuexitates illas fuerunt intercepta. Sic etiam quando nauis à terra soluitur: primum absconduntur concauitates nauis: postea ea quæ in malo adhuc uidebantur & cum è mari terræ appropinquat nauis; similiter primo conspiciuntur partes mali, sed cōcauitates nauis adhuc sunt interceptæ per conuexitatem aquæ. quæ quidem omnia solis & unicis demonstrationibus linearibus manifesta fiunt. sphærica ergo est terræ figura.

Quod autē terra mundo contenta in eius meditullio posita sit, & locum mundi mediū obtineat, id nunc quoq; ostendemus per uiā demonstrādi quam modū quintum per plura indemonstrabilē uocant. tale enim disiunctū & uerū & necessarium est. Terra mūdo inclusa, uel est sita uersus Orientē, aut Occidentem, aut Septentrionē, aut Meridiē, uel supra medium mundi, uel infra mediū, uel in ipso medio: maximę cū sit omniū grauissimum in mundo corpus. Sęd nihil eorū quæ iam dicta sunt ter-

rae

ræ attribui poteſt quoad eius ſitum. quare po ſtremum uerũ erit, quod ſcilicet medium mundi locum obtineat, ſeu infimum, quod idem eſt cum medio.

Præterea terram puncti rationem habere quoad ſenſum, ſi conferatur cum ſphęra ſtellarum fixarum: magnum indicium eſt, quod omnino & ubique in omnibus terræ partibus magnitudines & interualla ſtellarum ijſdem temporibus eadẽ ſeu æquales & ſimiles appareant. ſicuti hoc teſtãtur obſeruationes ſtellarũ factæ in diuerſis climatibus: quæ ne quidẽ minima in parte diſcrepant. ueruntamen & illud quoq; aſſumendum eſt, quod gnomones quos ponimus in quacunq; terræ parte, ſic etiam ſphærarũ armillarium centra, eadẽ reuera poſſint præſtare, quod centrũ terræ ſic & diopterę ſpeculationes, & umbrarũ circumductiones adeo proportionaliter correſpondẽt hypotheſibus ipſis apparentiarũ, ac ſi factæ eſſent & ductæ per ipſum mediũ punctum ſeu centrũ mundi. Manifeſtum etiam indiciũ eſt, hæc ſic ſe habere, ꝙ plana quæ ubiq; terrarum per uiſus noſtros ducuntur & nominãtur Horizõtes, totam cœli ſphæram diuidant in duas partes æquales: quod ſanè nunquam cõtingeret, ſi terræ magnitudo ſenſu percipi poſſet facta

eius

eius collatione ad corpora cœlestia. sed tantū illud planum quod esset ductum per centrum terræ: diuideret Sphæram in duas partes æquales. reliqua uerò plana quæ per quamcunque aliam terræ superficiem ducerentur: facerent ea quæ sunt sub terra segmēta maiora ijs quæ sunt supra terram.

Simili ratione & modo ut in præcedentibus demonstrabitur, quod nullo penitus feratur motu in obliquas partes, neque locum ipsius centri relinquere aut egredi, quia eadem cōtingerent, quæ fierent si terra alio poneretur loco quam in medio mundi.

DVPLICES ESSE DIFFERENTIAS *primorum motuum in cœlo.*

Caput V.

Ptolemæus. ATque hæ quidem hypotheseis necessario præexplicatę. ad percipiendam particularium rerum doctrinam omnium, quę has consequuntur, sufficiant: & hucusque illa tanquam per summariam explicationem sint delineata: immò confirmata ex ipsa concordantia atque conuenientia eorum quæ deinceps & consequenter erunt demonstranda, ad ea quæ apparent tanquam testibus adhibi

tis

tis ſint approbata, ſed & illud forſitan exiſti-
met aliquis meritò inter hæc uniuerſalia eſſe
recenſendum, quod duæ ſint primorum mo-
tuum in cœlo differentiæ. Alter enim motus
eſt quò omnia feruntur ab ortu in occaſum
perpetuo, eodem modo, & æquali celeritate i-
pſam facientia circumuolutionem in æquidi-
ſtantibus inter ſe circulis, atq; deſcriptis ſuper
polis ſphæræ, quæ omnia æqualiter circumdu
cit. Quorum circulorum maximus eſt is, qui
nominatur æquinoctialis quia ſolus à maxi-
mo etiã exiſtente circulo (horizonte ſcilicet)
in duas partes æquales: & ſolis quæ in ipſo fit
motus quoad ſenſum faciat ubique æquino-
ctium. Alter uerò motus eſt, quo Sphæræ
ſtellarum contraria priori motui reuolutione
faciunt ſuas propoſitiones ſuper diuerſis po-
lis, non autem iiſdem qui ad primum ſpectant
motum.

Atque hæc quidem ſic ſe habere proponi-
mus, quia ex aſpectu & contemplatione quo-
tidiana omnia quæ in cœlo ſunt uidemus ſe-
mel ſimpliciterque in uniformibus & æquidi
ſtantibus æquinoctiali circulo locis: facere ex
ortus, mediique cœli aſcenſus, & occaſus. id
quod ipſius primi motus proprium eſt, ſed ex
frequentiori & magis continua obſeruatione,

cæteræ ſtellæ omnes uidentur eas diſtantias quas inter ſe habent conſeruare : & proprietates quas habent ad loca primi motus propria retinere. Solem autem & Lunam cæterosque Planetas progreſſiones quaſdam facere, uarias atque diuerſas quidem & inæquales inter ſe:omnes tamen quoad primum & uniuerſum motum in partes Orientales & conſequentes, ita ut retineant eadem inter ſe interualla, tãquam ſtellæ quæ ab una circumferantur Sphæra.

Achilles Statius.

Cœlum ergo ab Oriente mouetur in Occidentem. ſed Sol & reliqui Planetæ in contrarium, hoc eſt, ab Occidente in Orientem: ita ut eorum motus ſit duplex. ſicuti in trocho aliquo ſi formix eſſet quæ in ſuperficie exteriore circumfererentiali, ab Occidente in Orientem, contrariam ſcilicet trocho *uiam in*cederet: contingeret eam motu ipſius trochi ferri ab ortu in occaſum, proprio uerò motu ab occaſu in ortum. ſimili modo hæc cogitabis fieri in Sole aut alio aliquo Planetarum. Sit enim trochus cælum ipſum, Sol uerò aut alius aliquis Planeta loco formicæ. ſed hanc monſtrandi uiam, facilius licet in ipſa obſeruare Sphæra.

Nam ſi ponamus primum exoriri Arietem

tem in eoque esse Solem ad dies 30, inueniemus progressionē eius fieri ab Ariete in Taurum, qui quidem Taurus sequitur Arietem. Quare ab occidentalibus partibus ad orientales, non autem uice uersa ab orientalibus in occidentales solem ferri & moueri deprehendemus. Quapropter manifestum nunc est, proprio motu ab occidente in orientem moueri solem, & reliquos Planetas.

Hoc autem cōditor rerum idcirco instituit, ne uniuersitas rerum, impetu hoc frāgeretur, propterea quod in unam partē nimiam haberet motus inclinationē. sed cum habeat resistētiam quandam, & imitetur motum in tono factum tali conuersione & reuolutione Planetarum in contrarias partes: recipit motum stabilem & firmum.

ASTRONO MICORVM PARS SECVNDA.

DE CIRCVLIS SPHAERAE. *Caput I.*



NIVERSALIS itaque quæ premittenda erat doctrina, tanquam per capita quædam tradita, eiusmodi habeat eorum quę prius ponenda erant explicationem. Nunc uero cum particularium rerum expositionem simus auspicaturi: primam esse arbitramur per quam cognoscimus, qui sint in sphæra circuli, & quæ eorum utilitates in prima & elementari Astronomiæ institutione.

Proclus. Cum ergo in Sphæra sint infiniti circuli, poli & axes: attamen undecim tantum in sphæra describuntur circuli: non quod hi tantum in mundo sint cum æquidistantes, tum obli-

qui,

qui,& per polos mundi ducti.quia Sol singulis diebus, quoad sensum, circulum describit æquinoctiali æquidistantem, secundum motum mūdi: sicut inter duos tropicos circulos bis 180 circuli æquidistantes à Sole describantur.tot enim sunt dies ab uno ad alterum solstitium.deinde feruntur omnes stellæ in circulis æquidistantibus,singulis diebus: ueruntamen hi non omnes in sphæra describuntur, etiam si plurimum ad alias Astrologiæ tractationes conducāt(propterea quod stellis sphæra non potest bene insigniri absque his omnibus circulis æquidistantibus:nec etiam longitudines dierum & noctium exactè inueniri: aut denique alia bene describi possunt absq; prædictis circulis)Quare hi circuli cum nihil utilitatis haberent in prima Astronomiæ institutione:non describuntur in sphæra.sed quinque æquidistantes,duo etiam coluri, Meridianus,Horizon,Zodiacus denique cum lacteo circulo in sphērā adhibentur:propterea quod ad primam & elementarem Astronomiæ doctrinam:certas & definitas quasdam utilitates adferant.

Arcticus siquidem circulus ursas & polum Septentrionalem eaque quæ supra sunt determinat.Tropicus æstiuus continet conuersio-

nem Solis æstiuam, & est terminus atq; limes progressionis Solis in Septentrionem. æquinoctialis quoque circulus complectitur æquinoctia. tropicus hybernus circulus est finis & limes progressionis Solis in meridiem, & continet conuersionem hybernam. deniq; antarcticus complectitur Polum Meridionalem, & distinguit ea quæ sunt infra terram. Ita & cæteri prædicti circuli plurimum utilitatis adferunt primæ & simplici institutioni Astronomicæ. Quare cum definitum habeant usum in Astrologiæ introductione, meritò præ cæteris in sphæra describuntur.

Hipparchus. Hoc tamen inprimis & uniuersaliter sciendum est quod Mathematici prædictos circulos proponant absq; ulla latitudine, ut tropicos, æquinoctialem, & reliquos. quia nullo modo fieri potest ut animo concipiamus, eos latitudinem habere, cum proprium ipsorum sit, ut tanquàm lineam mente conceptam eos imaginemur esse.

Præterea quando dicunt æquinoctialem & Zodiacum esse è numero maximorum in sphæra circulorum: & ab utroq; sphæram diuidi in duas partes æquales: idemque esse centrum Zodiaci & æquinoctialis atq; horizontis & Meridiani: præterea Zodiacum duos

tropi-

tropicos tangere in uno puncto, aliaque huius modi plura: tum inquam per ista ostendimus eos esse absque latitudine. quia nihil eorum quæ iam enumerata sunt: bene poneretur atque diceretur: si latitudinem aliquam haberent. neque uero æquinoctium uno die fieret atq; Sol ipse faceret: sed pluribus diebus. quia si æquinoctialis haberet latitudinem: per plures quam per unum diem esset in æquinoctiali. Denique theoremata gnomonica omnia, omnes hos circulos proponunt absque latitudine. quoniam alij à centro Solis, nonnulli à nostro uisu describuntur.

Hi itaq; circuli sunt absq; latitudine concipiendi, & tales qui ratione & mente percipiantur ex situ astrorum & Dioptrę usu, atque nostra intelligẽtia impressi. solus enim in mundo sensu percipitur circulus lacteus, reliqui uerò ratione & mente. *Proclus.*

DE DVOBVS MAXIMIS CIRculis Aequinoctiali, & Zodiaco. Cap. II.

QVoniam primus motus suam circũuolutionem facit secundũ circulos qui super polis mũdi describuntur: dicendũ aliquid est de axe, & polis sphæræ. Axis itaque Mundi *Proclus.*

dicitur eius diameter circa quã uoluitur. eius extrema appellantur poli mundi. ex quibus alter quidem Septentrionalis: alter uerò Meridionalis nominatur. Septentrionalis autem est, qui in nostra habitatione semper apparet. Meridionalis uerò qui in nostro horizonte cõspici nequit.

Achilles Statius. Axis autem mundi à centro arctici circuli per centrum sphæræ transit usque ad centrũ antarctici: ideo uero assumitur ut per eã cognoscamus quòd uertatur cœlum circa hunc axem eiusque extrema: quemadmodum circa axem currus rotæ uertuntur. Geometræ uerò proponunt axem esse lineam quandam pertenuem, quæ à cẽtro arctici circuli, usque ad cẽtrum (sicuti est dictũ) antarctici ducitur. Appellatur uerò axis ab agendo seu uertendo, quod cœlum circa eam lineam uertatur. extremitates autem eius nominant polos, seu uertices & cardines: quia cœlum uertitur & circũuoluitur circa hæc extrema.

In sphæra tamen lignea, seu materiali hæc extrema axis apparent eminentia, extra sphæræ superficiem. attamen ita sunt intelligenda, quod non emineant, sed desinant in superficie cœli.

Quæ cum sic se habeant, etiam æquinoctia lis

lis & cæteri æquidiſtantes circuli ſphæræ eoſdem polos eandemque axem habēt cum mundo. Verum æquinoctialis inter ipſos æquidiſtātes poſitus, maximus eſt inter cæteros quatuor, quia circumferentiam ſuam habet per centrum ductam. Facit autem in eo ipſe Sol duo æquinoctia, uernale quidem, cum fuerit in Ariete, autumnale uerò in Libra. nominatur autem æquinoctialis, quia Sol in eo facit æquinoctia. eſt autem æquinoctialis Zodiaco æqualis. qui quidem conſtat ex tribus circulis æquidiſtantibus, quorum duo extremi dicuntur latitudinem Zodiaci indicare. tertius uerò appellatur circulus per media ſigna. tangit uerò duos æquales & æquidiſtantes circulos, tropicum æſtiuum in primo gradu Cancri: tropicum uerò hybernum in primo gradu Capricorni. latitudo uerò eius eſt 12 partium. Proclus.

Nominatur uerò obliquus, propterea quod circulos æquidiſtantes ſecet. Videntur autem in eo moueri Planetæ ſeptem in his tribus inquam lineis, id enim demonſtratur in ſphæra, ut intelligamus latitudinem uiæ & progreſsionis Planetarum, Solis atque Lunæ. quia quinq; Planetæ non incedunt ſub una eadem linea.

Quænam est igitur causa, quod non duo sed tres circuli, designent in circumuolutione ipsum Zodiacum? quia prędicti quinque Planetæ circumferuntur in duorum circulorum latitudines Sol autem non eousque egreditur uel in dextram, uel in sinistram, quātum quinque Planetæ: sed ex tribus qui latitudinē Zodiaci nobis designant: sol in medio fertur circulo, ideoq; & is ipse appellatur à Mathematicis circulus solis, & linea Ecliptica: quia in eo fiunt Eclipseis Solares & Lunares. nominamus uero hunc latum circulum, Zodiacum à duodecim quæ in eo sunt signis. Ariete, Tauro, Geminis, Cancro, Leone, Virgine, Libra, Scorpione, Sagittario, Capricorno, Aquario, Piscibus, quæ & imagines dicuntur.

Quare Zodiacus tres habet inscriptiones, quas solent Mathematici nominare fascias: & est is circulus qui in sphęra unctus & illinitus est cera rubea.

Secat autem ęquinoctialem in duas partes æquales: & ab eodem in easdem secatur partes. denique sunt sex circuli qui diuidunt & distingunt duodenas Zodiaci partes. Est autem dodecatemorion nihil aliud quam unaquæq; duodecima Zodiaci pars.

DE

DE DVOBVS COLVRIS CIRCVLIS *& circulo lacteo.* Cap. III.

SVnt autem duo coluri circuli à Septentrione in Meridiē per polos mundi ipsam sphęram secantes omnesq́; alios qui in ea sunt circulos atq; ipsi quoq; maximi sunt: tanquam ij qui per centrum sphæræ sunt ducti. secant autem, ut quatuor anni tempora facilius cognoscere queamus. Nam si hi sese mutuo secāt, etiā sphæra in quatuor secta erit partes: ita ut unaquęq; harū quatuor partium, unā anni quartam cōtineat Alter ergo eorū per Cancrum & Capricornū ductam habet circūferentiam, & in Cācro quidem eoq́; semicirculo æstatē, in altero semicirculo uero & ipso Capricorno hyemē designat, alter uerò suam circumferentiam habet ductam per Arietē & Librā: atq; denotat duas reliquas anni quartas æquinoctiales, unam Vernalem in Ariete, alteram Autumnalem in Libra. *Achilles Statius.*

Nominantur uerò coluri, propterea quod uideātur nobis mutilari in extremis partibus, cum eorum partes quę sunt uersus antarcticū circulum nobis nō appareant, sed uideantur ex hac parte mutilati esse. Nam fit ut partes quidem horum circulorum uersus circulū

ſemper apparentem, hoc eſt, arcticum appare ant: quæ uero partes horum circulorum ſunt uerſus antarcticum circulũ, perpetuo abſcō= dantur & lateant. Quod ſi uero quiſpiam dicat, aliorum circulorum partes ſub terra exi ſtentes non apparent, erunt ergo & illi colu= ri? Sciendum ergo quod quorundam cir culorum partes quæ infra terram aliquando exiſtunt, ſupra terrã cōſpiciantur facta mundi conuerſione: colurorũ autem circulorũ partes quæ ſunt uerſus circulum nunquam apparen tem, omnes latent & abſconduntur facta quo que circumuolutione mundi.

Lacteus uero circulus, ſicuti eſt dictum, ſo= lus in cœlo oculis conſpicitur, & in ſphera ſen ſu deprehenditur: cum alij omnes mente & ra tione percipiantur. Dicunt ergo quidam fabuloſè lacteum factum eſſe circulum ex Iu nonis lacte: alij uero quod per hanc uiam Sol iter fecerit aliquando, ſed hanc Solis progreſſi onem ſeu ſemitam auerſam fuiſſe propter con uiuia quæ Thyeſtia fuerunt nominata: atque contrariam circumuolutionem eſſe factam, quam ſcilicet nunc deſcribit Zodiacus. quod tamen & ipſum fabuloſum & falſum eſt.

Quid enim tales homines dicent de Luna & cæteris Planetis? num & illi Planetæ auer terunt

terunt suam uiam propter cōuiuia Thyestiae
Sunt etiam qui dicant, ex paruis omnino & co aceruatis stellis, quae nobis uidētur esse copu latae & counitae propter distantiam coeli à ter ra, ipsum cōstare lacteum circulum, ac si quis ex paruo & plurimo sale aliquid conficiat aut condiat. neque uerò uerius dicendus erit esse circulus ex nubibus factus, aut lucidum quid dam ex aëris condensatione & compressione factum, quod circuli formam habeat.

Sic itaque dicitur à colore lactis, cum albus & lucidus appareat. secat autem spheram & Zodiacum atque aequinoctialem in duas partes aequales, & ab ijsdem secatur, eisdemque est aequalis. obliquè uerò hic circulus per tropicos positus est, pauxillū illis subiectus. est uerò in sphaera unctus uel illinitus cera alba.

DE HORIZONTE ET MEridiano. *Caput* IIII.

Achilles Statius.

HOrizon circulus sic dictus est, quod semicirculum sub terra existentem distinguat à semicirculo infra terram. quia circundat sphaeram externè, & locum Oceani occu pat, qui ambit & circundat externè terram &

ex quo oriri, atq; in quem occidere uidentur stellę. Vnde & Aratus hunc circulum apppellat Horizonta, Philosophi uerò & geometræ eum nominant Horizontem. Meridianus etiã circulus est assumptus, ut, quæ ab ortu usq; in occasum sunt, demõstret: & ut sciamus, sole in eo existente, aut etiã cæteris in eo existentibus astris medium cœli locũ teneant, qui supra terram est. atq; tempus istud meridianum appellatur: cùm sit medium quoddam diei.

Sed Horizon & Meridianus intelligendi sunt intra Sphæram esse, quia nihil de Sphæra extra est, cùm uerè consequatur nos extra esse. Dicuntur hi circuli intra constituti ad interiorem Sphæræ terminum.

Proclus. Hoc quoq; sciendum, quòd sint quædam loca terræ, & quidam Horizontes, in quibus contingit polum apud nos conspicuum, & semper apparentem ab illis qui in ijs terræ locis uersantur, non uideri: qui uerò à nobis non conspicitur, illis esse manifestum. atq; tales horizontes appellant sphæram obliquam. Prætereà est etiam locus terræ, in quo duo poli similiter sunt in superficie horizontis positi: & est sphæra recta. Quòd autem duplex sit horizon, rationalis & sensilis, antea est dictum. (intellige, in primo uolumine Mathematico.)

DE

DE QVATVOR CIRCVLIS *minoribus. Cap. V.*

DIcendum nunc erit de quatuor circulis æquè distantibus, maximè uerò de duobus tropicis Arctico & Antarctico: primū ergo appellantur hi quinq; circuli, ęquè distātes à lineis quę apud Geometras sunt ęquè distāti bus. Sunt autē apud Geometras lineę æquè distantes quæ in eodē existente plano, ex neutra concurrunt parte. nominamus ergo circulos æquè distantes qui iuxta sese sunt positi à circūferentia ad circumferentiam æqualem habentes undiquaq; distantiam: non autem spacium quod inter ipsos est æquale. & sunt eorū quinq; arcticus qui Septentrionalior cæteris existit, & in se Vrsas atque Draconem complectitur. postea antarcticus qui huic opponitur Meridionalis existēs, sic etiam tropicus æstiuus sequitur arcticum, & tropicus hybernus post antarcticum, medius horū & numero quintus est ipse æquinoctialis qui tantum distat à tropico æstiuo, quantum à tropico hyberno. Achilles.

Arcticus uerò circulus ex numero minimorū est, atq; circa polum Septentrionalē descriptus in ipso maximè medio loco polū habens mūdi Septentrionalē, tanquam suum centrū.

nominatur uerò arcticus, quia intra se habet Vrsas: & Boreus, quia semper est ex parte mũdi Boreali. manifestus autem & conspicuus est, quia semper apparet, nec unquam occidit. alter uerò, qui huic opponitur, Meridionalis iuxta situm ipsum æqualis quidem est arctico, sed polum Meridionalem continet & appellatur antarcticus quia arctico circulo opponitur. nam arcticus circulus est in Septentrione, hic uerò in Meridie: deinde arcticus circulus est in sphæra supremus: hic uerò infimus. ideoq́ue arcticus semper apparet: hic uerò nobis nunquam fit conspicuus. appellatur ergo antarcticus & Meridionalis seu Australis & perpetuò latens.

Tropicus æstiuus circulus est positus inter circulum arcticum & æquinoctialem: & in se continet Solis conuersiones æstiuas. quando enim Sol est in Cancro, & hunc circulum attingit: facit conuersionem æstiuam, aut solstitium æstiuum. ideoq́ue nominatur tropicus seu solstitialis æstiuus. est autem hic circulus maior arctico, minor uerò æquinoctiali. Tropicus denique hybernus positus est inter antarcticum & æquinoctialem, oppositus tropico æstiuo, cui quoque æqualis existit. tangit uerò hunc circulum Zodiacus in primo gra-

du

du Capricorni, in quo si fuerit Sol, facit conuersiones hybernas aut solstitia hyberna. nã quando Sol hic constitutus est, cessat à descensu, & rursus incipit redire & ascendere, ideoque dicitur esse Solis cõuersio, eius à Capricorno in Cancrum reditus & ascensus. appellatur uerò hybernus, quia Sol in eo constitutus (scilicet in Capricorno) facit summam hyemem. de æquinoctiali dictum est antea.

DE ZONIS, ET QVOD SINT *quinq; Zonæ.* CAP. VI.

ZOnæ dicuntur spatia & interualla æque distantium circulorum. sunt autem Zonæ cũ in cœlo tum etiã in terris, quæ quidem terrestres cœlestibus zonis perpendiculariter sunt subiectæ. propriè tamen in cœlo appellantur circuli, in terra uerò zonæ. sunt autem in uniuersum quinque zonæ, quarum duę minimè habitabiles propter nimium frigoris excessum, quarum altera Meridionalis, altera Septentrionalis dicitur. ex tribus uerò quæ his interiectę sunt, duæ sunt temperatæ, una uerò torrida. & temperatarum zonarum alia quidem Septentrionalior, alia uerò Meridionalior. Est autem Septentrionalior, quæ ab Ar-

ctico circulo usq; ad tropicum æstiuum se extendit. Meridionalis uerò temperata ab antarctico, usq; ad tropicum hybernum.

Sunt autem temperatę, propterea quod nõ molestentur neque intemperato frigore, neq; æstus & caloris excessu, & quod hæ ipsę zonę temperatę sint inter uiam Solis & zonas frigidas media autem omniũ harum à tropico æstiuo, usq; ad tropicum hybernum, tantam habet latitudinem, quantam Sol ipse percurrit. Nominatur uerò zona torrida & adusta quod calore & quasi igne torreatur: cum Sol perpetuò discurrat per hanc zonam. deniq; sunt qui hanc dicant inhabitabilem esse, sunt alij qui uolunt eam habitari.

Inuestigabimus autẽ nunc quam'nam nos incolamus zonam temperatam. Videmus enim quando Sol est in Capricorno, tum longius à nobis distat Sol, & apud nos est hyems: quando uerò contingit Solem esse in Cancro qui diametraliter opponitur Capricorno: tũ propius ad nos accessit Sol, & magnus apud nos est calor, sed Cancer est maximè Septentrionale signũ inter duodecim Zodiaci signa.

Manifestũ ergo est quod nos inhabitemus zonam temperatam Septentrionalẽ, quia Sol cum est in Cancro, sinister nobis exoritur um-

bram

bram noſtram in dextras partes proijciens. quod quidem eſt indicium manifeſtum, nos eſſe Soli à dextris . nam ſi quis lucernam incendens : in medio domus collocet: atque ab eius dextra ſtet umbra corporis erecti non ad lychnum ſed in dextram hominis cõuertetur partem.

Quod ſi ergo & noſtrorũ corporum umbrę fiant à dextris: manifeſtum eſt quod Sol nobis ſit ſiniſter, quod uiceuerſa accidit ijs qui habitãt in zona Meridionali, quia illis Sol eſt à dextris, & umbra eorum à ſiniſtris, uerſus Septentrionem remittitur. Hac ergo ratione demonſtratur, nos inhabitare zonam temperatam Septentrionalem.

DE CLIMATIBVS. Cap. VII.

Clima terræ dicitur eſſe ſpaciũ terræ duobus circulis ęquè diſtãtibus interclusum: in quo longiſſimi diei differentia fit augmento dimidię horæ æquinoctialis. eaq; ſunt in zonis temperatis, quorum Septentrionalia dicũtur eſſe climata: Meridionalia uerò anticlimata. Sunt autem ſeptem climata. medium primi climatis 13 horarum eſt æquinoctialium, & appellatur per Meroen. Mediũ ſecũdi eſt 13 ho

tarū dimidiæ. Per Syenen. Medium tertij climatis est horarum 14: mediū quarti habet diē longissimum horarum 14 & dimidiatę partis unius horæ. medium quinti climatis habet lōgissimum diem horarum 15 æquinoctialium. medium sexti climatis habet longissimum diem horarum æquinoctialium 15 & dimidiæ partis unius horæ. deniq; medium septimi climatis habet lōgissimum diem horarum æquinoctialium 16. atq; sic ueteres Astronomi enumerant climata zonæ temperatæ Septentrionalis.

ASTRONO MICORVM PARS TERTIA.

DE ORTV ET OCCASV STELLARUM. Cap. I.



VM ERGO OMNIA EA quæ de undecim sphæræ circulis erant dicenda, nunc sint explicata: reliquum est ut dicamus de ortu & occasu, de ascensionibus

ſionibus & deſcenſionibus aſtrorum: deniq; de lõgitudine dierum & noctium, uarijsq; diuerſitatibus rectæ & obliquæ ſphæræ.

Primum ergo exponemus occaſum & ortum ſtellarum. aſtra quidem nonnulla ſemper apparent: alia uerò aliquando conſpiciuntur, aliquando uerò latent. denique ſunt quæ omnino non apparent. illa itaque aſtra dicuntur ſemper apparere quæcunque (ſecundum Græcos) incluſa ſunt arctico circulo: ſed ut Neoterici uolunt quæ maximo ſemper apparẽtium circulorum incluſa ſunt circulo. nunquam enim illa occidunt, ſicuti nec ipſi circuli hæc aſtra includentes occidunt. ſed perpetuo in ſuperiore ſemicirculo, unà cum aſtris incluſis apparẽt. aſtra autem non apparentia ſunt, quæcunq; antarctico comprehenduntur circulo, uel ut recentiores uolunt, quæ circulo ſemper latentium & occultorum maximo cõtinentur. *Achilles Statius.*

Reliqua his exceptis aſtra nonnunquam oriuntur, nonnunquam occidunt. ut exempli gratia. Sit Sol in Ariete, hoc exoriente prius exoritur equus. ſed exiſtente Sole in Libra eoque exoriente: iam occidit equus. ita ut interdum appareat equus quandoque exoriens, quandoque occidens. eodem modo & reli-

qua astra quę sunt à tropico æstiuo usq; ad tropicum hybernum. Nā quæcunq; astra sunt in circulo antarctico, qui est uersus Meridiem & tardè oriuntur, illa etiam citius occidunt. propterea quod maior sphæræ pars uersus meridiem fit sub terra: econtrà Septentrionaliora & inter arcticum circulū atq; æquinoctialem citius oriuntur, & tardius occidunt. quoniam maiorem partem habet sphæra supra terram uersus Septentrionem. Quapropter potest fieri ut quædā ibi posita astra sub una eademq́; nocte oriantur atq; occidant quæ utrimq; apparentia astra nominantur. exempli gratia sumatur Engonasi, atq; constituatur Sol in Sagittario in quo oriatur & rursus occidat. occidente itaq; Sole uespera erit & nox. Engonasi autem nondum occidit: sed expectans in semicirculo existente supra terram, ad occasum occidens tandem sub eadem nocte præuenit & anteuertit Solis atq; Sagittarij ortum, ante illos exoriens & post eos occidens.

Est autem duplex occasus, sicuti & duplex ortus, quorum alter nominatur ortus uel occasus matutinus, alter uerò ortus uel occasus uespertinus. Matutinus uerò ortus est, quando unà cum Sole astra exoriuntur non autē post Solem. Ortus uespertinus uerò, cum Sole iam

occi-

occidente quędam aſtra exoriuntur. Occaſus matutinus eſt, quando Sole exoriente hæc uel illa aſtra occidunt. deniq; ueſpertinus occaſus eſt, quando aſtra cum Sole occidente occidunt.

Differt uerò exortus ab ortu: quia exortus eſt, quando ſimul cum Sole ſtella aliqua ſupra horizontem aſcendit: ortus uerò eſt, quando ante Solem ſub matutinum tempus aſtrum aliquod oritur: & poſt illud oritur tandem ſol. Hoc tamen notandum uenit, quod cum omni hora circumferatur & circumuoluatur ſphæra: neceſſe ſit etiam aſtra omni tẽpore & quouis die & nocte eſſe circumducta & circumuoluta, interdiu autem non apparere propter Solis ſplendorem, qui ſua claritate tegit ſtellas. neq; etiam exortum aſtri alicuius eſſe dicendum quando ſecunda aut tertia hora aſcendit ſupra terram: ſed tum demum quando unà cũ Sole exoritur: ſic & occaſum quando unà cum Sole occidit.

DE ASCENSIONIBVS ET DESCENſionibus rectæ & obliquæ ſphæræ. Cap. II.

PRiuſquam quicquã dicemus de aſcenſionibus & deſcẽſionibus in ſphęra recta et ob Theor.

liqua: scire conuenit, quid sit sphæra recta, aut sphæra obliqua. Est igitur sphæra recta, quando poli ipsius sphæræ (qui etiam sunt poli æquinoctialis circuli) fuerint in horizontis superficie. & horizon per polos æquinoctialis circuli ductus, ad angulos rectos fuerit ipso æquinoctiali. Sphæræ autem inclinatio aut sphæra inclinata & obliqua est. in quibus regionibus æquinoctialis ad horizontem inclinatur. hoc est, in quibus regionibus poli sphæræ non sunt in horizōte. nam si poli æquinoctialis non fuerint in horizonte, tum inclinatur æquinoctialis ad horizontem: ideóque eiusmodi sphæræ situs nominant inclinationes.

Vnde quotiescunque uolumus cognoscere quanta sit obliquitas aut inclinatio sphæræ, nihil aliud quærimus quam angulum acutū, qui continetur communi sectione horizōtis, Meridiani & æquinoctialis, quæ fit ad centrū sphæræ. ea enim est inclinatio aut obliquitas duorum planorum horizōtis scilicet & æquinoctialis. & quia duo sunt anguli qui supra terram fiunt, quorū unus est Septētrionalior atque obtusus, alter Meridionalior & recto minor seu acutus, siquidem in nostris regioni nibus polus Septentrionalis ab horizonte

supra

ſupra terram eſt eleuatus: fit inclinatio in Meridionalia. atque idcirco angulum Meridionaliorem & recto minorem nominamus inclinationem ſphæræ, qua æquinoctionalis ad horizontem inclinatur. reſtat ut cognoſcamus quid ſit aſcenſio, quid deſcenſio, & quid tempus.

Eſt ergo aſcenſio nihil aliud quam circumferentia æquinoctialis, quæ exoritur cum aliqua Zodiaci circuli circumferentia. deſcenſio uerò eſt circumferentia æquinoctialis, quæ cũ Zodiaci aliqua circumferentia ſimul occidit. Præterea tempus ſunt ſegmenta quædam æquinoctialis. quia circa polos æquinoctialis fit motus totius cœli æquabiliter ab ortu in occaſum. atqui neceſſe eſt temporum dimenſiones fieri, in quodam maximo circulo æquali & certo ordinatoq; motu circumuoluto.

Fiunt autem aſcenſiones & deſcenſiones in ſphæra recta & obliqua hoc modo: ut in unaquaque ſphæra ſint certa quædam & propria quæ obſeruentur. Nam in ſphæra tam recta quam obliqua æquinoctialis circulus, ut dictum eſt, æqualiter & ordinatè aſcendit, hoc eſt, æqualibus temporibus æquales æquinoctialis circumferentiæ aſcendunt. ſed Zodiaci circuli circumferentiæ non aſcendunt æqualiter.

Quare in recta sphæra quarta obliqui uel Zodiaci circuli pars integra eodem tempore ascendit cum quarta æquinoctialis, quatenus respectus fit ad circulos per polos æquinoctia lis circuli ductos.

Adhæc inuenie mus circumferentias æqui noctialis circuli eodem tempore cooriri decē Zodiaci partibus propterea quod minores partes quā decem aut partes infra decem nulla magni alicuius momēti differentia uarient quoad æquale augmentum excessuum.

Sunt autem harum rerum tabulæ conscriptæ, in quibus explicatur quot temporibus æquinoctialibus segmenta Zodiaci coascendāt horizontem sphæræ rectæ.

In sphæra uerò obliqua sunt quædam lemmatia, quæ plurimum conducunt ad demonstrationem ascēsionum quorum primum est, quod in sphæra obliqua Zodiaci circuli circūferentiæ ab eodem puncto ęquinoctiali ęqualiter distantes æqualibus æquinoctialis circuli circumferentijs simul coascendant.

Alterum est quod circumferentię Zodiaci circuli, quæ simul cum æquinoctiali coascendunt: æqualibus & æqualiter distantibus ab eodem puncto tropico, sint æquales circumferentijs Zodiaci circuli ambæ simul sumptæ

amba-

ambabus simul sumptis in sphæra recta. Itaq; per ista duo lemmatia nobis fit manifestum, quod si in una tantum quarta, particulares supputemus ascensiones: etiam reliquarum trium quartarum ascensiones supputatæ erunt.

Vtilitas autem doctrinæ harum rerum talis est: quod scilicet si hæc fuerint demonstrata, cognita atq; percepta: etiam cæterarum rerum perceptio facilior nobis erit quæ speciatim & per partes prius sunt percipienda ad totius Mathematicæ constructionis intelligentiam assequendam. cuiusmodi sunt quæ de inuenienda longitudine dierum & noctium traduntur, scilicet quot sit horarum æquinoctialium aliquis dies usualis, aut temporalis, item inuenire quot temporum æquinoctialium sit hora usualis aut temporalis. præterea datas horas temporales transmutare in horas æquinoctiales, & econtrà. denique dato aliquo tempore inuenire Zodiaci partem orientem, uel medium cœli tenentem uel etiam Occidentem. cæteraque huius generis.

DE APPARENTIA ET OCCVLTAtione quinque æquidiſtantium circulorum eorumq; habitudine ad Zodiacum.

Caput III.

EX prædictis quinque æquidiſtantibus circulis, arcticus quidem circulus totus ſupra terram exiſtit. tropicus uerò hybernus ab horizonte ſecatur in duas partes inæquales, atque maius ſegmentum ſupra terram exiſtit, minus uerò infra terram. uerum non in omni regione aut urbe eodem modo tropicus circulus ſecatur ab horizonte: ſed iuxta climatum uariationes, neceſſe eſt ut & exceſſus ſegmentorum diuerſus fiat: atque ijs qui magis uerſus Septentrionem quàm nos habitant: in partes magis inæquales ſecatur tropicus æſtiuus circulus ab horizonte. denique eſt regio quædam, in qua totus tropicus æſtiuus circulus ſupra terram exiſtit.

Verum in regionibus quæ noſtra ſunt Meridionaliores: ſecatur tropicus æſtiuus circulus ab horizonte in partes magis æquales. poſtremo eſt terræ habitatio & locus magis uerſus Septentrionem poſitus: ubi tropicus æſtiuus circulus ab horizonte ſecatur in duas partes æquales.

Aequi-

Aequinoctialis autem circulus per uniuersum orbem terrarum ab horizonte secatur in duas partes aequales:ita ut semicirculus sit supra terram,alter uero semicirculus infra terram.ideoque in hoc circulo ipsa fiunt aequinoctia.

Tropicus denique hybernus ab horizonte sic secatur,ut minus eius segmentum sit supra terram:maius uero sub terra. Verum ipsa inaequalitas segmentorum eandem habet permutationem in omnibus climatibus quae facta est in tropico aestiuo circulo.Nam tropicorum circulorum segmenta permutatim sumpta semper sunt aequalia inter se. unde & longissimus dies est aequalis longissimae nocti:et breuissimus dies breuissimae nocti. Antarcticus circulus totus sub horizonte absconditur.

Ex habitationibus autem terrae,tres praecipue constituimus, quarum prima est, in qua tropicus aestiuus circulus tangit horizontem, altera uero habitatio dicta sub polis, in qua polus mundi Arcticus supra uerticē est. Tertia deniq; sub ipso existens Aequinoctiali, in qua poli,ut diximus,sunt in superficie horizōtis.

Quae sane cum sic sese habeant, uidendum

nobis

nobis erit cuiuſmodi habitudinem circuli æquidiſtantes habeant ad Zodiacum circulum. Prius itaque dictum eſt quod circulus hic ſit obliquus & maximus in ſphæra, atque idcirco ſemper habet dimidiam partem ſub terra, & dimidiam infra, unde etiam ſex ſigna ſunt interdiu ſupra terram, & ſex noctu infra terram. Id quod & Aratus his uerbis ſignificare uoluit: Sex ſemper occidunt duodenæ partes circuli. Nominauit enim duodenas ipſa dodecatemoria ſignorum.

Nemo autem obijciat atque dicat. Si ſingulis diebus, ſupra terram & infra terram ſunt æqualia numero ſigna: quamobrem non ſunt etiam dies ſemper inter ſe æquales? Reſpondebimus ergo quod Zodiaci circuli pars Septentrionalior tangat tropicum æſtiuum circulum in Cancro: eiuſdem uerò Meridionalior pars tangat tropicum hybernum in Capricorno. medium uerò æquinoctialem in duobus locis, & duobus ſignis in Ariete & Libra: immo ſecat æquinoctialem & ab eodem ſecatur.

Quando itaque Sol à Meridionalibus in Septentrionalia eleuatur, peruenit uſque ad Cancrum, ideóque nobis tum fit æſtiuus,

quia proximus apud nos. post hæc uerò supra Cancrum non eleuatur, sed procedens inde conuertitur ad Meridionalia, & Solis in Cancro eleuatio appellatur æstiua conuersio. Volunt autem Solem hanc facere conuersionem alij quidem in principio, nonnulli autem in octauo gradu, quidam etiam in 12, denique sunt qui in 15 gradu Cancri dicant conuersionem Solis æstiuam fieri. descendens autem Sol ad Meridionalia cum peruenit ad æquinoctialem, tum facit æquinoctia. Id autem bis in anno facit, quia bis tangit æquinoctialem, alterum quidem æquinoctium Vernum est, alterũ uerò Autumnale. Vernum in Ariete, quando tangit æquinoctialem circulum: Autumnale, cum est in Libra, & iterum æquinoctialem tangit circulum. à Libra descendit Sol, fitque Meridionalior usque ad Capricornum, ubi Zodiacus tangit tropicum hybernum. Sol etiam rursus ab inferioribus se conuertit ad superiora, nominaturque conuersio hæc Solis: progressus Solis ab inferioribus ad superiora.

Aegyptij uetustiores, cum uidebant Solem à Cãcro ad Capricornum descendere, atq; ex lõgioribus diebus efficere dies breuiores, luge

bant,

bant,metuentes ne breui Sol eos derelinque-ret: est tempus istud quod ab ipsis nominabatur festum Isidis. Cum uerò Sol rursus incipiebat ascendere atque dies longiores reddere, tum albis uestibus induti coronabantur. Hic ęquinoctialis circulus si diuidatur in partes 8: quatuor erunt supra terram, reliquæ quatuor subterra, ita ut æquales partes cum suprà, tum infra terram habeat.

Sed si quis tropicum æstiuum circulum diuidat in octo partes, iuxta Aratum: erũt quinque eius partes supra terram: tres uerò infra terram. Sic enim Aratus de hoc scribit circulo. Quinque quidem interdiu uertuntur supra terram. Tres uerò infra. suntque in hoc circulo Solis conuersiones. Ostendens de octo partibus, tres esse supra terram, tres reliquas infra terram. Iuxta hanc ergo sphæræ positionem, quæ quidem contingit in climate Hellespontis & Macedoniæ uel etiam Græciæ: Sole existente in tropico æstiuo circulo, longissimus dies est horarum 15. nox uerò minima horarum 9.

Cum enim tempus diurni motus omnino constet ex 24 horis: ideóque si Solem constituamus in solstitijs æstiuis, sicuti diximus: longissimam continget esse diem quindecim horarum,

rarum & per consequens,tum existimandum est noctem esse breuissimam:id quod cum ex alijs tum ex Arato patet.

Nam cum tempus diurni motus 24 horarum sit,atque tropicus æstiuus sit secandus in partes octo, quarum unaquæque trium est horarum, ter uerò octo faciant 24. nunc si ab illis octo partibus sumas quinque, easque supra terram statuas: quarum unaquæque tribus horis constat: ter quinque facient quindecim horas conuersionis & motus, & tres partes tum erunt sub terra, & unaquæq; harũ trium partium tribus conficitur horis,ter uero tria faciunt nouem. Quare patet nunc,quòd nox tum sit nouem horarum,quæ est minima in eo climate.

Tropicus uerò hybernus inter Antarcticum & Aequinoctialem positus,quiúe tropico æstiuo opponitur,eiq; est æqualis, sectusq; est in partes octo sicuti alter, contrarium habebit,nam de octo illis partibus quinq; erunt sub terra,& tres supra terram, ita ut tum fiat breuissimus dies,cùm sol est in capricorno, & tangit tropicum hybernum circulum, uel est horarum nouem, nox autẽ horarum est quindecim eodem modo ut in tropico æstiuo.

Sed forsitan quispiam quæret, quomodo

dicamus in solstitijs æstiuis solem existentem facere diem quindecim horarum & in solstitijs hybernis nouem horarum: cum tamen in Mechanicis horologijs & hydrologijs semper dies sit duodecim horarum. Respondemus ergo quod sicuti omnis homo, tam puer quam uir quinq; habet digitos in manu, non tamen habet eos æquales, sed proportionales: Sic quoque longitudines dicimus dierum & noctium se habere atque horas ipsas breuitatem seu celeritatem & dierum longiorum longas horas, breuiũ breues. quapropter ad dies hybernos ęstiui longiores existentes quindecim horarum diei æquinoctialis interuallum seu spacium habentes: diuisi sunt proportionaliter in duodecim horas. illud ipsum quoq; in noctibus longioribus & breuioribus, & diebus breuioribus considerabis.

DE THESI IPSIVS SPHAERAE *atque dierum & noctium incremento & decremento.* Cap. IIII.

SCiendum de situ ipsius sphæræ, hoc est, ꝙ non unus idemq́; sit: sed quod varient eius situs iuxta climata terræ. itaq; si poli mundi

situm habuerint in horizonte:ita ut horizontem tangant:continget ut neq; semper apparētes, neq; semper latentes circuli sint futuri: sed utrumque horum semicirculum semper exoriri & occidere, quod si uerò polum Septentrionalem fecerimus sublimiorem, & supra horizontem eleuatum, iuxta factam poli eleuationem, & altitudinem eius, etiam terræ climata habebunt diuersas longitudines dierum & noctium. ponamus circulum quendam, secantē sphęram per polos, ut sunt coluri. manifestum est, quod unusquisq; semicirculus habeat 30 partes. & semicirculus qui supra terram est 30 partium erit ab horizonte usque ad polum.
Si ergo polum Septentrionalem eleuaro, ad partes usque 6. tum erit clima Hellesponti habens longissimum diem horarum 15. noctem breuissimam horarum 9. quod si uerò non tantum sex sed nouem partibus ab horizonte eleuauero polum Septentrionalem: tū prolixior erit longissimus dies apud eos, qui in tali habitant regione, quam in Hellesponto. Sic etiam si polum magis quam 9 eleuem partibus: ita ut multum ab horizonte distet: inuenientur horæ longiores. donec tandem polus Septentrionalis fuerit in medio cœli, atque Sphæra sic posita

contingет diem eſſe ſex menſium: & noctem totidem menſium. quia ſi polus Septentriona lis in medio extiterit cœlo: inuenietur Zodiacus ſectus ab horizonte in duas partes, quarũ dimidia ſemper eſt ſupra terram, altera dimidia perpetuò infra terram. quæ cum ſic ſint, manifeſtum eſt ſex ſigna eſſe ſupra terram, ea ſcilicet in quibus cum fuerit Sol, & in unoquoque uerſetur diebus 30. efficiet diem ſex menſium. reliqua ſex ſigna ſemper occultari & ſub terra eſſe, in quibus ſi fuerit Sol, noctem ſex menſium efficit. propterea quod Sol non oriatur, quam diu in illis ſex ſignis infra terram exiſtentibus moratur.

Atque hæc à nobis ita ponantur propter inęqualitatem dierum & noctium. Sciendum tamẽ eſt, quod hæc ratione & cogitatione demonſtrentur per conſequentiam eorum quæ apparent: cùm tamen ſint minimè manifeſta & certa. Non enim experientia demonſtrare poſſumus, noctem atque diem ſex eſſe menſium. quidam uerò dicunt 8 dierum prolixitatem & longitudinem unius diei, alij uerò 80 dierum eſſe. & ſunt ij homines qui ſupra Thulen inſulam habitare dicuntur. Atque hæc ſint à nobis hoc modo exempli gratia dicta, de dierum & noctium longitudine iuxta climata diuerſa & uaria.

DE

DE ZONARVM INTER SE *distantia.* *Cap.* V.

VErum ut & interualla atque distātias zo narum & circulorum addiscamus : sit sphæra per centrum secta, ita ut æquè distantes circuli in duas partes æquales secentur, sicuti secantur à circulis coluris. qui quidem ponatur esse partium 60. unde quisque semicirculus huius circuli habebit 30 partes. est itaque ab horizonte usque ad polum Septentrionalem interuallum 6 partium de 30 partibus supra terram existentibus. quia tanta est eleuatio poli Septentrionalis supra horizontem. Nam à polo Septentrionali ad circumferentiam superiorem arctici circuli polus Septētrionalis centri locum obtinet: & omnes rectæ à centro cuiusque circuli, protractæ ad circumferentiam sunt inter se æquales. *Achilles.*

Deinde interuallum ab arctico circulo ad tropicum æstiuum erit quinque partium, alterum uerò à tropico æstiuo ad æquinoctialem partium quatuor. sic ab æquinoctiali ad tropicum hybernum de istis æqualibus partibus, erit interuallum quatuor partium. præterea à tropico hyberno, usq; ad horizontem partes erunt quinque, denique ab horizonte ad po-

lum Meridionalem & perpetuò latentem partes sex. Sed à polo mundi Meridionali ad circumferentiam antarctici circuli, erunt reliquæ partes atque à polo antarctico, in hemisphærio inferiori usque ad horizontem in quo circulus arcticus horizontē tangit: inueniētur proportionales partes ijs quas nunc supra terram esse inuenimus.

Veruntamen nonnulli sphæram per polos secantes sicuti per coluros ipsa æquidistantium circulorum interualla secundum latitudinem non quidem in partes 60 secant: sed in partes 360 cum annus 365 diebus cōstet, atq; dicunt 180 partium esse semicirculū supra terram atq; rursus 180 partium semicirculum infra terram, de quibus ab horizonte, usq; ad polum Septentrionalem & circumferentiam arctici circuli superiorem: sunt partes 38. à Septē trionali ad arcticum, aliæ 38 partes & ab arctico usq; ad tropicum ęstiuum sunt partes 24. et à tropico æstiuo ad æquinoctialē partes 24. sic ab æquinoctiali usq; ad tropicum hybernum partes 24. à tropico hyberno usq; ad antarcticum qui horizontem tangit sunt 32 partes.

Atq; hæ partes omnes in unum redactæ faciunt 180, eodem modo sub terra sunt, similiter

ter aliæ 180 partes. possunt autem hi æquidistantes circuli etiam recti appellari. sed idcirco assumpti sunt, quo melius Septentrionalium & Meridionalium partium demonstratio fieri possit: ut possimus cognoscere conuersiones hybernas & æstiuas, æquinoctiales etiã ut sunt Vernales & Hyemales.

DE IIS QVI HABITANT *in zonis temperatis. Cap.* VI.

SEd ut apertius singula distinguamus: ex ijs qui in zonis temperatis habitant: alij quidem sunt Perioeci, nonnulli Antoeci, quidam Antichthones, aliqui denique Antipodes. Sunt itaque Perioeci qui eandem inhabitant terram. Vt qui Septentrionalem zonam incolunt, sunt inter se Perioeci. Antoeci uero sunt qui Meridionalem incolunt zonam, ad eos qui Septentrionalem inhabitant zonam. quia Septentrionalis zona Meridionali opposita habitatio est. & Meridionalis Septentrionali. Antichthones uero sunt qui per diametrum in similibus habitant zonis, ut qui in Septẽtrionali habitant zona supraque terram, hemisphærio.

ſic etiam in Meridionali. Ariſtoteles deni-que qui per diametrum in zonis oppoſitis ha bitant ut ijs qui ſub tropico Cancri habitant, ſunt antipodes ij qui ſub tropico Capricorni uiuunt.

Periœci ergo ſemper habent noctē & diē & annua tempora ęqualia uel eadē. Antœci uerò habent quidē inter ſe eundem diem & eādem noctem: nō autem eadem ſolſtitia. quia ſi Sol fuerit in Cancro nobis quidē eſt æſtas qui ſumus Septentrionaliores, ſed Meridionalioribus hyems. quando uerò Sol exiſtit in Capricorno: tum nobis Septentrionalioribus facit hyemem: ijs uerò qui zonam Meridionalem incolunt æſtatem. propterea cum duo ſint æquinoctia in Ariete exiſtēte Sole, nobis quidē Septentrionalem zonam inhabitantibus fit Vernale æquinoctium, Antœcis autē noſtris æquinoctium Autumnale. quando uerò in Libra fuerit Sol, nobis quidem Autumnale, Antœcis uerò Vernale facit æquinoctium. Adhæc quando Sol ab æquinoctio noſtro Vernali ab Ariete ſcilicet ad Cancrum aſcendit: nobis quidem æſtatem efficit & reddit dies longiores, noctes uerò breuiores, ſed ab æquinoctio quod in Libra fit, dum Sol ad Capricornum deſcendit, apud nos quidem breuiores

reddit

reddit dies & noctes facit longiores, efficitque hyemem: apud Antœcos uerò diem facit longiorē, & noctem breuiorem, redditque illis æstatem.

Quare ut summatim dicam, id quod apud nos efficit Cancer, hoc apud illos Capricornus, & quod nobis Capricornus, id illis facit Cancer, & quod nobis est Aries, id illis est Libra. & econtrà. Antichthones habent noctes atq; dies permutatas, nā ijs Antichthonibus qui supra terram habitant, Sol exoriens diem facit qui uerò infra terram sunt, noctem. Sic Sol apud nos occidens noctem adducit. apud illos uerò qui sub nobis habitant exoritur Sol atq; diem efficit. Solstitia itaque & æquinoctia eadem habent Septentrionales superiores & Septentrionales inferiores, hoc est, ipsi Antichthones.

Antipodes denique omnia habent contraria & pugnantia. quādo enim nobis nox est, illis est dies, cum illi habent æstatem, in nostra terra habemus hyemem. & uniuersaliter sciendum, quod cum habitantibus in zona Meridionali fuerit hyems, & dies: tū ijs qui in zona Septentrionali habitant æstas atque nox est, ita ut noctes & dies, solstitia atque æquinoctia, ipsasq; habitationes oppositas habeant Antœci.

DE VMBRARVM IN TERRAE HAbitationibus differentia, & quibus in locis illæ fiant. Cap. VII.

QVi ergo in terris habitant, alij quidem sunt Ascij, id est, nullas umbras habent, alij Brachyscij, hoc est, breues umbras, alij longas habent & Macroscij dicuntur. Sunt qui Heteroscij, item alij Antiscij & quidam denique amphiscij appellantur. Ascij ergo dicuntur, qui hora sexta solem habēt supra uerticē. nam si quis stylū rectum constituat & erigat: nulla eius styli iaceretur umbra. sic quoq;, qui Solem supra uerticem habent meridianum, nulla fieret eis umbra. Sunt autem ij, qui sub æquinoctiali habitant. nam Sole existente in Ariete uel Libra eum sibi habent supra uerticem. Aiunt uerò in Syene, & Elephantina Ascios fieri, Sole existente in Cancro circa horam sextam diei. Brachyscij uerò sunt qui non multum distantem Solem habent: Macroscij uerò qui eum longè habent distantem. Heteroscij autem qui in hac parte terræ habitant. quia umbra nostra in alteram flectitur partem. uoco autem dextram

&

& Septentrionalem. similiter nostri Antoeci sunt Heteroscij, quoniam & ipsorum umbra ad sinistram flectitur partem Meridionalem. Antiscij denique qui in Septentrionali sunt. nam habent umbras contrarias, alij quidem in dextras partes, alij in sinistras quum Sol illis sit intermedius. Amphiscij fiunt ij, qui sub æquinoctiali habitant, qui & ipsi sunt Ascij. interdum enim quando Sol ab Ariete in Taurum, & in sequentia signa progrediatur: tum habent eandem umbram, in partes sinistras. sed si Sol ab æquinoctio Autumnali, à Libra in Scorpionem & signa in sequentia progrediatur: tum umbra eorum flectitur in partes dextras. Itaque fit ut qui eam inhabitent terram, interdum sint Ascij, tum scilicet si Sol est in Ariete uel Libra: & supra uerticem eorum uersatur. nonnunquam uerò umbram habebunt sinistram, quando in Scorpione & cæteris signis fuerit Sol. Sunt etiam quidam qui uolunt esse etiam Periscios, qui circa se umbrã habent in circulo ductam, & sunt ij qui sub polis habitant: in quibus regionibus annus diuiditur in diem & noctem. Nam cũ Horizon eorum fiat æquinoctialis: atque sex signa semper sint supra terram & sex alia infra terram. circulum

itaq;

itaque describunt umbræ ipsorum. ideoque perifcios eos faciunt, in circulorum similitudinem in climatibus sub polis circumuerso mundo.

Primus autem hanc de zonis doctrinam instituit Parmenides. de numero autem zonarum diuersæ fuerunt sententiæ apud posteros. quidam enim sex esse dicebant. Vt Polybius & Posidonius, diuidentes zonam torridam in duas. Alij uero tantum quinque posuerunt, ut Eratosthenes, multique alij, quos & nos sequuti sumus. ita etiam magna est exorta controuersia de habitationibus, & qui eas inhabitant eorumque nominibus, denique de Antichthonibus & Antipodibus.

ASTRONOMICORVM PARS QVARTA.

DE SOLE ET LVNA, ET *quomodo eclipscis fiant.* Cap. I.



VONIAM SVB ZOdiaco circulo omnes Planetæ feruntur: & nonnunquam Septentrionali, interdum uerò Meridionali parti appropinquant: Solus tamen Sol mouetur in circulo per media signa, ita ut neque Septentrionali neque Meridionali propius accedat. atque mundo ipso & partibus Septentrionalibus atque Meridionalibus à solstitio ad solstitium progrediens accedit propius. neutri tamen Zodiaci parti extremæ accedit, sed secat medium eius circulum sua progressione. unde etiam circulus Solis appellatur. Cæteri uerò Planetę, in mundo circumeunt in partibus

Septen-

Septentrionalibus & Meridionalibus in ipso que Zodiaco circulo in Helices formam circumuoluuntur. Vnde & Lunæ circulus Zodiaco subiectus, & per totum Zodiacũ obliquus: secat circulum per media signa necessario in duobus punctis, appellatur uerò circulus Solis uel linea ecliptica. ipsas uerò sectiones uocant contactus, & quidam nodos nominant.

In coniunctione itaq; deficit Solis lumen, quia Luna interponitur Soli in nodis uel prope nodos, est eclipsis Solis non passio quædã Solis, sed nostri uisus. quia intermedia facta Luna inter nos & Solem: non potest uisus noster Solem attingere, cum Luna sit interposita ei. Lunæ uerò eclipsis est eius affectio seu passio. quando enim incidit in umbram terrę: priuatur lumine Solari, à terra obscurata. Id autem fit quando in una eademque linea recta fiunt Sol & terra: atque Luna interposita terræ fuerit. quod tantum fieri potest in plenilunio.

Quare si quando Luna diametralis existens deprehenderit Solem aut in dextris & Septentrionalibus, aut in sinistris atq; oppositis Zodiaci partibus: tum euitat umbram terræ. ideoque non in omni plenilunio deficit,

cit, sed si diametraliter soli opposita sic deprehenderit Solem, ut unam aliquã lineam rectã possis ducere per centra Solis, terræ & Lunæ: tum exactè incidens in umbram terræ facit eclipsem perfectam.

Quia uerò de coniunctione seu nouilunio & oppositione seu plenilunio quædam diximus: etiam de illuminatione & figura Lunæ quædam sunt proponenda. Antiquissimi itaque Physicorũ & Astrologorũ sciebant quod Luna à Sole lumen suum habeat, sicuti id manifestum est ex Etymologia nominis eius, propterea quod nouum lùmen semper habeat: præterea quia intrantibus ad sacra Dianæ faces dabantur. Id quod indicium erat atq; symbolum, Lunam habere suum lumen externè & aliundè.

Veteres itaque tres Lunæ dicebant esse figuras: primam corniculatam, alteram dimidiatam, tertiam plenam. Vnde etiam Dianam triformem consuetum est fingere: recentiores addiderunt hisce tribus eam quam nunc solent nominare gibbosam aut utrinque falcatam: quæ maior est dimidiata & minor plena Luna.

Nascitur uerò Luna singulis mensibus attamen Luna nascens seu noua, & Luna exoriens

riens differunt. Nam post dies tres aut quatuor, postquam noua fuit: exoritur non quidem totum habens lumen circumferētiale sed corniculatum: deinde cum ad dimidium creuit fit dimidiata: sed si duæ totius partes lumine fuerint completæ: nominatur utrinque gibbosa. tandem plena existens appellatur plenilunium aut luna plena & semimensana. postquā enim ad diem decimumquintum peruenit, plena est, uel dimidium mensis, quando triginta dierum tempus in duas ęquales partes diuidimus. Rursus ab ipso tempore plenilunij incipit decrescere, atque primo loco fit utrinq; gibbosa, denique postea dimidiata, tandem corniculata. Atque hæc de his.

DE REBVS SVBLIMIORIBVS INter *cœlum & terram existentibus.*

Caput II.

DIfferunt ea quæ inter cœlum & terram sunt in sublimi, ab ijs quæ in cœlo existunt. Nam meteora in cœlo & aëre sunt, ut sol & cæteræ stellæ, cœlum ipsum atque æther. sublimia uerò à Græcis *μετέωρα* dicta, intra aërem & terram uersantur. ut sunt uenti, nubes, imbres, fulgetra, tonitrua, cometæ, stellæ, ap-

paren-

parentes, gelu, lampades, Irides, Halones, traiectiones ignium & aquarum copia. quare aliquid nunc dicendum nobis erit de rebus hisce sublimibus, cum de cœlestibus ante sit dictũ, atq; primo de Ventis exponemus.

Anaximander itaq; inquit, Ventum esse aëris fluxum, quidam uerò aëris exhalationem, alij uentum ab aura differre dicebant. Ventum enim esse aëris fluxum, auram uerò exhalationem terræ, & alios uentos dicunt esse è nubibus, ideoque nominari Ecnephias, alios è terra elatos: qui Apogæi appellantur. sic ex aquis prosilire quosdam: qui dicũtur Enydrij, à finibus uenientes, Colpios, à montibus horios uel horestios. nam apud Aristotelem in libro de uentis, & Callimacho ita nominãtur. etiam à locis quibusdam aiunt eos nomen habere, utpote Cæciam, qui à flumine Caio, & Sceirona à scopulis Scerronijs, nonnulli uenti etiam suum habent nomen ab impetu, tanquam uehementer flantes & spirantes. & qui tremore atque saltu fiunt Thyellæ. quidam nomen habent à figura ut qui occasu quodam ferũtur, strobili. & qui ab inferiore loco sursum feruntur, Præsteres. Sed & Eratosthenes de uentis scripsit. Sunt autem quatuor præcipui & generalissimi uenti, quorũ qui ab ortu flat

appellatur Apeliotes. à Septentrionali polo Boreas, ab antarctico polo Auster, ab occasu Zephyrus, quia Zephos ueteribus Poëtis est occasus. De Cometis & stellis apparentibus multi scripserunt sicuti & Demetrius, uerum non in coelo sed in aëre fiunt: qui ergo habent lumen suum inferius tendens & splendores deorsum tendentes habent, nominantur Cometæ. qui uerò sursum habent suum lumen extensum, Lampades uocantur. quando uerò lumen habent oblongum, appellantur Docides, deniq; si lumen conspicitur uiride, appellatur Iris.

Quod si uerò circa Solem fuerit circulus interdum duo aut tres fiunt, unde & Aratus Halonem sinuosum appellauit. tum inquam dicitur esse Halo. sed si à stellis fit luminis apertio & ad inferiora tendit, nominantur rhymi & Phyaces. sed de loco ad locum salientes nominantur Attontes & diattontes, hoc est, stellæ cadentes. Id quod fit si stellæ à spiritu & flatu concutiuntur tanquam scintillæ emittentes. Ideòque Aratus inquit hoc esse indicium Ventorum. sic etiam consequenter aiunt circa Cancrum esse stellas quas nominant Asellos. Cometas uerò &

quæ

quæ huius sunt generis aiunt fieri ex congressu stellarum illuminantibus eos. alij uero ex nubibus accensis & illuminatis. sunt qui dicant Cometas illuminari ex collisione, uerum non semper apparent, sed fiunt certis temporum periodis. Quando etiam nubes inter se concurrunt & collidunt, faciunt tonitrua, sed ruptæ & spiritum cum maximo impetu emittentes efficiunt fulgura propter uim & impetum resiliente spiritu. fulgetra uero fiunt, quando ex ipsis nubibus splendor resilit & extinguitur: aut ex igne emissi sunt splendores. Imbres uero fiunt ex humida eruptione & nubibus humidis.

Fiunt enim ex aquis terræ, exhalationes: quarum alia quidem est humida & plena uapore & expiratione: altera uero sicca & fumosa. Ea itaque quæ humida abundansque est & concreta, facit nubes: & per mutationem pluuias & imbres & flatus omnes qui ex his fiunt. Est autem nebula nubes quædam, aquæ nequaquam genitrix, uel exhalatio, uapore plena. Caligo uero nubes nigra & densata. Serenitas autẽ aẽr absq; nubibus & nebulis. Caligo etiã est crassitudo

aëris non cohærens. Parua autem nebula est nebula tenuissima, uacua aquis. Ros semiconcretus est humidum quiddam ex æthere, secũdum constitutionem tenuem serenitatis: Gutta est aqua tenuiter destillans in terram. Pluuia uerò est gutta copiosa & continua. Imber autem paruæ compagines aquæ ex nube per transmutationem. Glacies est aqua concreta. Pruina est ros semiconcretus seu glaciatus. Nix uerò est pluuiarum destillatio seu gutta ex nube concreta & glaciata. Nix seu imber niualis est, quando tenuiter & minutim nix descẽdit. Quando uerò est ex niue uolutim contorta. Sicca uerò exhalatio facit uẽtos, sed si incidat & incensa fuerit atq; ignita, efficit fulmina, sed si feratur conglobata & semiignea existens Præsteres: non autem ignita quodammodo Typhonas. sursum elata facit Ecnephias. deniq; fulmen, Prȩstera & Typhona cũ impetu exoriẽtes appellant Scopios, hoc est, fulmen uiolentum.

Atque hæc sufficiant tanquam breui explicatione de his dicta.

LOGI

LOGISTICAE, QVAE METHODO ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ TRACTATVR, PRAECEPTA.

DE LOGISTICA. *Cap. I.*



ERON MECHANICUS in suis Geometriæ definitionibus ita describit *Λογιστικὴν*.

Λογιστική ἐστι θεωρία ἡ τῶν ἀριθμητῶν· οὐχὶ δὲ τῶν ἀριθμῶν μεταχειριστική· οὐ τὸν ὄντως ἀριθμὸν λαμβάνουσα· ὑποτιθεμένη δὲ τὸ μὲν ἕν, ὡς μονάδα· τὸ δὲ ἀριθμητὸν, ὡς ἀριθμόν. οἷον τὰ τρία τριάδα εἶναι· καὶ τὰ δέκα δεκάδα. ἐφ' ὧν ἐπάγει τὰ κατὰ ἀριθμητικὴν θεωρήματα. Et paulò post. *Ἐπεὶ δὲ τὸ ἕν ἐστιν ἐν τῇ ὕλῃ ἐλάχιστον, ὁποῖον ἐν τῇ ἀριθμητικῇ ἡ μονάς· προσχρῆται τῷ ἑνὶ, ὡς ἐλαχίστῳ τῶν ὑπὸ τὸ αὐτὸ πλῆθος ὁμογενῶν. ἕνα γοῦν τίθεται ἄνθρωπον ἐν πλήθει ἀνθρώπων ἀδιαίρετον, &c.*

Omnis uerò Logistica supputatio duplici

fit uia atque ratione, uel enim κατὰ σύνθεσιν eā instituimus, uel κατ' ἀνάλυσιν. uulgo nominatur Arithmetica Practica, aut ars supputādi, uel etiam Arithmetica uulgaris, quam nos κατὰ σύνθεσιν fieri dicimus. eaque tradit quatuor modos Logisticos, regulam trium numerorū proportionalium, operationem fractionū seu minutiarū: aliasq; uulgares regulas: quibus etiam adiungit radicum extractiones & numerorum progressiones. Eaq; rursus uel est naturalis & uulgaris: uel artificiosa & Astronomica. Altera uerò quam κατ' ἀνάλυσιν fieri proponimus: duplex est. uel enim ὡρισμένῃ utitur ὑποθέσει, uel ἀορίστῳ. Regulam falsi seu falsarum positionū uocari uideo, quam ὑποθέσει ὡρισμένῃ uti ostendimus. eaq; sic dicitur quia ex una aut ad summū duabus, quamuis falsis hypothesibus: ueram inquirit & deprehendit positionē. alteram uerò illam quæ ἀορίστῳ uti solet ὑποθέσει, Regulas Algebræ item de la cosa, uel etiā artem magnā, & Regulas de re & cēsu, Latini appellant. Sed nunc exponam priorem illam in primo Mathematico inceptā uolumine numerorū doctrinam: eamq; suis regulis & supputādi formis ita proponam adolescentibus: ut singula facile assequi queant. Analyticā uerò unà cum theorematibus & problematibus

Arith-

Arithmeticis persequi uolo in tertio uolumine Mathematico.

DE VARIIS NVMERORVM NOTIS VA rioq; enunciandi modo. Cap. II.

SIcuti Grāmatici omniū primo loco, literarum quibus omnis cōstat oratio doctrinā proponunt: ita Logistici antequā uel modos calculandi, uel corundē uarium atq; multiplicē usum in diuersis exponant regulis: prius docēt qbus notis & characteribus numeros exprimere soleant. Ea .n. est numerorum natura, ut sub sensum non cadāt: sed mente atq; ratione percipiantur. necesse ergo fuit, certis uti notis, quibus numeros designare atq; exprimere possemus. Quapropter unaquæq; fere gens suis proprijs est usa numerorū notis. Nam apud Latinos has pręcipuè inuenies notas I. V. X. L. C. D. M. quibus septem, præter paucas alias diuersis mutatas sæculis: omnis apud Latinos exprimitur numerus. Græci uerò & suis literis sunt usi I. Π. Δ. H. X. M. de quibus apud Herodianum, sicuti de Latinis apud Val. Probū plura inuenies. Prætereo nunc alias aliarū gentium notas in numerorū significationibus et ualoribus exprimēdis usitatas. atq; tantū de notis Logisticorū, pauca quędā ꝓponā. Tales sunt decę etiā uulgo notæ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. quæ

ſæpius geminatæ alijſque præpoſitæ aut ſubiectæ: omnes numeros, etiam maximos expeditiſſima ſolent ratione exprimere. imò expeditius quam uel Græcorum, uel Latinorum aliarumque gentium notæ, propterque hanc quam in calculationibus & ſupputationibus habent ſingularem commoditatem: frequenti uſu factæ etiam ſunt notiſſimę. Quidam Zyphras appellare ſolent, quam appellationem & inuentionem Hebræis tribuunt: alij uerò Indis Orientalibus: nonnulli Chaldæis, ſunt qui à Phœnicibus propter emporia dicunt & has inuentas eſſe notas: & cætera præcepta Logiſtica eſſe tradita. maximè uerò quia gentibus Orientalibus ratio ſcribendi à dextris ad ſiniſtrā fuerit conſueta. uidetur tamen Zyphræ uocabulum non alienum eſſe à Græco ψηφίζειν, unde ψηφοφορία καὶ ψῆφος. Omiſſis ergo cæteris numerorum notis, de his decem ſolum agemus: hoc unico monendi gratia addito: quod, cum in primo uolumine Mathematico, pauca eaque maximè neceſſaria ad primam inſtitutionem de hac enunciandi ratione cæteriſque præceptis tradiderim: tantum propoſiturus ſim, quæ uel ſpecialem requirent explicationem: uel compendia demonſtrabunt: uel alio modo uidebuntur cognitu neceſſaria:

reli-

reliquis quæ superflua sunt nec ad συνθετικὴν Logisticam pertinent, omissis. prout horum trium uoluminum Mathematicorum series et continuatio à D. Ioan. Sturmio Rectore in Epistolis Academicis mihi est præscripta.

Quantum igitur ad hanc numerorum enũciationem quam ἀρίθμησιν καὶ ἐπαρίθμησιν uocant: quatuor inprimis obseruantur loca, incipiendo à dextris: primus simplicium numerorum, secundus denariorum, tertius centenariorum, quartus millenariorum. neque uerò in quarto consistunt ordine atque loco: sed ulterius in numeris maioribus progressi: hac distinctione retenta, uim & potestatem numerorum explicant. Sicuti enim in harundinibus certa, & quasi spacijs ęqualibus distincta sunt internodia ad calamorum proceritatem conducentia: ita quoque Logistici ad maximorũ numerorum constitutionem certis quibusdã & distinctis utuntur ordinibus, tanquam internodijs maioribus & minoribus: quò possint numerorum exprimere ualorem. id ut facilius assequãtur: quarto quoq; loco punctũ uel aliam notam ponunt: incipiẽdo à dextris, quę docet millia eo loco esse pronuncianda, sic loco septimo millena, decimo millies, & si ultra decimum locum numerus aliquis excrescat,

semper millies pronunciabitur. Exemplo sunt
hæc. Cicero Accusationum in Verrem Lib.
III. hunc habet numerum 1 5 4 5 4 1 6. qui
continet mille quingenta quadraginta quin=
que millia nummum quadringentos & sede=
cim nummos. Eodem loco alius est nume-
rus qui nostris notis ita scribi potest.
2 2 3 5 4 1 6. Quod si uero quispiam plura
exēpla habere uolet: is apud Logisticos multa
huiusmodi inueniet. attamen exercendi gratia
nonnulla in medium adferam, non ut explica
ri illa uelim: sed in nostris Scholis exerceri.
cuiusmodi sunt. 1 8 9 0 0 0 0 5 6 7 0 0. dein=
de 2 1 7 9 8 6 4 5 6 7 8 9 3 2 1. Simili
modo 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9. Deni
que 4 5 6 7 8 9 0 0 0 0 0 0 2 9. Hæc propono
nō quod tales frequenter occurrant numeri:
sed ut exercitatio preceptorū & memoriā &
usum iuuet. Atq; hæc est uulgaris pronuncian
di ratio, millies millena millia. alter pronunciā
di modus priscorū est Latinorū, ut numerum
centum millia (qui est sextus loco) transcendē
tem: nō nisi per aduerbia enunciarint, utpote
decies, duodecies, centies, millies, &c. & ita nu
merū centum milliū in se replicabāt. nonnun
quā etiam hæc uocabula centena millia omit=
tebant, ut decies sestertiū pro decies centenis
milli=

millibus ſeſtertiũ, &c. qui numerus exprimit millena millia ſeſtertiũ,&tenet locum ſeptimũ apud Logiſticos. Hodie nõ in centenarijs Logiſtici ſubſiſtũt, ſed ad millenarios progreſſi: numerorũ uim & ualorẽ exprimunt. atq; hoc diſcriminis eſt inter ueterũ & recentiorũ Logiſticorũ pronunciationem. cũ uerò recẽtior ad millenarios perueniat eoq́; nomine ſit facilior: uidetur maximè eſſe retinẽda. quod ſi uerò cuipiã arrideat antiqua illa pronũciandi uia: hoc quaſi cõpendio utatur. tertio, ſexto, nono, duodecimoq́; loco, & ita deinceps duobus intermiſſis numeris: pũctis hęc deſignet loca. atq; dũ à poſtremis, h.e. ſiniſtris incipit ſingulas notas uſq; ad ſextũ locũ aduerbialiter exprimat, ſed in ipſis punctis cẽtena millia pronũciet. ut ſi hic numerus ꝓponatur 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3. eũ ſic pronuncio. duodecies millies cẽtena millia trecenties quadragies quinquies millies cẽtena millia ſexcẽties ſeptuagies octies millies centena millia nonaginta millia centũ uiginti tria. Grȩci ulterius progreſſi ſunt: & neq; in cẽtenarijs, neq; in millenarijs ſubſtiterũt: ſed ad myriades uſq; progrediũtur easq́; ſæpius repetunt: atq; ſic faciliori compendio maximos exprimunt numeros. Huius rei exemplũ hoc habeamus ex Herodo lib. 7. ubi inquit, *πεντακοσίας μυριάδας καὶ εἴκοσι καὶ ὀκτὼ, καὶ χιλιάδας τρεῖς, καὶ*

ἑκατοντάδας δύο καὶ δεκάδας δύο ἀνδρῶν ἤγαγε Ξέρξης ὁ Δαρείου, μέχρι Σηπιάδας καὶ Θερμοπύλων. quam summam notis uulgaribus ita describemus. 5 2 8 3 2 2 0. Atque hæc de his sufficiant. Calculorum uerò ratio, quæ ob singularem usum uulgaris & consueta est facta: ab alijs petenda est Logisticis: qui lineis & spacijs factis, suos etiam calculos certo ordine & ualore dispo nunt. Restaret etiam hoc in loco ponderum, mensurarum, monetarumque denominationes recensere. ea enim quoque ad ipsam pertinent ἀριθμητικὴν numerationem: sed cum & hæc ab alijs sit prolixè tradita: nostrique non sit instituti: data hæc quoque præteribo opera. monere tamen studiosos nostros adolescenteis uolui: ut intelligerēt quò singula sint referenda. pergo nunc ad quatuor modos Logisticos.

πρόσθεσις Additio.

Dialecticorum & Rhetorum esse quatuor modos argumentandi, Syllogismum, Enthymema, Inductionem, & Exemplum: in scholis est notum. Ita quoque Logistici quatuor neque pluribus utuntur modis supputandi, συνθέσει, ἀφαιρέσει, πολλαπλασιασμῷ, καὶ μετρήσει. de quibus etsi in primo uolumine Mathematico præceperim: tamen adiunctis quibusdm speciali-

cialibus præceptis hæc eadē paucis repetam: quibus noſtri adoleſcētes adiuti in omnibus ſupputationibus expeditiores eſſe poterunt. Additionem ergo Logiſtici uocant coacerua tionem & collectionem duorum aut plurium numerorum in unam ſummam, ut uulgo dicitur. in qua ordinis & diſtinctionis habita ratione (ne numerorum fiat σύγχυσις) ſingulæ notæ ſuo ſunt diſpoſitæ loco & ordine: ſubductaque linea à dextris incipiendo, ſingulorum ordinum numeri colliguntur: & numerus qui collectum repræſentat, lineæ per tranſuerſum ductæ ſubſcribitur. cæteraq; omnia iuxta præcepta ante tradita obſeruantur.

Verum primum illud monendum eſt, quod omnes notæ omnibus in ordinibus pro primis & ſimplicibus habeantur notis: non autem pro millenariјs, aut centenariјs, aut denariјs. Deinde commoditatis & elegantiæ gratia, maior numerus ſuperiore deſignatur loco. cætera uerò particularia præcepta ſunt hæc. In collectione numerorum, incipiendum eſſe in unoquoque ordine ab inferioribus, & ad ſuperiores aſcendendum. quia hæc ratio multum iuuat ſupputationem. Sic quoq; Zyphræ ſunt obſeruandæ, quæ ſi in aliquo occurrant ordine, neque quicquam in priori collectione

fit

sit reseruatum, tum Zyphra subscribenda erit: sed si aliquid fuerit retentum, illud subscribatur. aut si una tantum Zyphra, uel plures fuerint: & una uel plures significatiuæ notæ: tum in ordine sequenti, adijciendum est quod retentum fuit. atq; ex his & quotidiana exercitatione, cætera si quæ sunt studiosi adolescẽtes facilè percipient. Exemplis nunc propositis hæc apertiora faciam.

```
567890          4058
 34000          3601
------            23
601890            54
                ----
                7736

58567812
 2387654
  345689        789100
   32123        456788
    4328        345767
     789         43000
--------       -------
41338395       1634655

 345678         900000
 765423          23000
 123456          45600
-------        -------
1234557         968600
```

Con-

2 8 0 9 0
1 0 7 6 5
2 0 3 8 3
4 0 8 0 0

1 0 0 0 3 8

Contingere forſitan poſſet,ſed rariſſime,ut eiuſmodi nobis occurrant numeri in quibus facta ordinis alicuius collectione, proueniat numerus non duabus ſed tribus ſcribẽdus notis:tum itaq; ſecunda ad ſequentem proximũ ordinem:tertia ad eum qui ſecundo eſt.proximus referetur. Δονιμαςία in primo explicata eſt uolumine.

Αφαίρεσις Subtractio.

In ſubtractione(ut eſt dictum)tres ſunt numeri , primus eſt numerus à quo fieri debet ſubtractio,alter qui ſubtrahitur,tertius λοιπὸς reliquus. atque ſemper duo primi proponuntur: tertius inueſtigatur ut indicet ὑπεροχὴν & differentiam qua inter ſe propoſiti diſtant numeri. Verùm & in hoc modo ut in cæteris: ratio eſt habenda ordinis atq; diſpoſitionis. Nam maior numerus ſemper loco collocatur ſuperiore:eíque minor uel interdum æqualis (ſi ita contingat)ſubſcribitur. quæ uerò in operatione ſint obſeruanda: patent ex antedictis . ſingularia autem præcepta talia ſunt.

ſi

ſi ordo ſuperior.o.habuerit & inferior notã ſi gnificatiuã,habenda eſt loco.10. nõ aliter ac ſi ſuperior nota inferiore eſſet minor. quod ſi uero inferior fuerit.o.nec quicquam ex priore remanſit operatione:tum numerus ſuperiore loco eo ordine in quo ſit ſubtractio poſitus:integrè ſubſcribendus eſt.denique ſi utrobique ſit o.in ſuperiore & inferiore loco:nec quicquam ex præcedenti remanſit operatione: rurſus. o. eſt ſubſcribenda. quod & ipſum faciendum ſi numeri ſint æquales:nihilq; ſit reliquum. poſtremo quando ſuperior aliquot notis exceſſerit inferiorem:tum facta ſubtractione,reliquæ notæ numeri ſuperioris ſunt ſubſcribendæ.cætera ex alijs & ipſo uſu addiſcenda erunt.nunc quædam ſubiungam exempla.

45600	68964
3048	9834
42552	59130
89672	96402
8589	54302
81083	42100

34568
20309
14259

910024	245898
20018	46908
890006	198990

Scio esse & alias quasdam subducendi numerum à numero rationes, nonnullas etiam hac iam tradita difficiliores. unam tamen si non faciliorem; attamen certam & firmis constantem fundamentis. Ea enim nō à minimis, sed à maximis operationem incipit, cum προσθέσει sit contraria atque opposita ἀφαίρεσις: atque illa augeat, hæc uerò minuat numeros: preterea quia & diuisionis operatio à sinistris ad dextra progrediendo fit. Quare subductionis operatio à maioribus numeris incipiens, & ad minores descendens non est negligēda. Nam in hac ipsa συνθετικῇ Logistica, non perpetua est σύνθεσις, sed est etiam ἀφαίρεσις, aut nō una perpetuò methodo συνθετικῇ utimur, sed & ἀναλυτικῇ. quia additio & multiplicatio fiunt componendo: subtractio & diuisio resoluendo. Ideoque his obseruatis methodis, subtractionem ut & diuisionem instituimus hoc modo.

48586	84896
23882	82681
24704	2215

989006
542884

446122

Subtractionis uaria est δοκιμασία, ex omnibus tamen ea quæ primo explicata est uolumine, retinenda erit propter certitudinem. reliquæ tanquam minus firmę iuuenibus nō proponendæ.

πολλαπλασιασμὸς Multiplicatio.

Sicuti in præcedentibus modis, singularia tantum præcepta perstrinxi cum prius nota sint uniuersalia: ita & in hoc modo Logistico, pauca quædam præcepta breuioris & expeditioris supputationis recensebo.

Primum itaque mensæ Pythagoricæ usum si scire uoles, in eo consistit: ut alterum ex duobus ad multiplicandum propositis numeris, in superiore quæras parte: alterum uerò ex sinistra descendēdo: in communi uerò angulo: in ipsiusque tabulæ corpore productum deprehendes numerum. In qua quidem tabula, rudiores & imperitiores se multum exercere debent. nam præter utilitatem quam habet in multiplicationis operatione talis exercitatio: multum in Astronomiæ supputationibus nos iuuat. immò & in diuisione ea uti possumus.

mus. cętera data omittam opera, tanquam minus perpetua. Hoc saltem compendium addam quod si per 10 aliquis numerus sit multiplicãdus, tum quia unitas non multiplicat: o est præfigenda: si per 100 duæ, si per 1000 tres peractaq; erit operatio.

Vsus multiplicationis potissimum consistit in ἀνάλυσει maiorum numerorum. quando scilicet denominationes ponderum, mensurarum, monetarum, cæterarumque rerum resoluimus, Exempli gratia. Florenos in solidos, solidos in cruciatos, cruciatos in nummos, nummos in obulos, obulos in quadrantes. Idem de cæteris intelligatur. Nunc exercendi gratia quædam subiungam exempla.

```
 2348
    8
-----
18784
```

Aliud.

```
  890
   24
-----
 3560
178
-----
21360
```

Aliud.

78910
6548
——————
631280
31564
39455
47346
——————
516702680

96784
263
——————
290352
580704
193568
——————
25454192

Aliud.

365
24
——————
1460
730
——————
8760

Sic ſunt & alia huius generis exempla.

Si multiplicentur.	896880 456800 348768 967889 694000	per	360 489 762 345 788

Μέτρησις καὶ παραβολή.

Diuiſionis uocabulum apud Græcos per μέτρησιν exprimitur, & ſumitur apud Euclidē pro quacunque ſectione, ſiue ea fiat in duas

partes

partes æquales, siue partes inæquales. sicuti σύνθεσις interdum sumitur pro compositione numerorũ: siue ea fiat προσθέσει, siue πολλαπλασιασμῷ. Quare μετρεῖν erit diuidere, μετρούμενος diuisus & μετρῶν diuisor. Geometricum uocabulum παραβολῆς raro usurpatur, & maximè ab ijs qui Geometriæ sunt periti intelligitur. retineamus ergo potius in scholis μερισμὸν καὶ τὸ μερίζειν quo etiam uti solent: & μετρισμῷ atq; uocabulo μετρεῖν: quam παραβολῇ & παραβάλλειν.

Hic itaque modus supputandi non aliter correspondet multiplicationi, quam subtractio additioni. ut enim sunt in multiplicatione unitas, multiplicans, multiplicandus, & productus: ita hic modus habet unitatem, quotientem, diuisorem, & diuidendum.

Cum uerò antea sit forma operationis explicata: nolui eadem multoties repetere. Hoc tantum monere uolui, mensam Pythagoricã inuersam incipientibus in hac operatione diuisionis fore utilem & necessariam.

Cætera autem singularia præcepta talia esse poterunt. Si diuisor in diuidendo sæpius quam 9 contineatur: tantum 9 accipiendum esse. Deinde si contingat diuisorem esse maiorem diuidendo o posita: uno loco ulterius erit

promouendus diuisor. Sic etiam quando in numeris 0 uel 0 0. uel plures Zyphras habentibus instituenda sit diuisio: tum tot auferendæ sunt notæ à dextra parte: quot diuisor habuerit Zyphras, reliquæ ostendunt quotientem. ut 3 7 0 8 per 10 diuisa, in quotiente producunt 370, & sic in cæteris. quod si uerò numerus diuidendus etiam habuerit à dextris Zyphras tum æquali numero auferuntur. Vt,

80700 per 200.	807	00
	2	00

Diuide nunc 807 per 2 proueniunt in quotiente $403\frac{1}{2}$

Postremò cum non semper contingat diuisorem exactè in diuidendo continere quod κατα μετρεῖν & καταμετρεῖσθαι apud Arithmeticos est: uerum interdũ remanere aliquem numerum diuisore minorem: is more fractionum supra diuisorem scribitur, interposita per transuersum linea recta.

Vsus uerò diuisionis potissimum consistit in eo, ut sicuti per multiplicationem maiores denominationes fuerunt in minores resolutę: ita uicissim minores ad maiores redigantur per diuisionem. Exempla huius operationis sunt hæc.

```
    1
  17678
  89456
  24444            8
  -----   (3727 ----
  72888           24
  1222
   646
    1
```

Aliud.

```
   6737
  225724
 6789100
  822222              74
 -------   (82793 ------
 6564486              82
  18888
   6734
    572
```

Aliud.

```
1  1
9676482             82
2222200   (48382 -----
86664              200
1  1
```

Sic si diui-dantur.		per	
	456830		248
	825678		579
	596823		268
	436788		245
	996880		570
	457400		382
	306069		756

Verum præter operandi formam in primo uolumine expoſitam: eſt & alia quædam qua nonnulli utuntur & diuiſore ad ſiniſtram in cluſo: totum quotientem comprehendunt inter duas æquediſtantes rectas . cætera uerò cum prioribus ſunt eadem. Vt,

	7 6 8 3
3	8 9 2 4 5
—	———
8 2	1 0 8 1
	———
	8 2 2 2 2
	8 8 6
	6 5 8

Multiplicatio, ut dictum eſt, probatur per diuiſionem, diuiſio per multiplicationem. Atque hæc breuiter repetitionis gratia à nobis ſint dicta: ſequuntur nunc Regulæ in quibus horum monſtratur præceptorum uſus. atque primum de regula trium numerorum proportionalium.

Sunt qui alia diuiſionis ratione utuntur: & numeros productos ſupra diuidendum collocant: & inferiore loco diuiſorem quotieſcunque opus eſt promouent. Vt,

Habet

```
   2 1
  1 0 9
  3 4 5 6   (2 8 8
  1 2 2 2
    1 1

    3 3
  3 4 8 7
 4 2 3 9 3 3                  3 3 3
1 2 3 7 8 9 6   (2 7 0 8  ———
 4 5 7 7 7 7                  4 5 7
  4 5 5 5
   4 4
```

Habet hic modus facilitatem maiorem, quam alter primo positus loco. quia diuisionis & productorum numerorum, nulla fit copula. quisque quam uolet diuisionis rationẽ sequatur.

DE REGVLA TRIVM NVMErorum proportionalium.

IN hac regula Logistica explicanda: dicendũ erit aliquid de ratione & proportione: quãtum ad nostrum satis erit institutum: partim ut & hęc intelligatur regula: partim etiam ut fontes præceptorum conspiciantur. Euclides itaque libro quinto elementorum ita defi nit λόγον rationem. Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογε-

νῶν, ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις. Ἀναλογία δ' ἐστὶν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης. quæ etsi Euclides in magnitudinibus doceat: eadem tamen in numeris explicari possunt (sicuti Heron Alexandrinus id in Arithmeticæ elementis præstitit) ita etiam in cæteris rebus ratio & proportio inuenitur. quod autem dicit (ὁμογενῶν) explicat Theon Smyrnæus ubi inquit: Τὰ μὲν γὰρ ἀνομογενῆ πῶς ἔχει πρὸς ἄλληλα. (φησὶν Ἄδραστος) εἰδέναι ἀδύνατον, οἷον πῆχυς, πρὸς μνᾶν, ἢ χοῖνιξ πρὸς κοτύλην: ἢ τὸ λευκὸν, πρὸς τὸ γλυκὺ, ἢ θερμὸν ἀσύγκριτα γὰρ καὶ ἀσύμβλητα: τὰ δὲ ὁμογενῆ δυνατὸν, οἷον μήκη πρὸς μήκη: ἐπίπεδα πρὸς ἐπίπεδα, καὶ στερεὰ πρὸς στερεὰ, καὶ βάρη πρὸς βάρη, καὶ ὑγρὰ πρὸς ὑγρὰ, καὶ χυτὰ πρὸς χυτὰ, καὶ ξηρὰ πρὸς ξηρὰ, καὶ ἀριθμοὺς πρὸς ἀριθμοὺς, καὶ χρόνον πρὸς χρόνον, καὶ κίνησιν πρὸς κίνησιν, καὶ φωνὴν πρὸς φωνὴν, καὶ χυμὸν πρὸς χυμὸν, καὶ χρῶμα πρὸς χρῶμα: καὶ ὅσα τοῦ αὐτοῦ γένους ἢ εἴδους ὄντα πῶς ἔχει πρὸς ἄλληλα. Ex quibus uerbis facilè intelligimus quid sit ratio in numeris, nihil inquam aliud quam duorum numerorum certa quædam habitudo alterius ad alterum: uel potius comparatio. hoc est, quando numerus numero confertur: & ei uel est æqualis uel inæqualis. Vnde Theon inquit & λόγους rationes esse diuersas. Τῶν δὲ

λόγων

λόγων οἱ μὲν εἰσὶ μείζονες, οἱ δὲ ἐλάττονες, οἱ δὲ ἴσοι. ὁ μὲν οὖν ἴσος εἷς, καὶ ὁ αὐτὸς λόγος: καὶ προηγεῖται πάντων τῶν λοιπῶν, καὶ ἐστὶ στοιχειώδης. ἴσοι δ' εἰσὶν οἱ κατὰ τὴν αὐτὴν ἰσότητα ἐξεταζόμενοι πρὸς ἀλλήλους. οἷον ἓν πρὸς ἕν, καὶ δύο πρὸς δύο: καὶ δέκα πρὸς δέκα: καὶ ἑκατὸν πρὸς ἑκατόν. Τῶν δὲ μειζόνων, οἱ μὲν πολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ἐπιμόριοι: οἱ δὲ οὐδέτεροι. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐλαττόνων, οἱ μὲν ὑποπολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ὑπεπιμόριοι, οἱ δὲ οὐδέτεροι τούτων. Latini Rationem æqualitatis eodem modo unam constituũt, inæqualitatis uerò duplicem, alteram maioris inæqualitatis, quando antecedens terminus fuerit maior, & consequens minor. Vt, 6 ad 2. Minoris inæqualitatis quando antecedens terminus minor fuerit. Græci terminos nominant ὅρους quorum alter est ὁ ἡγούμενος: alter ὁ ἑπόμενος. Theon his uerbis eos describit. ὅρους δὲ λέγομεν τὰ ὁμογενῆ ἢ ὁμοειδῆ λαμβανόμενα εἰς σύγκρισιν: οἷον ὅταν σκεπτώμεθα τίνα λόγον ἔχει τάλαντον πρὸς μνᾶν: ὁμογενεῖς ὅρους φαμὲν τὸ τάλαντον καὶ τὴν μνᾶν. ὅτι ἀμφοῖν γένος τὸ βάρος: καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁ αὐτὸς λόγος.

Proportio uerò à Græcis ἀναλογία dicta, uulgo proportionalitas appellatur, est ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης, quasi dicas collatio quædam

& comparatio unius rationis, ad alteram rationem quæ fit similitudine quadam: ut, 2. 4. 8. sic etiam 2. 4. 8. 16. Vnde etiam numeri dicuntur ἀνάλογον imo Regula hæc Logistica inde nomen accepit. Hanc proportionē Theon Smyrnæus ita describit. Ἀναλογία δέ ἐστι ἡ πλειόνων λόγων ὁμοιότης ἢ ταυτότης: Τοῦτ' ἔστιν ἐν πλείοσιν ὅροις, λόγων ὁμοιότης. ὅταν ὃν λόγον ἔχει ὁ α πρὸς τὸν β, τοῦτον ὁ β πρὸς τὸν γ: ἢ ἄλλος τις πρὸς ἄλλον. Λέγεται δὲ ἡ μὲν συνεχὴς ἀναλογία, ἡ δὲ διηρημένη συνεχὴς μὲν ἡ ἐν ἐλαχίστοις τρισὶν ὅροις. διηρημένη δὲ ἡ ἐν ἐλαχίστοις τέσσαρσι. οἷον μετὰ τὴν ἐν ἴσοις ὅροις ἀναλογίαν. Συνεχὴς ἐν ἐλαχίστοις ὅροις κατὰ μὲν τὸ διπλάσιον δ. β. α. ἔστι γὰρ ὡς δ πρὸς β οὕτως β πρὸς ἕν. διηρημένη δὲ ϛ γ δ β. ἔστι γὰρ ὡς ϛ πρὸς τὰ γ. οὕτως δ πρὸς τὰ β. τὸ δ' αὐτὸ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πολλαπλασίων. ἔστι δὲ τρόπον τινὰ καὶ ἡ συνεχὴς ἐν τέτταρσιν ὅροις: δὶς λαμβανομένου τοῦ μέσου καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιμορίων δὲ ὁ αὐτὸς λόγος. συνεχὴς μὲν ἀναλογία ἐν λόγῳ ἡμιολίῳ θ ϛ δ. διηρημένη δὲ θ ϛ ιε ι. ὁ δὲ αὐτὸς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων λόγος. Ita & Euclides coniunctam proportionem in definitionibus lib. 5. exponit. Ἀναλογία δ' ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστη ἐστίν. Nam ad minimum in tribus cōsistit terminis: cum unus idemque medius numerus sit prioris consequens, & posterioris antecedens. Vt, 8. 4. 2. Eodem in loco plura inuenies: ut sunt,

ὅταν

ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ: τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Vt θ̄ ϛ̄ δ̄. Sic ſi plures fuerint continuè proportionales, quemadmodum eodem in loco Euclides docet. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ: τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται: ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον: καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ. Intelligit autem Euclides διπλασίονα λόγον εἶναι quando ſit additio. ſic triplicata dicitur ex tribus talibus compoſita. Vt, 27. 18. 12. 8. Diſiuncta uel ſeparata aut deiuncta proportio ad minimum in quatuor conſiſtit terminis: in qua ita ſe habet primus ad ſecundum, ut tertius ad quartum. atque de hac & præcedenti Euclides quoque præcipit in definitione Parallelogrãmi, quę colligitur ex 34 propoſitione libri primi, & prima definitione lib. ſecundi, ad hęc definitionẽ numerorum planorum lib. ſeptimo, ſic & propo. 17. lib. ſexti: eiuſdem quoque 16. propoſ. & 19. propoſit. libri ſeptimi quæ omnia hoc in loco perſequi & recenſere prolixum eſſet: neque id tantum, ſed in ſcholis noſtris propoſitiones iſtæ excuſæ ad manum haberi poſſunt. ex quibus omnibus ſtudioſi non tam uſum, quam regulæ aureæ cæterarumque demonſtrationes habent, Inprimis tamen pro-

poſitio

positio 19 lib. septimi tanquam fundamētum & origo regulæ trium numerorum obseruanda uenit. quæ sic se habet. Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν: ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου γινόμενος ἀριθμὸς: ἴσος ἔσται τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου γινομένῳ ἀριθμῷ. Καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου γινόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου: οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. Vt,

8 6 4 3
24
24

Etsi igitur quartus ignoretur numerus in regula trium numerorum proportionaliū: tamē quia primus & quartus inter se multiplicati eundem producunt numerum, quem secundus in tertium: ideoq; facta multiplicatione secundi in tertium: si per primum fiat diuisio: quotiens erit quartus qui quærebatur numerus. Vt, 9 36 48. sic 4 16 32 & 5 30 15. Ita quoque complura alia exempla hinc inde occurrunt: ex quibus iuniores erudiuntur. Restat, compendia quædam uel potius alias quasdam operationis uias ostendere: quibus pro uarietate propositorum numerorum cōmode uti possumus. I. Si dentur tibi primus, secundus & quartus cogniti: & quęratur numerus tertio loco ponendus; tum multiplica primum

mum in quartum, productum diuide per secundum.

II. Si cogniti sint secundus, tertius & quartus: & quęratur primus: tum multiplica secundum in tertium. productum diuide per quartum. atque ex his manifestè apparet tales operationes ortas esse ex 19 propositione lib. septimi Euclidis. In coniuncta proportione eodem operaberis modo, quando duobus datis numeris tertius quæritur. cuius fundamentum apud Euclidem legitur in propositione 20 libri septimi. Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν: ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου: οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. Vt,

3 6 12
36
36

Atque hac supputandi ratione utimur, quando aliquam continuam proportionem uolumus extendere: aut cum medium proportionale inuestigamus.

Tandē & huius rei cōmonefacere uolui adolescentes aliā esse collocationē numerorū uulgarem, quā permutatam & mercatorū nominant: aliam naturalem atque ordinatam: qua

Philo-

Philosophi & Mathematici multum utuntur. In collocatione numerorum naturali rationis primæ, primus terminus antecedens: & secundus consequens eiusdem rationis: numerant res eiusdem denominationis. ita & tertius atque quartus easdem res numerant. Vt, 6 ulnæ 48 ulnæ 9 floren. 72 floren. Alteram collocandi rationem uulgarem Euclides lib. quinto ita describit. Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον: καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον. de qua etiam tradit libro sexto propositione 16. & libro septimo propositione 14. Verum liberum unicuique sit uti quacunque uolet operandi & collocandi ratione: at compendia si quæ sunt post fractionum doctrinam explicabo.

DE MINVTIIS SEV FRA*ctionibus.*

CVm de integris sit dictum: nunc de partibus & minutijs quædam ante regularū Logisticarum usum atque doctrinam ostendemus. Barlaamus monachus ut & Euclides inquit. Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος: ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον. πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος: ὅταν καταμετρεῖται ὑπὸ τοῦ

ἐλάττε

ἐλάττονος, τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος τε καὶ πολλαπλάσιον λέγεται. Sed hęc generaliter sunt intelligenda de maioribus & minoribus, cum magnitudinibus tum numeris. Sunt autem alia nomina quibus minutiæ eæque duplices exprimuntur. idem enim lib. secundo suæ logisticæ astronomicæ inquit, παντὸς ὡρισμένου μεγέθους, ἡ πρώτη εἰς ἴσα ὁσαδηποτοῦν διαίρεσις; εἰς μοίρας λέγεται εἶναι; καὶ ἓν μὲν ἁπλῶς, καὶ ὅλον τὴν μοῖραν καλῶ. μέρη δὲ καὶ μέρος τὰ τῆς μοίρας, ἢ τὸ τῆς μοίρας. Astronomi μοῖραν partem uocant gradum. Minuta vero τὰ λεπτά. Minutiæ itaque, siue sint vulgares, siue Astronomicæ: aliæ sunt simplices, vt cum dico, duæ tertiæ unius integri. aliæ uero sunt minutiarum minutiæ, seu fractionum fractiones. Vt duarum tertiarum quatuor quintæ, hoc est, integrum diuisum est in tertias siue μοίρας, partes aut fractiones: de quibus capio duas, quæ si diuidantur in quinque partes seu μέρη, hoc est, minutiarum minutias, de illis tantum quatuor accipio. Quare numerus integer dicitur ἀριθμὸς ὡρισμένος: qui si diuidatur in simplices fractiones, erunt μοῖραι. & hę partes rursus in alias diuisæ appellantur μέρη. Nunc autem de simplicibus tantum agemus, quia reliquæ raro, & nō nisi in argutis occurrunt quæstionibus,

Omnis itaque ſimplex fractio duobus notatur numeris, qui media interiecta lineola diſtinguuntur: ſuperior appellatur Numerator: quia numerat partes, quas accipimus de ijs in quas integrum eſt diuiſum: alter Denominator dicitur, quod nominet omnes partes in quas integrum eſt diuiſum. Vt $\frac{1}{2}$ vnitas Nominator & 2 Denominator, hoc eſt, integrum in duas eſt diuiſum partes æquales, de quibus capio unam tantum, ſeu dimidiam partem. Integrum uero εἰς ἄπειρον diuiditur animo & intellectu in quaſcunq; partes: eaq; diuiſione in infinitum tendens, incipit à binario, ſeu dimidia parte, Vt $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{100}$ $\frac{18}{1000}$

Partium partes notantur pluribus numeratoribus, & pluribus denominatoribus, qui ante omnia reducuntur ad ſimplices minutias, multiplicando Numeratorem unum in alterum: & Denominatorem in Denominatorem, Vt $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}$ faciunt $\frac{6}{15}$ Verum in ſimplicibus hæc inprimis ſunt obſeruanda. I. Si Numerator fuerit æqualis Denominatori, tũ

integrum

ſntegrum denotabunt, Vt $\frac{8}{8}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{2}{2}$

II. Si numerator eſt maior denominatore; tum integrum, uel integra capimus; & quot unitatibus excedit numerator denominatorem: tot etiam partes plus integro ſumptæ ſunt. Vt $\frac{10}{8}$ faciunt integrum unum & $\frac{1}{8}$

III. Deniq; ſi numerator fuerit minor denominatore, tum minus ſumitur integro: eaſque quas capimus partes, numerator ipſe oſtendit. Vt $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{8}{10}$

Atque hæc ſint dicta de ἀριθμήσει, ſeu ἐπαρίθμήσει numerorum fractorum. nunc quidem proximum eſſet modos Logiſticos quatuor in fractionibus docere: ſed quia reductio ad eandem, atque etiam ad minimã denominationem antecedunt: prius de illis reductionibus agemus. Repetenda ſunt hoc in loco quę de numeris primis & compoſitis inter definitiones Logiſticas traduntur. deinde ſequentes propoſitiones erunt diligenter obſeruandæ: quarum prima hæc eſt: Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους; τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν

μέτρον ἑυρεῖν. propoſ. 2. lib. VII Euclidis. Inuenitur autem maxima communis menſura duorum non primorum numerorum: hoc eſt, compoſitorum: quando minor à maiore ſubtrahitur quoties opus fuerit: & quia adinuicem ſunt compoſiti: idcirco tandem ſe offerent duo numeri æquales: quorum uterq; eſt maximus, qui cõmuniter eos metitur. ut ſint propoſiti 64 & 24: quæritur communis maxima horum numerorum menſura: ſubtractione facta minoris à maiore, eáque ſæpius repetita, inuenietur tandem numerus 8. eſt itaq; 8 maximus numerus, qui communiter metitur 64 & 24 numeros. Diuide per hunc numerum 8 utrumq; propoſitum, & in quotiente habebis 3 & 8, qui ſunt minimi ad quos reduci poſſunt. Hic uero obſeruandum eſt, quod ſi poſt eiuſmodi ſubtractionem ſæpius repetitam, ad unitatem perueniatur: eſſe propoſitos numeros inter ſe primos, neq: ad minores numeros redigi poſſe: ut propoſ. 23. lib. VII. Euclides docet. Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ: ἐλάχιστοι ἐισὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. Vt 13 & 25 relinquitur tandem 1 facta ſubtractione. Notanda hic quoque uenit propoſ. 36. lib. VII. Euclidis, ubi inquit. Δύο ἀριθμῶν δοθέντων; ἑυρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

μόν. Quando itaq; contingit duos propositos numeros esse primos: tum alter in alterũ est multiplicandus: & numerus productus erit minimus quem metiuntur. Vt, 2 & 3 multiplica in sese: fiunt 6. qui est minimus quem hi duo metiuntur. Sed si primi inter se non fuerint, uerum compositi: tum iuxta propositionem præcedentem: inuestigandi sunt numeri minimi in data ratione. Vt, 16 & 12 sint duo propositi numeri, sed in data ratione numeri minimi sunt 4 & 3. habes itaque in data ratione eadem, quatuor numeros 16.12.4.3. siue ergo extremos inter se multiplices, siue medios: producetur numerus 48, qui est minimus quem duo propositi numeri 16 & 12 metiuntur. Sic etiam propos. 38. lib. VII. Euclidis huc est referenda. Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων: εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν. In qua propositione hoc agitur: per præcedentem quæritur numerus minimus, quem duo propositi numeri metiuntur. si itaq; tertius eundem numerum metitur: factum est quod propositio uolebat. Vt, 16. 12. 24. minimus quem duo metiuntur est 48, sed tertius eundem metitur. inuentus ergo est qui quærebatur numerus: isque minimus. quod si uero tertius eundem inuentum numerum non metiatur: quæratur

numerus qui metiatur tertium & iam inuentum: atque tum inuentus erit minimus quem tres metiuntur numeri propositi, vt, 6.14.28. quæratur nunc minimus quem hi metiuntur hoc modo.

42

6. 14. 3. 7

42

14
6
8
6
2
6
2
4
2
2

Nunc sumendus est tertius.

42
28
14
14
00

84

Erunt igitur hi 28. 42. 2. 3.

84

Quare

Quare numerus minimus, quem hi tres propositi numeri metiuntur, est 84.

Ad hunc locum etiam pertinent duæ propositiones lib. VII. Euclidis 16. & 17. quarum prior sic se habet. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσι τινὰς: οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται. Altera uero. Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰς: οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν. Exempli gratia. Numeri 2 & 3 multiplicent sese mutuo. bis 3 sunt 6. & ter 2 sunt 6. Sic numerus 6 multiplicet duos numeros 3 & 2 fiunt 18 & 12. & hi eandem inter se habent rationem, quam 3 & 2. Similiter in diuisione, si unus numerus duos numeros exactè diuidat: tum eadem erit ratio numerorum diuidendorum & quotientium. Vt, 6 si diuidat duos numeros 12 & 18 fiunt quotientes 2 & 3. Has itaque numerorum proprietates his contentas propositionibus priore oportet tenere loco, antequam ad partium & minutiarum accedamus supputationem.

Quando itaq; minutiarum est instituenda calculatio, tum omnium primo loco numeri sunt reducendi ad minimam denominationē, quod si uterque numerus fuerit par: tum dimidiatione continua minuendi sunt, donec

alter eorum in imparem numerum desinat, uel uterq;.ita ut dimidiatio ulterius institui ne queat: & si numeri qui relinquuntur fuerint inter se compositi, quæratur communis maxima eorum mensura, & sic ad minimam perueníetur denominationem. Vt si proponantur nobis duo numeri $\frac{108}{252}$ dimidiatione cõtinuata ad $\frac{27}{39}$ perueniemus. Qui numeri cum amplius dimidiari nequeant: quæro eorum communem maximam mensuram, quæ est 9. iam si utrumq; diuisero per 9. habiturus sum quotientes $\frac{3}{7}$ qui tantum ualent quantũ $\frac{108}{252}$

Neque prætereundum hic est, quomodo partium propositarum pretium inquiratur. Id quod fit si numerator multiplicetur per partes totius seu integri cognitas : atq; numerus qui producitur, diuidatur per denominatorẽ. nam in quotiente prouenit numerus qui ostendit quot partes habeat minutia: in qua operatione reductio ad minimos numeros multum iuuat. Vt si sint $\frac{84}{120}$ partes unius aurei, reductione facta ad minimam denominationem;

tionem : inuenies pretium partium. Compendium etiam tale est: quod si zyphræ sint annexæ, numeri pares abijciuntur: & qui relinquuntur præcedentium retinebunt rationem, Ut,

$\frac{10|0}{12|0}$ & $\frac{3|00}{4|00}$ valent $\frac{10}{12}$ & $\frac{3}{4}$

ADDITIO PARTIUM.

IN additione hoc potissimum est obseruandum, quod sicuti diuersæ res, ut floreni, solidi, batzij & nummi, ad unam aliquã speciem reducuntur: ita & minutiæ diuersarum denominationum: nunquam benè & commodè addi poterunt, uel etiam subduci à sese mutuo, nisi prius ad unam eandemq; reducantur denominationem: quod fit si denominatores inter se fuerint multiplicati, ut prodeat communis denominator: isque bis est scribendus: postea unius numerator in denominatorem alterius est multiplicandus, ut producantur numeratores addendi. Ut, $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{15}{20}$ $\frac{16}{20}$ $\frac{31}{20}$

Sed si plures fuerint quam duæ fractiones in unam reducendæ denominationẽ, tùm de-

nominatores ordine sunt in sese mutuo multiplicandi: ut prodeat communis denominator; cumque communem inuentum denominatorem diuidere oportet per denominatorē propositarum minutiarū, quotientes per numeratores multiplicandi & quæsiti inuenientur numeratores, respectu communis denominatoris. Vt, $\frac{2}{3}$ X $\frac{3}{4}$ & $\frac{4}{5}$ sic $\frac{17}{12}$ $\frac{133}{60}$ $\frac{20}{60}$ $\frac{15}{60}$ $\frac{12}{60}$ multiplicati faciunt $\frac{40}{}$ $\frac{45}{}$ $\frac{48}{}$ qui si additi fuerint, efficiunt, ut hic notatum $\frac{133}{60}$.

Potest etiam aliter institui breuiori uia: si $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ ad eandem reductæ fuerint denominationem $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$ & numeratores fuerint additi $\frac{17}{12}$ iam si multiplicentur $\frac{17}{12}$ X $\frac{4}{5}$ ut præceptum superius iubet, prodeunt hi numeri, denominator communis $\overline{60}$: numeratores $\frac{85}{60}$ $\frac{48}{60}$.

nume-

numeratoribus additis fiunt $\frac{133}{60}$

DE SVBTRACTIONE MInutiarum.

Minutiarum Subtractio fit, quando aufers numeratorem minoris fractionis ex numeratore maioris, & residuo subscripseris communem denominatorem. Vt sint $\frac{3}{8}$ auferendæ à $\frac{5}{8}$ restant $\frac{2}{8}$. Sic quoq; $\frac{2}{3}$ à $\frac{7}{3}$ sunt auferendæ, restant $\frac{5}{3}$. Sed si fuerint diuersæ denominationes: tum, ut in additione præceptum est, agendum erit: & minor numerator à maiori auferendus. Integra uero si fuerint, & fractiones sint auferendæ, tum ab uno integro resoluto in minutias: sufficiet subduxisse, & quod restat cum in integris tum & minutijs: erit reliquum. Vt si $\frac{4}{7}$ sint auferenda à 12, sumas unum integrum, restant 11. iam unum illud facit $\frac{7}{7}$ aufer ex his $\frac{4}{7}$ relinquuntur

$\frac{3}{7}$ quæ iunctæ 11 integris faciunt restare 11 $\frac{5}{7}$.

MVLTIPLICATIO MINVtiarum.

MVltiplicationis & diuisionis ratio facilis est, propterea quod utraque perficiatur inuariatis denominatoribus. Vt, $\frac{3}{4}$ sunt multiplicandæ in $\frac{2}{3}$ sic $\frac{6}{12}$ efficiunt. Item $\frac{3}{6}$ in $\frac{5}{8}$ faciunt $\frac{15}{48}$ ubi opus est reductione ad minimam denominationem.

DIVISIO MINVTIARVM.

HAEC perficitur si diuidendus numerus collocatus fuerit ad sinistram, diuisor uero ad dexteram: deinde numerator diuidendi multiplicatus in denominatorem diuisoris, & proueniet numerator: cuius denominator prouenit, si denominator diuidendi in numeratorem di-

rem diuisoris multiplicetur. Vt, $\frac{7}{3}$ diuisæ per $\frac{6}{5}$. Sic $\frac{7}{3} \times \frac{6}{5}$ faciunt $\frac{18}{35}$ Hos reduc ad minimam denominationem.

Hic obiter notandum est, quod si contingat ut integra annectantur minutijs, ita ut uel multiplicatio, uel diuisio perfici nequeat: tum integra prius sunt reducenda ad unam speciē minutiarum: quod fiet si integra multiplicentur in denominationem minutiarum annexarum, & numero exeunti, addatur numerator. Vt, $5\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{23}{4}$ sic $6\frac{2}{3}$ faciunt $\frac{20}{3}$

Atque hoc potissimum est obseruandum in regula trium numerorum proportionaliū in qua & multiplicatione & diuisione est opus. Vt, $5\frac{1}{3}$ sit primus numerus $8\frac{2}{3}$ secundus, $32\frac{4}{7}$ tertius. Quæritur nunc quartus qui est $\frac{17784}{336}$. Cum ergo hic numerator sit maior denominatore, quærendum quot integra

sint:

sint: & quot minutiæ relinquantur: eæq; sunt ad minimam reducendæ denominationem, atq; sic se res habebit.

$5\frac{1}{3}$ $8\frac{2}{3}$ $32\frac{4}{7}$ 52

Aliud exemplum.

$6\frac{1}{14}$ $12\frac{3}{4}$ $16\frac{3}{4}$ $34\frac{17}{100}$ hoc est, 10 & $\frac{2}{10}$

Si in hac regula trium numerorum partim minutiæ, partim integra se offerant, tunc integris subscribe unitatem, & reliqua sequere nunc tradita præcepta. Vt,

25. 3. $11\frac{1}{4}$

Sic collocabis.

$\frac{3}{1}$ $\frac{45}{4}$ $\frac{25}{1}$

Iam iuxta præcepta operaberis.

In Regula trium euersa utimur tali operatione. Primus numerus multiplicatur in secundum, & productum diuiditur per tertium.

DE REGVLIS QVIBVSdam Logisticis.

Regulæ etsi plurimæ sint in hac Logisticę parte;

parte: tamen inter cæteras has potißimum confideramus. Societatis regulam, Lucri & damni, ut uocant, atque alligationis, quas etiã uulgares & mercatorias appellare solent.

In Regula societatis itaque quæritur quomodo aliquot numeris datis: ex alio quoque dato numero: totidem proportionales numeri inueniantur: ideoq; hanc regulam & duplicem nominant: & parum aut nihil ferè differt à regula triũ numerorum. eiusque demonstratio petitur ex 12 propos. lib. VII. Euclidis ubi inquit. Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον: ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων: οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους. Operatio eius talis est. Primum in unam summã numeri particulares colligendi sunt: atq; statuendi loco primo: secundo loco, ordine disponantur numeri dati particulares: tertio deniq; totus datus numerus: qui & sors appellatur. Vt sit totus numerus 24 datus tanquam sors, qui diuidendus est in numeros particulares 3. 4. 5. Vt sicuti se habet 3 ad 4 & 4 ad 5: sic prima pars ex 24 ad secundam, & secunda ad tertiam. Collige igitur particulares numeros in unam summam, fiunt 12. quam summã primo collocabis loco: particulares secundo: totũ tertio: postea ter repetes regulam proportionum & inuenies.

$$12\begin{Bmatrix}3\\4\\5\end{Bmatrix}\quad 24\begin{Bmatrix}6\\8\\10\end{Bmatrix}$$

Lucri & damni regula consimili modo se habet: sicuti & alligationis regula: quæ breuioribus perstringuntur, quod ex aliorũ scriptis facile addisci possint. Operatio tamen alligationis hæc est: primo collocantur numeri, ut uocant, alligandi, incipiendo à minoribus, & ita ad maiores progrediendo: postea collocandus est numerus, qui à Logisticis medius appellatur: non quod exactè sit medius: sed quod nunquam sit minor dato minimo: neq; maior, dato maximo. Postremo numeris sic dispositis: sunt differentiæ inter numeros, medium scilicet, & alligandos sumendæ alternatim. Vt, 8 & 10 sunt numeri alligandi,

7 est numerus medius.

3 2 Differentiæ permutatim positæ.

Hac facta alligatione, omnes differentiæ in unam summam sunt colligendæ. ut, 3 & 2 faciunt 5. Postea loco secundo collocandæ sunt differentiæ, deniq; tertio loco numerus mixturæ. atque operatio iuxta regulam trium numerorum instituenda.

Restat ut dicamus de progressione nume-

rorum

rorum extractione radicis quadratæ & cubicæ, denique uulgari Logistica astronomica: quæ appendicis loco præcedentibus adiungam.

Radicum extractionem paucissimis explicauit in scholis nostris Christianus Herlinus, præceptor meus, atque postea in lucem (sine nomine tamen) edidit. ea itaque his superioribus adieci.

APPENDIX DE RADICVM EXTRACTIONE ET *progressionibus Arithmeticis.*

RADICVM EXTRACTIO.



VADRATVS VOCATVR *numerus, qui ex duorum æqualium inter se, uel ex unius in seipsum multiplicatione fit, qui etiam latera uel radices numeri sic procreati dicuntur. Est igitur radicis extractio, è proposito aliquo numero, inuestigatio alicuius numeri, qui in seipsum multiplicatus producat numerum parem proposito, uel certe non multum differentem. Si igitur numeri alicuius propositi scire uelis radicem, loca eius impa-*

ria punctis notabis, & sub proximo ad sinistram puncto digitum quæres qui in se multiplicatus totum supra se positum uel quantum eius fieri potest absumat, qui quidem digitus postquàm in seipsum multiplicatus fuerit, & productus à supra posito ablatus, & residuus (si qui sit) notatus, ipse seorsum in uirgulam concauam (ut in diuisione) collocandus erit. Digitum sic inuentum duplicabis, producti figuram primam in proximo post hoc punctum loco scribes, secundam, si qua sit, sub ipso puncto. Subsequenti dein puncto itidem quærendus tibi est digitus qui in se primum, deinde in prædictum duplum multiplicatus deleat ex supra posito quantum fieri potest, reperies autem facile si quemadmodum in diuidendo solet cõsideraueris quoties duplus iste de quo loquimur numerus in supra posito contineatur, & ubi secundus hic digitus inuentus, in se & duplum multiplicatus, & productus à supra posito detractus fuerit, ipse quoque in uirgulam concauam post priorem digitum ad dextrã ponetur. Totũ postea numerum qui in uirgula cõcaua est, duplicabis, & producti primã ut supra quoque in proximum à puncto locum repones, reliquas sub reliquis ordine. Et sub proximo ad dextram puncto digitum quæres, cum quo non aliter ages quàm cum prioribus est factum. Et ubi hac uia omnia loca punctis notata examinaueris, numerus in uirgula con-

concaua radicem quæsitam ostendit, ut numeri 288369, radix 537. Sic

3
2 8 8 3 6 9 (5
5 0
1

3 7 4
2 8 8 3 6 9 (5 9
3 0 3 6
1 0

7 4 4
2 8 8 3 6 9 (5 3 7
1 7 6

Item numeri 43681 radix 209. Sic.

4 3 6 8 1 (2
2 4

4 3 6 8 1 (20
4 0 0
4

4 3 6 8 1 (2 0 9
4 0 9

Quod si numeri 44008 hoc modo quæras radicem, inuenies 209 radicem non quidem totius numeri, qui quadratus non est, sed tamen maximi quadrati qui in eo continetur. Si igitur huius & similium exactiorem uelis radicem, præpones ei zifras sex, & numeri sic facti quæres radicem, quam deinde diuides per 1000, & prodibit exactior dati numeri radix, ut numeri 44008 radix $209 \frac{780}{1000}$ hoc modo.

4 4 0 0 8 (2 | 4 4 0 0 8 (20
2 4 | 4 0 0
| 4

3
4 2 7
4 4 0 0 8 0 0 (209
4 0 9 8
4 1

---

3 3
4 4 9
3 2 7 4 1
4 4 0 0 8 0 0 0 0 (2097
4 1 8 7 4
4 1 9

---

3 5
1 1 9 1
3 3 9 1 8 6
4 4 0 0 8 0 0 0 0 0 0 (20978
4 1 9 4 8 6
4 1 9 5

---

3 5 1 6
4 4 0 0 8 0 0 0 0 0 0 0 (209780
4 1 9 5 6 0

Radix totius proxima, diuidenda per 1000 sic.

$209\frac{780}{1000} \,\Big|\, \frac{78}{100} \,\Big|\, \frac{39}{50}$

COM-

COMPROBATIO.

Radicem inuentam multiplica in se, producto adde residuum si qui fuit, numerum ex tali additione prouenientem confer proposito, & nisi sit aequalis, aberratum fuit.

DE PROGRESSIONE.

Progreßio aliud nihil est, quã continuata aliqua per plures numeros proportio. Estq; duplex, Arithmetica & Geometrica. Arithmetica est progreßio quando numerorum sese ordine sequentium aequales sunt differentiae, ut in numeris, 2 4 6 8 10 12. Itẽ, 2 5 8 11 14 in priore enim quiuis numerus praecedentẽ binario superat, at in posteriore ternario. Geometrica autem progreßio est, quando numerorum ordine positorum ea est ratio (λόγον Graeci uocant) primi ad secundum, quae secundi ad tertiũ, & tertij ad quartum. Vbi notandum quòd quemadmodum Geometrica proportio alia est continua, alia separata. Continua quidem, quando numeri primi ad secundum est ratio ea, quae secundi ad tertiũ, ut 12. 6. 3. in hac enim ut primus 12 secundi 6, est duplus, sic secundus 6, tertij 3 est duplus. Separata uero quando quae primi ad secundum, ea est & tertij ad quartum ratio, ut 16. 8. 12. 6.

Sic similiter Arithmetica proportio alia continua

est, separata alia. Continua; quando numerorum ordine positorum æqualia sunt interualla, ut 2. 4. 6. 8. &c. Separata quando tantum distat primus à secundo, quantum tertius à quarto, ut 2. 4. 10. 12. ut. n. secundus binario superat primum, sic quartus binario superat tertium.

Et ut numerorum quatuor Geometricè proportionalium proprium est, eum qui fit ex multiplicatione primi in quartũ æqualem esse ei qui ex multiplicatione secundi in tertium: sic numerorum quatuor Arithmeticè proportionalium proprium est eum qui nascitur ex additione primi ad quartũ, æqualem esse ei qui ex additione secundi ad tertium.

Exemplum proportionis geometricæ. 12. 3. 16. 4. quater enim 12. sunt 48. & ter 16. tantundem.

Exemplum proportionis arithmeticæ 2. 5. 10. 13. 2. & 13 faciunt 15. 5. & 10. tantundem. Sic de alijs.

Omnis autẽ Arithmetica progreßio rebus præcipuis constat quinq;. Principio, Fine, Interuallo, Locis & Summa. Principium uoco numerum progreßionis minimum unde ipsa incipit. Finem uero numerũ maximum in quem desinit. Interuallum est numerus, quo quiuis eorũ qui in progreßione sunt, proximo numero uel maior est uel minor. Loca sunt multitudo numerorum quibus progreßio ipsa constat. Summa est numerus ex additione omnium qui in progreßione sunt, conflatus, ut 2. 4. 6. 8. 10. 12. Huius progres-

gres-

greßionis principium est, 2. finis, 12. Interuallum, 2. eo enim numero quiuis duo proximi inter se distant. Loca 6. quoniam numeri sex. Summa ex omnium ad ditione. 42. Ex his autẽ quinq; quæuis tria nota duo rum reliquorum adferunt notitiam. De qua re aliquot sunt regulæ.

PRIMA REGVLA.

Tria cognita.

Principium. Finis. Interuallum.

Quæsita duo.

Loca. Summa.

LOCA.

Tolle principium à fine, quod superest, diuide per interuallum, numero quoties, adde unitatem, & habebis loca.

SVMMA.

Adde principiũ fini, productum multiplica per dimidium locorum, & prodibit summa. Vel sic.

Adde principium fini, producti dimidiũ multiplica per loca, & prodibit summa. Vel sic.

Adde principium fini, productum multiplica per loca, & prodibit duplum summæ.

EXEMPLVM.

Militibus qui in expugnanda urbe fortiter fecerũt præmia decernens imperator, ei quidem qui primus murum hostilẽ transcenderat dari iubet aureos 200. Secundo uero 190. & alijs aliquot ordine, ut quisque posterior esset, ita priore decem aureos minus acciperet, qua ratione factum est, ut, qui minimum sumpsit, aureos haberet decem. Quæritur principio quot milites præmijs affecti sint, & quanti ea donatio imperatori steterit.

EXAMEN.

Tolle principium 10. à fine 200. manent 190. numerus ex interuallis omnibus totius progreßionis compositus, eum diuide per numerũ interualli unius, hoc est, per 10. prodit numerus interuallorum 19. cui adde unitatem, fiunt 20. numerus locorum. inter 20. enim numeros 19. sunt interualla. Et quoniam quantum primus 10. distat à secundo 20. tantum etiam distat decimus nonus 190. à uigesimo 200. sunt quatuor numeri 10. 20. 190. 200. Arithmeticè proportionales. Quantus igitur est numerus ex additione principij & finis, hoc est, 10. & 200. tantus est & numerus qui ex 20. & 190. propter eadem etiam numerus ex additione tertij & decimi octaui, æqualis est numero qui ex additione principij & finis, de reliquis quoq; qui in hac progreßione sunt, idem est iudiciũ. Quoniam igitur in tota progreßione numeri

sunt

ſunt 20. certum eſt decem fieri additiones, cũ tot ſint numerorũ paria. Si igitur numerus ex additione principij & finis collectus, hoc eſt, 210. multiplicatus per 10. fuerit, prodibit ſumma 2100. aureorum.

SECVNDA REGVLA.

Tria cognita.

Principium. Finis. Loca.

Quæſita duo.

Interuallum. Summa.

INTERVALLVM.

Tolle principium à fine, quod ſupereſt diuide per numerum unitate minorem numero locorum, & numerus quotiens erit quantitas interualli unius.

SVMMA.

Quæritur ut ſupra.

EXEMPLVM.

Qui ludos faciebat equeſtres, conſtituit uictoribus uiginti præmia æqualibus interuallis ſeſe ordine excedentia, uoluitq́; ut maximum præmium eſſet aureorum 100. minimum 5. Quæritur quantum fuerit præmiũ eius qui ſecundo loco uicit, quanta reliquorũ præmia, & quantũ pecuniæ in id certamẽ expenſum.

EXAMEN.

Tolle principium 5 à fine 100. manet 95. numerus ex omnibus interuallis compositus, eum diuide per numerum interuallorum qui est 19. prodit numerus interualli unius 5. scilicet, quo sublato de 100. manent 95. præmium eius qui uicit secundo loco. Omnis autẽ pecunia in id certamen expensa 1050. aurei.

TERTIA REGVLA.

Tria cognita.

Principium. Finis. Summa.

Quæsita duo.

Interuallum. Loca.

LOCA.

Adde principium fini, per productum diuide summam, & numerus quotiens indicabit dimidium locorum. Vel sic.

Per dimidium numeri qui fit ex additione principij & finis, diuide summam, numerus quotiens indicabit loca.

INTERVALLVM.

Per superius præceptum uenies in notitiam locorum, deinde per præcepta regulæ secundæ, in notitiã interualli.

EXEMPLVM.

In lu=

In ludorum apparatu proposita fuit publice summa 2300 aureorum in certa aliquot præmia pro uincentibus digerenda, ut scilicet præmiorũ omnium perpetua serie positorum pares essent differentiæ, & ut maximum præmium esset aurei 210. minimum autem 20. Quæritur quot præmia & quàm magna.

EXAMEN.

Adde principium 20 fini 210. fiunt 230 aurei, per quos diuide summam 2300 aureorum, prodibit numerus quotiens 10. qui est dimidiũ præmiorũ, erunt igitur præmia 20. & præmiorum differentia aurei 10. Quoniã enim numerus qui ex principio & fine æqualis est ei qui ex duobus proximis, rursus etiã is æqualis ei, qui ex proximis, ut supra ostendimus, necesse est bis tot esse loca, hoc est, præmia, quot sunt præmiorũ paria, & quoniã par unum est notum, & summa quæ ex omnibus nota, manifestum est si per numerum qui ex additione principij & finis, summa ipsa fuerit diuisa, prouenire multitudinem parium, & ea duplicata multitudinem præmiorum.

QVARTA REGVLA.

Tria cognita.

Principium. Interuallum. Loca.

Quæsita duo.

Finis. Summa.

FINIS.

FINIS.

De numero locorum tolle unitatẽ, quod relinquitur multiplica per interuallum, producto adde principium, & proueniet finis. Vel ſic.

Numerum locorum multiplica per interuallum, producto adde principium, à collecto tolle interuallũ, relinquetur finis.

EXEMPLVM.

Augias Herculi de boum quos habebat numero roganti reſpondit, boues quidem ſuos in locis 20. agere, ita tamen eſſe diſtributos, ut quoties in ſtabulo proximo tres, toties ſint in ſecundo quinq;, in tertio ſeptẽ, & in reliquis etiam eandem interualli rationem eſſe ſeruatam. Accedit igitur Hercules ad ſtabulum proximum, reperit ibi boues 30. Quæritur quot in ſecundo ſtabulo fuerint boues, quot in poſtremo, & quot in ſumma boues per 20. ſtabula diſperſi.

EXAMEN.

Quoniam quoties in proximo ſtabulo ſunt tres boues, toties ſunt in ſecundo quinq;, in tertio ſeptem, at in proximo reperiuntur 30, hoc eſt, decies tres boues, in ſecundo igitur erunt decies quinq;, hoc eſt, 50. & in tertio 70. Eſt igitur præſentis progreßionis interuallum numerus 20. Et quoniã in omni Arithmetica

metica progreßione, differentia primi & ultimi numerorum, quod est interuallum principij & finis: cōposita est ex omnibus intermedijs differentijs. Considerandum est quot sint interualla, & quanta, huius igitur progreßionis, quoniam loca sunt 20. manifestum est interualla esse 19. & quantitas interualli unius est 20. differentia igitur primi & ultimi est decies nouies 20, hoc est, 380. cui adde principium 30. fiunt 410, finis progreßionis. Et quoniam nostræ progreßionis iam habemus principium, finem, interuallum & loca, ex superioribus facile inueniemus summam 4400.

QVINTA REGVLA.

Tria cognita.

Principium. Interuallum. Summa.

Quæsita duo.

Finis. Loca.

LOCA.

Pone numerum locorum rem unā, & secutus præcepta primum regulæ superioris, deinde regularū de re & censu, inuenies numerum locorum.

Vel sic.

Principium duplica, à duplicato tolle differentiā, relicti dimidium per differentiæ dimidium diuide, &

numeri

numeri quotiens dimidiũ in seipsum multiplicatum adde ei quod prouenit ex diuisione summæ per dimidiũ differentiæ producti quære radicem quadratam, de qua tolle eum numerum qui in seipsum multiplicatus fuit, & prodibunt loca.

Vel sic.

Principio adde dimidium differentiæ, & productum diuide per dimidium differentiæ, & numeri quotiens dimidium serua, item à summa tolle principium, relictum diuide per dimidiũ differentiæ, numero quotiens adde quadratũ numeri seruati, & de radice quadrati numeri producti tolle numerum seruatum, relicto adde unitatem, & habebis loca.

EXEMPLVM.

Auarus quidam cum de pecunia sua quæ erat 19440 aurei, recondenda deliberaret, cogitauit melius esse, si eam nõ uni alicui loco crederet, atq; id cum secum statuisset, deposuit in locum unum aureos 60, & in reponenda reliqua talem inijt rationem, ut quoties primus ille locus habebat aureos singulos, toties secundus haberet tres, tertius quinq;, & ut reliquorũ quoq; locorum summæ similibus interuallis excrescerent. Quæritur iam quot aureos habuerit locus qui plurimum habuit, & in quot locis tota summa fuerit deposita.

EXAMEN.

Huius

Huius progreßionis interuallum est numerus 120. Et quoniam in omni Arithmetica progreßione numerus locorum unitate superat numerum interuallorū. Si igitur posuerimus numerum locorum rem unam, erit numerus interuallorū res una, minus uno. Et quoniam differentia principij & finis composita est ex omnibus medijs differentijs, certum est eam differentiam prodire ex multiplicatione interualli unius, per multitudinem interuallorū, multiplicantes igitur rē unam minus uno, multitudinem interuallorum per 120. interuallū unum, colligemus res 120. minus 120. differentiā principij & finis, cui addemus principiū 60. prodibunt res 120. minus 120. plus 60. hoc est, res 120 minus 60. Et quoniā numerus qui ex principio & fine multiplicatus per dimidiū locorū producit summā: addemus & nos principium 60: ad finem res 120. minus 60: fient res 120. minus 60. plus 60: hoc est res 120, quas multiplicātes per dimidiū locorū, hoc est, per dimidiū rei unius, ꝓducemus summā, census 60. Ex multiplicatione enim rei per rem, nascitur census, qui aliud nihil est quā quadratum rei. Et quoniā hac nostra supputatione deprehendimus summam totā quæ est alioqui 19440. aureorū, esse census 60. inuestigabimus per rationem proportionū magnitudinem census, hoc est, quadrati unius, quā inueniemus esse 324. Si igitur census unus, hoc est, quadratum unū, est 324. & res est talis quadrati radix, manifestum

nifestum iam est radicem numeri 324. quæ est 18. esse magnitudinem rei unius. At *nos numerum locorum posuimus rem unam, numerus igitur locorum erit 18.*

EXAMEN ALIVD.

Fingamus pecuniā prædictam fuisse aureos 18720 & in loco primo 360. in secundo uero 440.ut iam interuallum sit 80. Statuentes itaq; numerum locorū rem unam, & sequentes methodum examinis superioris, inueniemus tandem census 40. & res 320. efficere summam 18720. aureorum. Et *quoniam partes eam habent proportionem, quam suæ æque multiplices, sumemus quadragesimas omnium partes, hoc est, diuidemus censum, rem, & numerum absolutum, per numerum census 40.* Et *inueniemus censum unum & res 8. efficere summam 468. aureorum.* Aduertendum *hic est, rem unam uel res, ante multiplicationem esse ut lineam, si uero multiplicetur per numerum aliquem absolutum, esse ut parallelogrammon rectangulum, cuius latus unum circa angulum rectum est res, alterum uero numerus absolutus.* Ad *propositæ iam quæstionis explicationem tali utemur descriptione.* Sit *res una, hoc est, linea una* AB, *ex qua describatur quadratum* AC, *ἐπ' εὐθείας iungatur linea* CD,*unitatum octo,& perficiatur parallelogrammon* ED. Est *igitur rectangulum*

gulum E D, res o=ctu, quadratũ A C, census unus, quæ duo constituunt re=ctangulum A D, quod habet unita=tes 468. Diuidatur linea C D, in duo

æqualia per punctum F. Quoniam ergo linea C D in duo æqualia est diuisa, estque adiuncta ei ἐπ᾽ εὐθείας linea B C, erit rectangulum quod sub D B, B C, cum quadrato lineæ C F, æquale quadrato lineæ B F. Est autem linea C D, nota, quoniam unitatum octo, hinc C F, unitatum 4, & quadratum eius, unitatum 16, cui iungentes rectangulum A D, quod habet unita=tes 468, efficiemus quadratum lineæ B F, unitatum 484, & ipsam lineam B F, unitatum 22, ex qua tol=lentes lineam C F, unitatum 4: relinquemus lineam B C, hoc est, A B, unitatum 18, sed linea A B quæ cõ=tinet numerum locorum, erat res una, numerus igitur locorum est 18.

SEXTA REGVLA.

Tria cognita

Principium. Loca. Summa.

Quæsita duo

Finis. Interuallum.

FINIS.

Diuide summam per dimidium locorũ, à numero quoties, tolle principium, relinquetur finis. Vel sic.

Diuide summam per numerum locorum, numerũ quoties, duplica, hinc tolle principium, relinquetur finis.

EXAMEN.

Vt enim numerus qui est ex additione principij, & finis multiplicatus per dimidium locorum, producit summam, Sic contra, ex summæ diuisione per dimidium locorum, producitur numerus, qui ex additione principij & finis, à quo si sublatum fuerit principiũ, certum est remanere finem.

SEPTIMA REGVLA.

Tria cognita.

Finis. Interuallum. Loca.

Quæsita duo.

Principium. Summa.

PRINCIPIVM.

De numero locorum tolle unitatem, quod relinquitur, multiplica per interuallũ, productum tolle à fine, relinquetur principium. Vel sic.

Numerum locorum multiplica per interuallum, à producto tolle interuallum, quod relinquitur, tolle à fine, remanebit principium.

EXA-

EXAMEN.

Vt enim numerus, qui ex multiplicatione multitudinis interuallorum in ipsum interuallum, adiectus principio producit finem: sic idem à fine sublatus, relinquit principium.

OCTAVA REGVLA.

Tria cognita.

Finis. Interuallum. Summa.

Quæsita duo.

Principium. Loca.

LOCA.

Pone numerum locorũ rem unam, & secutus præcepta primum regulæ superioris, deinde regularum de re & censu, inuenies numerum locorum.

Vel sic.

Fini duplicato adde differentiam, producti dimidium per differentiæ dimidiũ diuide, & numeri quoties dimidium in seipsum multiplica, à producto tolle id quod est ex diuisione summæ, per dimidium differẽtiæ, relicti radicem quadratam tolle ex numero qui in seipsum multiplicatus fuit, & relinquetur numerus locorum.

Vel sic.

A fine tolle dimidium differentiæ, relictum diuide per dimidiũ differentiæ, numeri quoties dimidiũ ser-

ua. Item, à summa tolle finem, relictum diuide per dimidium differentiæ, numerum quoties tolle à quadrato numeri seruati, & relicti radicem quadratam ubi sustuleris à numero seruato, & relicto addideris unitatem, produces numerum locorum.

EXEMPLVM.

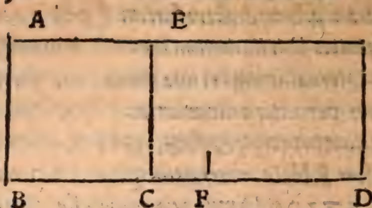
Ex mercatoribus qui societatem inierant, quisque portionem suam in medium confert, Primus 4560 aureos, secundus 160 aureos minus quàm primus, tertius totidem minus quàm secundus, & reliqui ordine æqualibus seruatis interuallis, & post biennium subducta ratione, inueniunt quinos aureos sortis peperisse quaternos lucri, & summam aureos 52224. Quæritur quot mercatores, & quanta summa pecuniæ collatæ.

EXAMEN.

Duplex hic est progreßio, altera pecuniæ collatæ, altera lucri, prioris notus est finis & interuallum, sequentis summa simul cum proportione lucri ad sortem. Sed quoniam oportet numeros nouisse tres, si uelis in totius progreßionis uenire cognitionem, ineunda est ratio qua inueniamus uel summam prioris, uel finem & interuallum sequentis. Summam prioris inueniemus multiplicando summã sequentis per quinque, & productum per quatuor diuidendo. Si enim aurei quaterni lucri, sortem habent quinos aureos,

certum

certum est 52224 lucri, habere sortem 65280 aureorum. Ponentes iam numerum locorum rem unã, erit numerus interuallorum res una minus uno, quem multiplicantes per interuallum unum 160, eliciemus differentiam principij & finis, res 160, minus 160, qua à fine sublata manet principium, 160 res minus quàm 4720, addimus principium fini, fiunt 160 res minus quàm 9280, & productum multiplicamus per dimidium unius rei, quod est dimidium locorum, & colligimus summam, 80 census minus quàm 4640 res. Sed constat summam esse 65280 aureos, 80 igitur census minus quàm 4640 res, efficiunt summam 65280 aureorum. hoc est, 65280 aurei, & 80 census tantum ualent, quantum 4640 res. & quoniam partium ea est proportio quæ suarum æquè multipliciũ, sumemus octogesimas omniũ partes, hoc est, diuidemus censum, rem, & numerum absolutum, per numerum census 80, & inueniemus censum unum & 816 aureos, ualere 58 res. Sit igitur linea AB res una, ex qua describatur quadratum AC, & lineæ B C, ἐπ' εὐθείας iungatur linea CD, ut tota BD sit unitatum 58, & perficiatur parallelogrammon ED, est igitur rectangulum ED 816, & quadratum AC census unus, quæ simul constituunt rectangulum AD, quod ualet res 58. diuidatur linea BD in duo æqualia per punctum F. Quoniam igitur linea BD, est diuisa in duo æqualia in F, & in duo non æqualia



in C,*erit rectangulum quod sub lineis*, BC, C D, *cum quadrato lineæ* B F, *æquale quadrato lineæ* B F, *est autem linea* B D,*nota,quoniam unitatum* 58, & BF, 29,*quadratum eius* 841, *à quo si sublatum fuerit re=ctangulum* E D, 816,*manent* 25, *quadratum lineæ* C F,& *ipsa linea* C F,*unitatum* 5.*quæ sublatæ ex* BF, *quæ est* 29, *relinquunt lineam* B C, & *æqualem illi* A B, 24,*linea autem* A B, *erat res una*, & *simul numerus locorum,numerus igitur locorum est* 24.

NONA REGVLA.

Tria cognita.

Finis. *Loca.* *Summa.*

Quæsita duo.

Principium. *Interuallum.*

PRINCIPIVM.

Diuide summam per dimidium locorũ, à numero quoties tolle finem,& relinquetur principium.

Vel sic.

Diuide

Diuide summã per numerum locorum, numerum quoties duplica, hinc tolle finẽ, relinquetur principiũ.

EXAMEN VT IN sexta.

DECIMA REGVLA.

Tria cognita.

Interuallum. Loca. Summa.

Quæsita duo.

Principium. Finis.

PRINCIPIVM.

De numero locorum tolle unitatem, quod superest multiplica per interuallum, productum tolle ex numero qui nascitur ex diuisione summæ per dimidium locorum, & habebis principij duplum.

Vel sic.

Summam diuide per loca, quod prouenit, duplica & serua. Item loca multiplica per interuallũ, à producto tolle interuallũ, & residuum tolle ex eo quod seruasti, & manebit principij duplum.

EXAMEN.

Differentia principij & finis cõposita est ex omnibus differentijs medijs, numerus autem differentiarũ, unitate minor numero locorum. Quando igitur numerus differentiarum per differentiam unam multi-

plicatur, producitur differentia principij & finis. Quæ quidem differentia cum tollitur à fine, relinquitur principium: at cum à numero qui ex principio & fine est compositus, relinquitur principij duplum &c.

APPENDIX DE FRACTIONIBVS ASTRONOMICIS,
siue de minutijs Physicis.



ON uideo difficultatem aliquam insignē in Minutijs, siue Fragmentis Physicis uel Astronomicis. Verùm ut sit expeditior uia iuuenibus ad præclarissimas disciplinas, ad quas potissimum his nostris commentationibus adiuuare lectorem uoluimus: paucissimis annotabo quæ possint difficilia uideri. Quoniam ergo motuum astrorum temporumq; dimensio, ad unguem rarissimè incidit in integras mensuras, utpote annos, menses, dies, & horas: aut circuli signa aut gradus: ideo coacti sunt artifices talia in minimas secare partes, ut exquisita constaret numeratio. Ob summam autem facilitatē placuit Sexagenaria diuisio: itaq; omnia Integra, quæ non habēt partes usu receptas diuidunt in 60 partes, atq; uocant

Minuta.

Minuta. Minuta deinceps secant in alias 60 particulas, quas Secunda nominant: Secunda in 60 Tertia: atque hæc rursum in 60 Quarta partiuntur: sicq; cōtinuè procedunt ad Decima usq;: & ultra quoque si rei usus requirat. Quæcunq; uerò habent alias partes usu receptas, uocantur Integra: aut quæ non sunt sexagesima pars alterius. Sic annus, dies, horæ, circulus, signa, gradus, milliare, stadium, passus, & similia, Integra uocantur, quanquam Gradus uocati dicantur apud probatos autores, Partes: & Minuta, Scrupula. Nos doctrinæ facilioris gratia, uulgò recepta uocabula seruabimus, dicturi de Additione & Subtractione, & reliquis speciebus.

ADDITIO.

IN *Additione illud primum obseruare oportet, ut Integra sub integris, & Fragmenta siue Minutiæ collocentur sub eiusdem generis Minutijs. Deinde facto initio à minimis Minutijs, fiat Additio in unam summam, singulas Minutias ordine colligendo. Tum uerò, si per Additionem summa 60 superauerit: diuidenda erit summa per 60: & quot unitates prouenerint, tot addendæ sunt proximè maiori Fractioni: ac deinceps reliquæ colligendæ sunt, donec ad Integra perueniatur. In his etiam obseruare conuenit Integrorum ualorem. Nam si Signa proponantur com-*

Finis. Interuallum.

FINIS.

Diuide summam per dimidium locorũ, à numero quoties, tolle principium, relinquetur finis. Vel sic.

Diuide summam per numerum locorum, numerũ quoties, duplica, hinc tolle principium, relinquetur finis.

EXAMEN.

Vt enim numerus qui est ex additione principij, & finis multiplicatus per dimidium locorum, producit summam, Sic contra, ex summæ diuisione per dimidium locorum, producitur numerus, qui ex additione principij & finis, à quo si sublatum fuerit principiũ, certum est remanere finem.

SEPTIMA REGVLA.

Tria cognita.

Finis. Interuallum. Loca.

Quæsita duo.

Principium. Summa.

PRINCIPIVM.

De numero locorum tolle unitatem, quod relinquitur, multiplica per interuallũ, productum tolle à fine, relinquetur principium. Vel sic.

Numerum locorum multiplica per interuallum, à producto tolle interuallum, quod relinquitur, tolle à fine, remanebit principium.

EXA-

EXAMEN.

Vt enim numerus, qui ex multiplicatione multitudinis interuallorum in ipsum interuallum, adiectus principio producit finem: sic idem à fine sublatus, relinquit principium.

OCTAVA REGVLA.

Tria cognita.

Finis. Interuallum. Summa.

Quæsita duo.

Principium. Loca.

LOCA.

Pone numerum locorũ rem unam, & secutus præcepta primum regulæ superioris, deinde regularum de re & censu, inuenies numerum locorum.

Vel sic.

Fini duplicato adde differentiam, producti dimidium per differentiæ dimidiũ diuide, & numeri quoties dimidium in seipsum multiplica, à producto tolle id quod est ex diuisione summæ, per dimidium differẽtiæ, relicti radicem quadratam tolle ex numero qui in seipsum multiplicatus fuit, & relinquetur numerus locorum.

Vel sic.

A fine tolle dimidium differentiæ, relictum diuide per dimidiũ differentiæ, numeri quoties dimidiũ ser-

ua. Item, à summa tolle finem, relictum diuide per dimidium differentiæ, numerum quoties tolle à quadrato numeri seruati; & relicti radicem quadratam ubi sustuleris à numero seruato, & relicto addideris unitatem, produces numerum locorum.

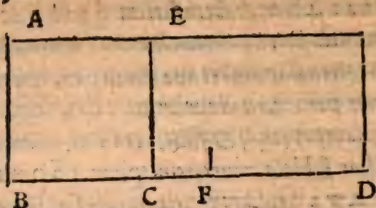
EXEMPLVM.

Ex mercatoribus qui societatem inierant, quisque portionem suam in medium confert, Primus 4560 aureos, secundus 160 aureos minus quàm primus, tertius totidem minus quàm secundus, & reliqui ordine æqualibus seruatis interuallis, & post biennium subducta ratione, inueniunt quinos aureos sortis peperisse quaternos lucri, & summam aureos 52224. Quæritur quot mercatores, & quanta summa pecuniæ collatæ.

EXAMEN.

Duplex hic est progreßio, altera pecuniæ collatæ, altera lucri, prioris notus est finis & interuallum, sequentis summa simul cum proportione lucri ad sortem. Sed quoniam oportet numeros nouisse tres, si uelis in totius progreßionis uenire cognitionem, ineunda est ratio qua inueniamus uel summam prioris, uel finem & interuallum sequentis. Summam prioris inueniemus multiplicando summā sequentis per quinque, & productum per quatuor diuidendo. Si enim aurei quaterni lucri, sortem habent quinos aureos,

certum est 52224 lucri, habere sortem 65280 aureorum. Ponentes iam numerum locorum rem unã, erit numerus interuallorum res una minus uno, quem multiplicantes per interuallum unum 160, eliciemus differentiam principij & finis, res 160, minus 160, quá à fine sublata manet principium, 160 res minus quàm 4720, addimus principium fini, fiunt 160 res minus quàm 9280, & productum multiplicamus per dimidium unius rei, quod est dimidium locorum, & colligimus summam, 80 census minus quàm 4640 res. Sed constat summam esse 65280 aureos, 80 igitur census minus quàm 4640 res, efficiunt summam 65280 aureorum. hoc est, 65280 aurei, & 80 census tantum ualent, quantum 4640 res. & quoniam partium ea est proportio quæ suarum æquè multipliciũ, sumemus octogesimas omniũ partes, hoc est, diuidemus censum, rem, & numerum absolutum, per numerum census 80, & inueniemus censum unum & 816 aureos, ualere 58 res. Sit igitur linea AB res una, ex qua describatur quadratum AC, & lineæ B C, ἐπ' εὐθείας iungatur linea CD, ut tota BD sit unitatum 58, & perficiatur parallelogrammon ED, est igitur rectangulum ED 816, & quadratum AC census unus, quæ simul constituunt rectangulum AD, quod ualet res 58. diuidatur linea BD in duo æqualia per punctum F. Quoniam igitur linea BD, est diuisa in duo æqualia in F, & in duo non æqualia



in C, erit rectangulum quod sub lineis, BC, CD, cum quadrato lineæ BF, æquale quadrato lineæ BF, est autem linea BD, nota, quoniam unitatum 58, & BF, 29, quadratum eius 841, à quo si sublatum fuerit rectangulum ED, 816, manent 25, quadratum lineæ CF, & ipsa linea CF, unitatum 5. quæ sublatæ ex BF, quæ est 29, relinquunt lineam BC, & æqualem illi AB, 24, linea autem AB, erat res una, & simul numerus locorum, numerus igitur locorum est 24.

NONA REGVLA.

Tria cognita.

Finis. Loca. Summa.

Quæsita duo.

Principium. Interuallum.

PRINCIPIVM.

Diuide summam per dimidium locorũ, à numero quoties tolle finem, & relinquetur principium.

Vel sic.

Diuide

Diuide ſummã per numerum locorum, numerum quoties duplica, hinc tolle finẽ, relinquetur principiũ.

EXAMEN VT IN
ſexta.

DECIMA REGVLA.

Tria cognita.

Interuallum. *Loca.* *Summa.*

Quæſita duo.

Principium. *Finis.*

PRINCIPIVM.

De numero locorum tolle unitatem, quod ſupereſt multiplica per interuallum, productum tolle ex numero qui naſcitur ex diuiſione ſummæ per dimidium locorum, & habebis principij duplum.

Vel ſic.

Summam diuide per loca, quod prouenit, duplica & ſerua. Item loca multiplica per interuallũ, à producto tolle interuallũ, & reſiduum tolle ex eo quod ſeruaſti, & manebit principij duplum.

EXAMEN.

Differentia principij & finis cõpoſita eſt ex omnibus differentijs medijs, numerus autem differentiarũ, unitate minor numero locorum. Quando igitur numerus differentiarum per differentiam unam multi-

plicatur, producitur differentia principij & finis. Quæ quidem differentia cum tollitur à fine, relinquitur principium: at cum à numero qui ex principio & fine est compositus, relinquitur principij duplum &c.

APPENDIX DE FRACTIONIBVS ASTRONOMICIS, siue de minutijs Physicis.



ON uideo difficultatem aliquam insignẽ in Minutijs, siue Fragmentis Physicis uel Astronomicis. Verùm ut sit expeditior uia iuuenibus ad præclarissimas disciplinas, ad quas potissimum his nostris commentationibus adiuuare lectorem uoluimus: paucissimis annotabo quæ possint difficilia uideri. Quoniam ergo motuum astrorum temporumq; dimensio, ad unguem rarissimè incidit in integras mensuras, utpote annos, menses, dies, & horas: aut circuli signa aut gradus: ideo coacti sunt artifices talia in minimas secare partes, ut exquisita constaret numeratio. Ob summam autem facilitatẽ placuit Sexagenaria diuisio: itaq; omnia Integra, quæ non habẽt partes usu receptas diuidunt in 60 partes, atq; uocant

Minuta,

Minuta. Minuta deinceps secant in alias 60 particulas, quas Secunda nominant: Secunda in 60 Tertia: atque hæc rursum in 60 Quarta partiuntur: sicq; cõtinuè procedunt ad Decima usq;: & ultra quoque si rei usus requirat. Quæcunq; uerò habent alias partes usu receptas, uocantur Integra: aut quæ non sunt sexagesima pars alterius. Sic annus, dies, horæ, circulus, signa, gradus, milliare, stadium, passus, & similia, Integra uocantur, quanquam Gradus uocati dicantur apud probatos autores, Partes: & Minuta, Scrupula. Nos doctrinæ facilioris gratia, uulgò recepta uocabula seruabimus, dicturi de Additione & Subtractione, & reliquis speciebus.

ADDITIO.

IN Additione illud primum obseruare oportet, ut Integra sub integris, & Fragmenta siue Minutiæ collocentur sub eiusdem generis Minutijs. Deinde facto initio à minimis Minutijs, fiat Additio in unam summam, singulas Minutias ordine colligendo. Tum uerò, si per Additionem summa 60 superauerit: diuidenda erit summa per 60: & quot unitates prouenerint, tot addendæ sunt proximè maiori Fractioni: ac deinceps reliquæ colligendæ sunt, donec ad Integra perueniatur. In his etiam obseruare conuenit Integrorum ualorem. Nam si Signa proponantur com-

munia, hoc est, qualia sunt 12 in Circulo: tum summa Graduum diuidenda per 30, ac numerus exiens signis adijciendus. Si uerò Signa fuerint Physica, quorum 6 circulum constituunt, qualia sunt ferè in tabulis Alfonsinis: tum Graduū aceruus per 60 diuidatur, &c. Quoties etiam Signorum communium summa 12, aut Physicorū 6, superauerit: toties illa abijciantur prorsus, & sola residua loco Signorum ponantur. Simile quoque iudicium est de alijs Integris. Sed hæc satis facilia sunt callenti quatuor species Arithmetices: Ideoq́; uno atque altero Exemplo declarasse satis uidetur. Placet ex Tabulis Eclipsium Purbachij colligere mediocrem motum Solis, ad diem 12 Nouembris, & horam secundam pomeridianam, anni 1547, ad quā futura putatur Eclipsis solis.

	Sig.	Grad.	Mi.	Secū.
Ad An. 1460 completū.	9	19	1	19
Pro 80. An. completis.	0	0	35	16
Pro 6. An. completis.	11	29	33	5
Pro Octob. completo.	9	29	38	11
Pro 12 diebus.		11	49	40
Pro 2 horis.			4	56
Summa omnium.	8	0	42	72

Summa Secundorum, est 147; quæ diuisa per 60,

efficit

efficit 2: hæc addita Minutis, faciunt simul 162. residuum uerò, nempe 27, subscribitur. Deinde summa Minutorum 162, diuisa per 60, rursum 2 producit: restantq; 42: quæ subscribuntur, & 2 gradibus adijciuntur: qui omnes collecti cum illis 2, efficiunt 90. quæ diuisa per 30 (quia signa sunt communia signis) efficiūt 3: nihilq; relinquitur: unde 0 subscribitur Gradibus, & 3 adduntur Signis: quæ unà cū alijs efficiunt 32: ab his abijcio 12 quoties possū, restantq; 8: quæ annotantur in Exemplo. Item, Volo inuenire mediā uocatā Coniunctionem, siue mediocrē Luminariū congressum ad eundem mensem ex ijsdem Tabulis. Itaq; sic ago.

	Dies	Horæ	Mi.	Se.
Ad Annū 1520 cōpletū.	21	14	32	11
Pro An. 26. completis	16	16	19	41
Pro Octobri completo.	8	16	30	30
Summa omnium.	46	23	31	22

Hic in Minutis, & Secundis, eodem modo quo dictum est proceditur: Verùm horarum summa quæ colligitur 47, diuisa est per 24: quia tot horæ diem naturalem constituunt. Residuum nempe 23 annotatur, & unitas per Diuisionem collecta, diebus adijcitur.

DE SVBTRACTIONE.

In

IN Subtractione similis ordo seruandus qualis in Additione: sed quoties Minutiæ à suis Minutis sub duci non possunt: tum subtrahantur ex 60, hoc est, ex unitate Minutiæ maioris: & residuum addatur Minutijs ex quibus Subtractio fieri debebat: summa subscribatur. Hoc quoties contigerit, toties unitas additur sequenti numero subtrahendo. Si uerò Gradus à Gradibus subtrahendi fuerint, & subtrahendus superauerit illum à quo debet fieri Subtractio, tunc subtrahantur ex 30, siquidem Signa communia proposita fuerint: reliqua perficiantur ut dictum est. Similiter horarum numerus, cùm opus est, ex 24 subtrahitur. Ac eodem modo de alijs intelligendum.

Exempli gratia, Collegeramus per Additionem, mediocrem motum Solis, 8 Sig. 0 Grad. 42 M. 27 Secund. Vt hinc colligamus uerum Solis locum, iubemur subducere æquamentũ: quod colligitur ex Tabulis ijsdem Purbachij 1 Grad. 9 Mi. 53 secunda: quæ sic colloco.

Hic igitur 53 iubeor auferre ex 27, quod fieri nequit. Igitur subtraho 53, ex 60, hoc est, ex uno

Sig.	Grad.	Mi.	Secun.
8	0	42	27
	1	9	53
7	29	32	34

Minuto: restant 7: quæ addita ad 27, faciunt 34: hæc subscribũntur: deinde 10 ex 24 subtracta, relinquũt 32: postea unũ ex nihilo auferri nõ potest: ideo subducitur

citur ex 30: restant 29 gradus, quia signa sunt communia, Demum unitas aufertur ex 8 Signis. Sic colligimus, Solem ad tempus adsignatum, occupare Scorpij 29 Gradus, 32 Minuta, & 34 Secunda. Similiter de diebus, horis & Minutijs alijs faciendum est. Vt quia collegeramus per Additionem, dies & horas cũ Minutijs pro mediocri Coniunctione Luminarium: iubemur illud tempus auferre ex 59 diebus, 1 hora, 28 Minutijs, & 6 Secundis: quæ sic collocamus.

Igitur 22 Secunda ex 60, relinquũt 38: quibus addita 6, faciunt 44: deinde addimus ad 31: fiunt

Dies	Horæ	Mi.	Secun.
59	1	28	6
46	23	31	22
12	1	56	44

32: quæ ablata ex 60, relinquunt 28: quæ cum 28 cõficiunt 56. Iam uerò unitas addenda 23 horis, fiuntq; 24: quæ auferantur 24, quia ab 1 non possunt: sic nihil relinquitur. Ideoq; 1 subscribimus, & 46 diebus unum adijcimus, summamq; ex 59 auferimus: relinquuntur 12. Quòd si in Subtractione Integra ab Integris auferri non poßint: tum quoque maiora Integra mutuare oportet, secundùm ipsorum integrorũ quæ proponuntur, ualorem. Vt si 6 Signa communia cum 28 Gradibus iubeor auferre ex 4 Signis & 6 Gradibus: primum subduco 28 Gra. ex 30: restant 2: quæ cum 6, constituunt 8: deinde unitatem adijcio ad 6 Signa: fiunt 7: quæ aufero ex 12 Signis, quia tot sunt

in toto

in toto Circulo: restant 5 Signa: quæ cum 4 Signis cõstituũt 98. Restant igitur 9 Signa, & 8 Gradus. Similia quiuis facilè in alijs imaginabitur.

DE MVLTIPLICATIONE.

IN Multiplicatione & Diuisione potißima difficultas est in inuenienda Denominatione productorũ. Nam quod ad Multiplicationem attinet, oportet singulos numeros Multiplicantis in omnes sigillatim Multiplicandi numeros ducere: deinde producta eiusdem denominationis addere: & quæ 60 excedunt, per Diuisionem ad maiora reducere: sic colligitur Multiplicationis summa. Sed hîc admonere oportet difficultatis, quæ Integris incidit. Vt si proponantur Dies, Horæ, & Minuta, multiplicanda per Signa, Gradus, Minuta, & Secũda. quoniã in multiplicando numero proponuntur duplicia Integra, Dies nempe & Horæ: oportet illa reducere ad unum genus integrorum. Hoc autem satis facili uia potest fieri, nam horæ ad Minuta Diei reduci per regulam Proportionũ, uel per Tabellas ad hoc extructas, quæ in Alfonsinis Tabulis habẽtur. Sed breuis Regula est. Multiplicatus enim Horarum numerus per $2\frac{1}{2}$ fit numerus Minutorum Diei. Vel multiplica Horas per 5, & medietas producti erit numerus idem Minutorum diei. Hoc ubi acci-

dit,

dit, oportet quoq; reliqua Minuta Horarum & Secũda, & quæcunq; fuerint deinceps Fractiones, ad Dierum fractiones reducere: eadem scilicet uia, qua Horæ ad Minuta Dierum reducebantur. Nam si Minuta Horarum per $\frac{1}{2}$ multiplicentur, fiunt Secũda Dierũ. Si uerò Secunda Horarum eo modo aucta fuerint, fient Tertia Dierum. Tota uerò hæc res pendet ex regula Proportionũ. Quia enim diẽ uolumus partiri in 60: dicimus, 24 Horæ ualent 60 Minuta, quantũ 20? uel quilibet alius numerus Horarum. Si uerò interim per hanc reductionem numerus exurgat maior quàm 60: tunc diuidendus est numerus productus per 60: productum addendum maiori Fractioni, residuum suo loco seruandum.

Vno uerò Exemplo hãc doctrinã declarasse sat fuerit. Placet multiplicare Lunæ motum diurnũ per 29 dies, 12 horas, 44 mi. 3 secunda. Est autẽ motus Lunæ diurnus ex Alfonsinis Tabulis, quas sequitur Purbachius, 13 Gra. 10. Mi. 35 Secunda, 1 Tertia. Igitur ante multiplicationẽ reducendi sunt numeri ad sexagenariã diuisionẽ. Ideoq; 3 secun. Horarũ multiplico per 5, diuidoq; per 2, fiũt 7 Tertia Diei, cũ dimidio: hoc est, 30 Quartæ diei. Deinde 44 Minu. multiplico per 5, fiũt 220: quæ diuido per 2, exurgũt 110 Secunda Diei: hæc diuido p̃ 60, prouenit 1 Minutũ Diei: quod seruo. Relinquuntur autem 50 Secunda Diei: quæ suo loco

anno-

annoto. Demum 21 Horas similiter duco in 5, diuidoq; per 2: fiunt 30 Minuta Diei: quibus unum iam antea per diuisionem collectum adijcio: fiunt postremò 29 Dies, 31. Mi. 50 Secunda, 7 Tertia, & 30 Quarta Diei, multiplicanda per motum Lunæ antea positum. Hunc autem non oportet mutare, quia seruatur ordo sexagenariæ diuisionis. Hoc igitur in Multiplicatione & Diuisione efficiendum est sedulò, ut talis ordo seruetur: hoc est, ut Integra quæ proponũtur, in 60 Minuta secentur, absq; ulla alia partitione intercedente: quælibet etiam deinceps Fractiones in 60 minores particulas intelligantur diuidi. Sic enim confusio denominationum productarum euitabitur. Iam uerò ut denominationes productorum absq; difficultate inueniri poßint: pone ordine naturali denominationes quotquot uelis, eisq; numeros naturali serie progredientes subscribe, hoc modo,

Integra, Mi. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. &c.
0 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Quandocunq; igitur multiplicas duos numeros inter se, productum erit eius denominationis quam ostendet numerus collectus ex duobus numeris, subscriptis multiplicantium duorum denominationibus. Vt cùm duco Minuta in Secunda, fiunt Tertia: quia 1 & 2 faciunt 3. Item cùm Tertia in Tertia duco, fiunt sexta: cùm Integra in Secunda ducuntur, fiunt Secunda: cùm

da: cùm in Tertia, Tertia. Ac similiter de reliquis iudicabis. Huius autem rei demonstratio ex Fractionibus uulgaribus petitur. Quia enim Integrum omne hic in 60 diuiditur; erit necessariò Minutũ $\frac{1}{60}$ integri. Et quia Secundũ est $\frac{1}{60}$ Minuti, hoc est, sexagesima sexagesimæ particulæ: erit ideo Secundũ, $\frac{1}{3600}$ Integri: sic unum Tertium, est $\frac{1}{219000}$ Integri: unum quartum, $\frac{1}{12960000}$ Integri: & unum Quintum, $\frac{1}{777600000}$ Integri: qui numeri continua multiplicatione sexagenaria fiunt. Facilè igitur patet ex regulis uulgarium Fractionum, quòd cùm $\frac{1}{3600}$, hoc est, 1 Secundum multiplico per $\frac{1}{216000}$ producitur $\frac{1}{777600000}$; hoc est, unum Quintum: sicut 2 & 3 faciunt 5. Nam unum Tertium est $\frac{1}{216000}$ Integri, ut ostendimus. Ac eodem modo de reliquis omnibus colligendum est.

Nunc igitur ad Exemplum propositum accedamus. Atque ut confusio omnis euitetur, ponantur duo numeri ordine naturali, ut sequitur.

Integra.	Mi.	2,	3,	4,	5,	6,	7.	
29,	31,	50,	7,	30,				Multiplicandus
13,	10,	35,	1.					Multiplicans
			29	31	50	7	30.	Producta
	17	13	34	14	22	30		multipli-
4	55	18	21	15	0			cationis
383	44	51	37	30				sparsa.
389	57	24	2	31	12	37	30.	Productū.

Primùm, duximus 1 Tertium in 30 Quarta: unde exierunt 30 Septima, secundā regulā: ac sic deinceps, ut patet in primo ordine productorum. Secundò duximus 35, in omnes supremi ordinis numeros, primùm uerò in 30 Quarta: & quia 35 Secunda sunt, producuntur 1050 Sexta: quæ diuisa per 60, efficiunt 17 Quinta, & 30 Sexta: ideoq; 30 scribo suo ordine, 17 uerò seruo. post hæc duco 53 in 7: fiunt 245 Quinta: quibus addo 17 Quinta seruata: est igitur summa Quintorum, 262: quæ rursum partior per 60: fiunt 4 Quarta, & 22 Quinta: scribo 22 suo loco, et 4 seruo. Similiter 35 duco in 50: fiunt 1750 Quarta, quia Secunda ducuntur in Secunda: Addo nūc istis, 4 Quarta prius seruata: fiunt 1754 Quarta: quæ diuisa per 60, faciunt 29 Tertia, & 14 Quarta. Ac sic perfeci reliquam Multiplicationem, quam adscriptam uides, multiplicando scilicet singulos Multiplicantis numeros in

ros in singulos Multiplicandi, ac producta, ubi excreuerint, per 60 diuidēdo. Nec opus mihi uidetur ista latius prosequi: cū ex dictis & uulgari Arithmetica facilia sint. Sic igitur collegimus Lunā mediocri motu percurrere 389 Gradus, siue 12 Signa cōmunia, 26 Gradus, 6 Minuta, & reliqua quæ per Multiplicationem collecta sunt in Diebus 29, Horis 12, Minutis 44, & Secundis 3. Eadē quoq; ratio seruatur, cū Gradus, Minuta, Secunda, & Tertia, multiplicātur in Milliaria, eorūq; Minuta, Secunda, & Tertia. At quoniā duplicia proponuntur Integra: cōtingit nō immeritò dubitatio de producti denominatione: Vt quia tēpus multiplicauimus per motū: in quæstionē uerti potest, quid per Multiplicationē prognatum sit, tempúsne an motus: hoc est, num Integrorum nomine Dies an Gradus contineantur. Hoc autem colligemus ex propositæ Quæstionis natura. Vt, quoniam Dies complectuntur motum adsignatum: erit productum de natura complexi, & non complectentis: ideoq; 389. Integra, Gradus notant. Sic cùm Gradus & Minuta multiplicantur per Milliaria & Minuta: productum denominabitur à Milliaribus & Minutis illorum, eò quòd ferè Gradus, ipsa Milliaria cōplectantur. Sic enim in Geographia dicimus Gradus singulos magni Circuli continere 60 Milliaria Italica: in parallelis uerò, tātò minus, quantò propiùs ad Polum accesserint. Atque hoc modo de omnibus iudicandum est.

DE DIVISIONE.

IN Diuisione inprimis debet constare sexagenaria illa progreßio, de qua in Multiplicatione abundè diximus: potißimum si quando Diuisor compositus fuerit, & absque reductione Diuisionem perficere uoluerimus. Quando enim Diuisor simplex est, nullam habet in operando difficultatem: nam singuli numeri qui in Diuidendo ponuntur, sigillatim per Diuisorem sunt diuidendi. Productorum uerò denominationem scies ex Tabella in Multiplicatione posita, ubi singulis Minutijs suas denominationes ordine naturali adscripsimus. Nam sicut in Multiplicatione per Additionem talium numerorum denominatio productorũ colligebatur: ita in Diuisione per Subductionem, productorum denominatio cognoscitur. Subtrahenda uerò est semper Diuisoris denominatio à Diuidendi denominatione: sic producti denominatio colligitur.

Vt si 24 Tertia diuidam per 6 Minuta: fient 4 secunda: si Tertia per Tertia: fiunt Integra: quoniã 3 ex 3 ablata, nihil relinquunt. Est autem Integrorum nulla denominatio, ut antea in Multiplicatione ostendimus. Atq; ut ibi ex Fractionum uulgarium artificio docuimus denominationes inueniri posse: ita quoque in Diuisione fieri posse non est dubium. Vt, quando

diuido

diuido $\frac{24}{216000}$ *(ſic denominantur Tertia) per* $\frac{6}{60}$ *hoc eſt, 6 Minuta : ducuntur 60 in 24 : & 6 in 216000: producunturq́;* $\frac{1440}{1296000}$. *Quòd ſi utrumq; per 6 diuiſeris, redibit denominator Phyſicus: fientq́;* $\frac{240}{216000}$, *hoc eſt, 240 Tertia: Nam 216000 denominatio eſt Tertiorum. Quòd ſi ambos per 60 diuiſeris: prodibunt* $\frac{4}{3000}$, *hoc eſt, 4 ſecunda. 3600 enim, denominatio eſt Secundorum: nec poteſt ad minorem fractionem Phyſicam reductio perducere. Sola enim diuiſione ſexagenaria fit progreßio denominationum Phyſicarum. At quanquam 3600, per 60 diuidi poſſunt: 4 tamen illam diuiſionem non admittunt: ideoq́; ad aliam Phyſicam denominationem* $\frac{4}{3500}$ *non reducuntur: licet eadem hæc fractio ualeat reducta* $\frac{1}{900}$. *Sed ſufficit hæc indicaſſe ſtudioſis, ut ſciant non ſine ratione dari Regulas illas inueniendi denominationes Phyſicas.*

Contingit uerò frequenter in Diuiſione, Diuiſorē non contineri exactè in numero diuidendo. Tum ſanè reſiduum per 60 multiplicatum, pertinebit ad fractionem ordine ſequentem. Exempli cauſa, Motus Lunæ in Die ab Alfonſo ſtatuitur, 13 Graduū, 10 Mi.

35 Secund. 1 Tert. 15 Quart. Volo hinc discere, quantũ eadẽ Luna unius Horæ spatio emetiatur. Diuidã ergo motum aßignatũ per 24 Horas, hoc est, Integra in primis nõ possunt 13 diuidi per 24: ideoq; multiplico 13 per 60: fiunt 780 Minuta: quibus addẽda sunt 10 Minuta quæ sequuntur. Iamq; 790 diuisa per 24, fiunt 32 Minuta: restãt 22: quæ rursum in 60 ducta, faciũt 1320 Secunda. His adijcio 35 Secunda: unde colliguntur 1355 secunda. Hæc diuido per 24: colligo 56 Secũda, Restãt uerò 11 Secunda. Hæc multiplicata per 60, reddunt 600: quibus si 1 tertium adiecero: fiunt 661 Tertia. Hæc diuido per 24: fiunt 27 Tertia. Relinquũtur 13: quæ ducta in 60, efficiũt 780 Quarta: quibus 15 adijcio: ac surgunt 795 Quarta: quæ diuido per 24, ac colligo 33 Quarta. Ac sic progrediendum est quantum libet: nos enim reliquas fractiones, breuitatis gratia, omisimus. Itaq; motus horarius Lunæ, est 32 M. 56 Secunda, 27 Tertia, & 33 Quarta. Verùm frequenter accidit, Diuisorẽ esse cõpositum ex uariè denominatis numeris: ac tunc maior longè incidit difficultas. Vt, Fingamus Lunã distare secundùm uiæ suæ tramitẽ, ab aliqua stella fixa, 36 Gradibus, 30 Minutis, 24 Secundis, 50 Tertijs, et 15 Quartis. Quæritur, quanto tempore Luna spatiũ illud percurret secundũ mediocrẽ suum cursum, quẽ statuimus 13 Gradibus, 10 Mi. 35 Secund. 1 Terti. & 15 Quart. per Diem. Duplex

autem

autem in tali diuisione uia potest adsignari. Altera *est, ut uterq; numerus, tam* Diuidendus *quàm* Diui*sor, reducatur ad minimam in quæstione propositam denominationem, ut hoc in loco ad* Quarta. *Fit autē reductio talis per multiplicationem sexagenariam: quemadmodum in nostra* Quæstione, *primum multiplicauimus* 36 *per* 60: *fiunt* 2160 Minuta: *his adijciemus* 30 M. *fitq; summa* 2190 Mi. *Hæc rursum per* 60 *multiplicauimus: sic enascuntur* 131400 Secunda: *quibus adiecta* 24 Secunda, *constituunt* 131424 Secunda. *Hæc deinceps per* 60 *multiplicata, faciunt* 7885440 Tertia. *His adiecta* 50 Tertia, *efficiunt* 7885490 Tertia. *Demū hæc in* 60 *ducta, producūt* 473129400 Quarta: *quibus si* 15 *adijciantur: fit tota summa diuidēda*, 473129415 Quarta. *Eodē modo* Diuisor *reductus cōstituit* 170766075 Quarta. *Facta reductione, diuidatur numerus* Diuidendus *per* Diuisorem: *& productum denominabitur ab* Integris. *Quod uerò diuidi nō potest, ducatur in* 60: *productumq; diuisum per eundem* Diuisorem, *dabit* Minuta: Ac *sic deinceps quantum libet progredi licebit.* Vt *cùm diuido* 473129415, *per* 170766075, *primò producuntur duo* Dies: *restant uerò* 131597265 Quarta. *Hæc ducantur in* 60: *fiunt* 7895835900 Quinta: *quæ deinceps diuisa per* 170766075 Quarta, *producunt* 46 Minuta Diei. *Sunt autem residua* 40595450 Quinta: *hæc multiplicata per*

60, gignunt 2435727000 Sexta: quæ si diuidantur per 170766075 Quarta, colliguntur 14 Secunda. Atq; hoc modo procedendum ad reliquas Fractiones, multiplicando residua per 60, ac diuidendo per eundem Diuisorem. Hic uerò modus reducendi ualet non solùm in Diuisione, cùm Diuisor compositus est, uerùm etiam in omni alia Diuisione commodißimus existit. Neque uerò in Diuisione sola hæc ad unam minimamq; Fractionē reductio locū habet, sed in Multiplicatione quoque sæpe exercetur: id quod amplius declarare non uidetur necessarium. Ipsa autem reductio haud aliter fit quàm nunc indicauimus. Multiplicatio uerò per se nota. Verùm productus numerus Diuisione sexagenaria ad proximè maiorem Fractionem reducitur: ubi si adhuc numerus superauerit 60, rursum fit Diuisio: atq; sic deinceps, donec ordo per Diuisionem ad Integra perducat, uel ad numerum minorem 60. Sed de his satis.

Restat alia uia diuidendi absque reductione numerorum, non paruam habens difficultatem. Hanc exemplo potius, quàm obscuris uerborum ambagibus declarandam censeo. Ideoq; proponantur ijdem numeri diuidendi, ac idem quoque Diuisor, qui in Quæstione superiori adsignabantur, ac collocentur hoc ordine.

Integr.

Integr.	Mi.	2.	3.	4.	
36.	30.	24.	50.	15.	Diuidendus.
13.	10.	35.	1.	15.	Diuisor.

Hic quæro, quoties 13 in 36 ? quia uerò bis continentur, multiplico totū Diuisorem *per 2: fiunt 26* Integra, *21* Mi. *10* Secund. *2* Tertia, *30* Quarta, *quæ subtracta ex* Diuidendo, *relinquunt 10* Integra, *9* Mi. *14.* Secund. *47* Tertia, *& 45* Quarta. *Iam quia 10* Integra *amplius per 13 diuidi nequeunt, resoluo ea in* Minuta, *multiplicando per 60: fiuntq; cum 9* Mi. *609* Minuta. *His rursum* Diuisorem *subijcio,*

Mi.	2.	3.	4.		
609.	14.	47.	45.	0.	
13.	10.	35.	1.	15.	Diuisor.

Hic rursum quæro, quis sit numerus qui in Diuisorem *ductus, totum suprà positum quàmproximè auferat. Inuenio autem 13 in 606, contineri quadragies sexies: satis restare pro reliquis multiplicatis per 46. Ideoq; totum* Diuisorem *multiplico per 46* Minuta: *siquidem diuidendo* Minuta *per* Integra, *fiunt* Minuta. *Prodit autem ex multiplicatione hic numerus, 606* Mi. *6* Secunda, *50* Tertia, *57* Quarta, *&*

30, Quinta. Hæc aufero ex ſuperiori ſecundùm Regulas in Subductione datas: reſtant 3 Mi. 7 Secunda, 57 Tertia, 47 Quarta, 30 Quinta. Et quia 3 Mi. per 13 diuidi nequeunt: reſoluo ea in Secunda, per 60 multiplicando: ſicq; cum 7 additis, fiunt 187 Secunda, 56 Tertia, 47 Quarta, 30 Quinta. Hæc rurſum diuido p Diuiſorem. Quoniam enim 13 in 187 continentur decies et quater, multiplico totum Diuiſorem per 14 Secunda: nã diuidendo Minuta per Integra, colligimus Secunda. Efficit autem multiplicatio 184 Secunda, 28 Tertia, 10 Quarta, 17 Quinta, 30 ſexta. Ablatis iſtis ex ſuperiore, reſtant 3 Secunda, 28 Tertia, 37 Quarta, 12 Quinta, 30 Sexta. Per hæc uerò licebit ulterius diuidendo progredi quantum placet. Sed nobis ſat eſſe uidetur, oſtendiſſe duplici uia ad eundem finẽ peruenire nos poße. Inuenimus enim utroq; modo Lunam abſoluturam ſpatium adſignatum, duobus Diebus, 46 Minutis Dierum, & 14 Secundis Dierum: hoc eſt, duobus Diebus, 18 Horis, & 53 Minutis. Reducuntur enim Minuta Dierum in Horas, duplando ac diuidendo per 5: ſic Secunda Dierum reducuntur in Minuta Horarum, duplando ac diuidendo per 5. Id quod ex Regula Proportionum colligitur. 60 enim Minuta Diei faciunt 24 Horas: ſiue 5 faciunt 2. Atque eodem modo de reliquis iudicandum. Qualiter uerò cùm Multiplicatio tum Diuiſio per Tabulam uocatam proportionalem abſoluantur, hoc loco

ſuper-

superuacaneum docere puto: cùm hæc ratio suffiaciat: nec illa careat sua difficultate: tum uerò satis apud authores Tabularum illa tractantur.

DE RADICVM EXtractione.

Exiguus usus est Radicum Quadratarum aut Cubicarum in Fractionibus Physicis: nec aliqua difficultas. Quærüntur enim eodem modo Radices, quo in uulgari Arithmetica docetur: solum uerò artificium est in denominatione inuenienda. Oportet autem esse uel Integra, uel denominationem parem, cùm Radicem Quadratam inuenire uolumus. Vt, Radix Quadrata de 36 Integris, est 6 Integra. Item Radix Quadrata de 36 Secundis, est 6 Min. Item Radix Quadrata de 36 Quartis, est 6 Secunda. Oportet enim solùm denominationem mediare, ut surgat denominatio Radicis. Quòd si numerus compositus ex uarijs proponatur, is ad unicam reducendus, ut in Diuisione diximus. Sic Radix Quadrata de 26 Minutijs, & 40 secundis, est 40 Minuta. Nam 26 Minu. ualent 1560 secunda: quibus si 40 adijciantur, fiunt 1600 Secunda: horum Radix Quadrata, est 40 Minuta. Si uerò numerus proponitur cuius denominatio non fuerit par, reducetur ad talem denominationem. Vt, uolo inquirere Radicem Quadra-

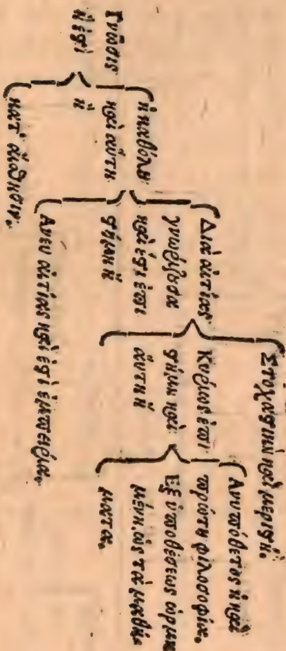
tam 4 Graduum, 25 Minutorum. Reducta ad Secunda, fiunt 15900 Secunda: horum Radix Quadrata ualet 126 Minuta. Quòd si exactiùs uellemus Radicem inquirere, reducenda essent illa Secunda ad Quarta.

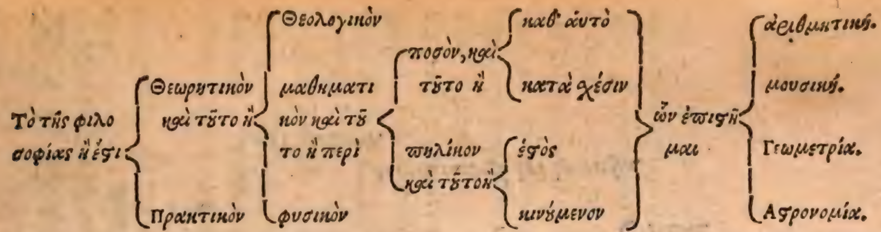
Sic in Cubicis oportet denominationem esse ternario diuisibilem, uel Integra esse. Ideoq; si talia non proponantur, reductione utendum est. Itaq; Radix Cubica de 27 Integris, est 3 Integra: Radix Cubica de 27 Tertijs, 3 Minuta: Radix Cubica de 27 Sextis, 3 Secunda. Demum Radix Cubica ex 59 Integris, 19 Mi. 8 Secundis, 24 Tertijs, ualet 234 Minuta. Reducti enim numeri ad Tertia, constituunt 12812904 Tertia, quorum Radix Cubica ualet 234 Minuta, siue 3 Integra, 54 Min. Eodem modo agendum est de alijs similibus. Examinantur autem omnes istæ species & operationes, per contrarias operationes. Et si Quæstiones obijciantur ex Regula Proportionũ, quemadmodum frequenter pro parte proportionali in Tabulis inuenienda contingit: perficienda est Regula multiplicando, & diuidendo per has species, ut ratio Regulæ exigit.

TYΠOI.

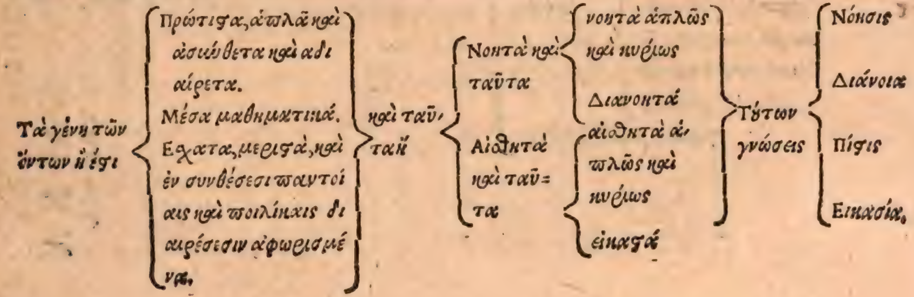
ΤΥΠΟΙ.

ΣΧΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΚΑ-
ΝΟΝΕΣ ΤΟΥ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΤΩΝ ΜΑ-
θημάτων βιβλίου.





Τὸ τῆς φιλοσοφίας ἡ ἐστι
Θεωρητικὸν καὶ τοῦτο ἡ
Θεολογικὸν
μαθηματικὸν καὶ τοῦτο ἡ περὶ
ποσὸν, καὶ τοῦτο ἡ
καθ' αὑτὸ
κατὰ σχέσιν
πηλίκον καὶ τοῦτο ἡ
ἑστὸς
κινούμενον
ὧν ἐπιστῆμαι
ἀριθμητική.
μουσική.
Γεωμετρία.
Ἀστρονομία.
φυσικὸν
Πρακτικὸν



Τὰ γένη τῶν ὄντων ἡ ἐστι
Πρώτιστα, ἁπλᾶ καὶ ἀσύνθετα καὶ ἀδιαίρετα.
Μέσα μαθηματικά.
Ἔσχατα, μεριστὰ, καὶ ἐν συνθέσεσι παντοίαις καὶ ποικίλαις διαιρέσεσιν ἀφωρισμένα.
καὶ ταῦτα ἡ
Νοητὰ καὶ ταῦτα
νοητὰ ἁπλῶς καὶ κυρίως
Διανοητά
Αἰσθητὰ καὶ ταῦτα
αἰσθητὰ ἁπλῶς καὶ κυρίως
εἰκαστά
Τούτων γνώσεις
Νόησις
Διάνοια
Πίστις
Εἰκασία.

- Περὶ ὧν ἡ μία καὶ καθόλου καὶ πάσας
  - Νοητὰ ὧν κυριώταται εἰσὶν ἐπιστῆμαι δύο
    - Ἀριθμητικὴ ἣ καὶ διαιρεῖται εἰς τὴν τῶν
      - Γραμμικῶν
      - ἐπιπέδων
      - στερεῶν
      - } ἀριθμῶν θεωρίαν.
    - Γεωμετρία ἣ ἐστι περὶ
      - Σημεῖα
      - Γραμμὰς
      - Γωνίας
      - Ἐπίπεδα
      - Στερεά.
      - } καὶ ταύτης μέρη
        - ἡ κυρίως γεωμετρία
        - Στερεωμετρία.

ὧν τὰς μαθηματικὰς γνώσεις ἐν ἑνὶ περιέχουσαι· ἔστι ἤ

- Αἰσθητὰ ὧν κυριώταται εἰσὶν ἐπιστῆμαι ἓξ ἤ
  - Μηχανικὴ ὑπὸ δὲ ταύτης ἤ
    - Ὀργανοποιητική.
    - Θαυμαστοποιητική.
    - ἡ τῶν ἰσορρόπων καὶ κεντροβαρικῶν διάγνωσις.
    - Σφαιροποιΐα.
  - Ἀστρολογία ἧς μέρη ἤ
    - Γνωμονική
    - Μετεωροσκοπική
    - Διοπτρική
  - Ὀπτική, ἧς μέρη ἤ
    - Ἰδίως ὀπτική
    - Κατοπτρική
    - Σκηνογραφική.
  - Γεωδαισία, ἧς μέρη τά
    - Εὐθυμετρικά
    - Ἐμβαδομετρικά
    - Στερεομετρικά
  - Λογιστικὴ καὶ αὕτη ἤ
    - Συνθετική
      - Φυσικὴ καὶ κοινή
      - Ἀστρονομικὴ καὶ τεχνική.
    - Ἀναλυτικὴ ἤ χρῆται ἤ
      - ὡρισμένῃ
      - ἀορίστῳ
        - ὑποθέσει.
  - Κανονικὴ ἡ καὶ ἁρμονική.

- Ἑκάστη τῶν ἐπιστημῶν ἔχει
  - Ἄλλο μὲν τὸ γένος τὸ ὑποκείμενον περὶ ὃ πραγματεύεται· καὶ οὗ τὰ πάθη σκοπεῖν προτίθεται.
  - Ἄλλας δὲ τὰς ἀρχὰς αἷς χρῆται πρὸς τὰς ἀποδείξεις.
  - Ἄλλα δὲ τὰ καθ' αὐτὰ ὑπάρχοντα.
    - ὡς ἡ Γεωμετρία ἔχει
      - ὑποκείμενα
        - Τρίγωνα
        - Τετράγωνα
        - Κύκλους.
        - Καὶ ὅλως σχήματα καὶ μεγέθη καὶ τούτων πέρατα
      - Αἰτήματα καὶ ἀξιώματα.
      - Καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα
        - Διαιρέσεις
        - Λόγους
        - Ἀφάς
        - Ἰσότητας καὶ ἀνισότητας
        - Παραβολάς
        - Ὑπερβολάς
        - Ἐλλείψεις
        - Ἐναρμόσεις

ἡ μαθηματικὴ χρῆται ταῖς τῶν διαλεκτικῶν μεθόδοις, καὶ ἔχει

- Ορισμοὺς, οἳ καὶ ὑποθέσεις καλοῦνται
- Διαιρέσεις
  - } ἐν ταῖς τῶν ἀρχῶν ὑφηγήσεσι
- Συνθέσεις
- Αναλύσεις
  - } ἐν ταῖς εὑρέσεσι
- Αποδείξεις ἐν ταῖς μετὰ τὰς ἀρχὰς προτάσεσι.

Τῶν θεωρημάτων τὰ μὲν ἐστι

- Στοιχεῖα. δεῖ δὲ τὸν τὰ στοιχεῖα συντάττοντα χωρὶς παραδοῦναι
  - Τὰς ἀρχὰς τῆς ἐπιστήμης. καὶ μὴ διδόναι λόγον αὐτῶν.
  - Τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν, καὶ λόγον αὐτῶν διδόναι.
- Στοιχειώδη.
- Εξω τῆς τούτων δυνάμεως.

Αἱ κοιναὶ τῆς ἐπιστήμης ἀρχαὶ διαιροῦνται εἰς

- Ὑποθέσεις καὶ ὅρους.
- Αἰτήματα, ἐν οἷς πορίσασθαί τι καὶ ποιῆσαι προσταττόμεθα, εὐπόριστα καὶ εὐμήχανα.
- Ἀξιώματα, ἢ κοιναὶ ἔννοιαι, ὅσα αὐθότι εἰς γνῶσιν ἐστὶ καταφανῆ, καὶ πρόχειρα ταῖς ἀδιδάκτοις ἡμῶν ἐννοίαις.

Καὶ ταῦτα ἢ ἐστι

- Ἴδια ἑκάστης ἐπιστήμης
- Κοινὰ πάσης θεωρίας.

Ἡ Γεωμετρία ζητεῖ

- τί
- εἰ
- ὅτι
- διότι

ἐστί.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν διαιρεῖται εἰς τὰ

- Προβλήματα περιέχοντα τὰ τῶν σχημάτων παθήματα, ὥς εἰσί
  - Γενέσεις.
  - Θέσεις.
  - Τομαί.
  - Ἐπαφαί.
  - Ἀφαιρέσεις.
  - Προσθέσεις.
  - Παραβολαί.
  - Ἀναγραφαί.
  - Περιγραφαί.
  - Ἐναρμόσεις.
- Θεωρήματα, ἃ δείκνυσι τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα, καὶ μὴ ὑπάρχοντα.

tam 4 Graduum, 25 Minutorum. Reducta ad Secunda, fiunt 15900 Secunda: horum Radix Quadrata ualet 126 Minuta. Quòd si exactiùs uellemus Radicem inquirere, reducenda essent illa Secunda ad Quarta.

Sic in Cubicis oportet denominationem esse ternario diuisibilem, uel Integra esse. Ideoq; si talia non proponantur, reductione utendum est. Itaq; Radix Cubica de 27 Integris, est 3 Integra: Radix Cubica de 27 Tertijs, 3 Minuta: Radix Cubica de 27 Sextis, 3 Secunda. Demum Radix Cubica ex 59 Integris, 19 Mi. 8 Secundis, 24 Tertijs, ualet 234 Minuta. Reducti enim numeri ad Tertia, constituunt 12812904 Tertia, quorum Radix Cubica ualet 234 Minuta, siue 3 Integra, 54 Min. Eodem modo agendum est de alijs similibus. Examinantur autem omnes istæ species & operationes, per contrarias operationes. Et si Quæstiones obijciantur ex Regula Proportionū, quemadmodum frequenter proparte proportionali in Tabulis inuenienda contingit: perficienda est Regula multiplicando, & diuidendo per has species, ut ratio Regulæ exigit.

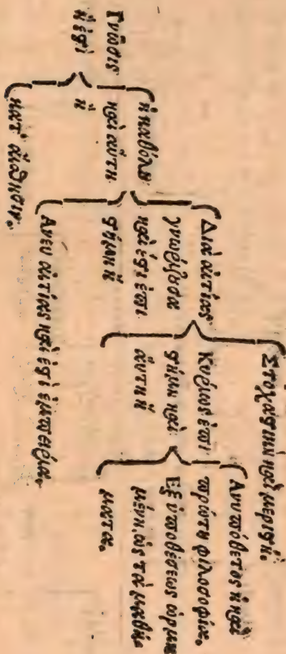
TYΠOI.

ΤΥΠΟΙ.

ΣΧΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΚΑ-

ΝΟΝΕΣ ΤΟΥ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΤΩΝ ΜΑ-

θημάτων βιβλίου.

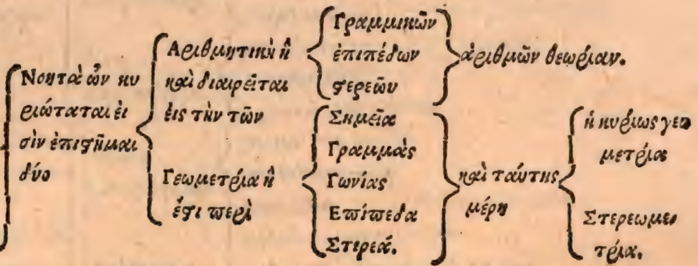


Τὸ τῆς φιλοσοφίας ἢ ἐστι
- Θεωρητικὸν καὶ τοῦτο ἢ
  - Θεολογικὸν
  - μαθηματικὸν καὶ τοῦτο ἢ περὶ
    - ποσὸν, καὶ τοῦτο ἢ
      - καθ' αὑτὸ
      - κατὰ σχέσιν
    - πηλίκον καὶ τοῦτο ἢ
      - ἑστὸς
      - κινούμενον
    - ὧν ἐπιστῆμαι
      - ἀριθμητική.
      - μουσική.
      - Γεωμετρία.
      - Ἀστρονομία.
  - φυσικὸν
- Πρακτικὸν

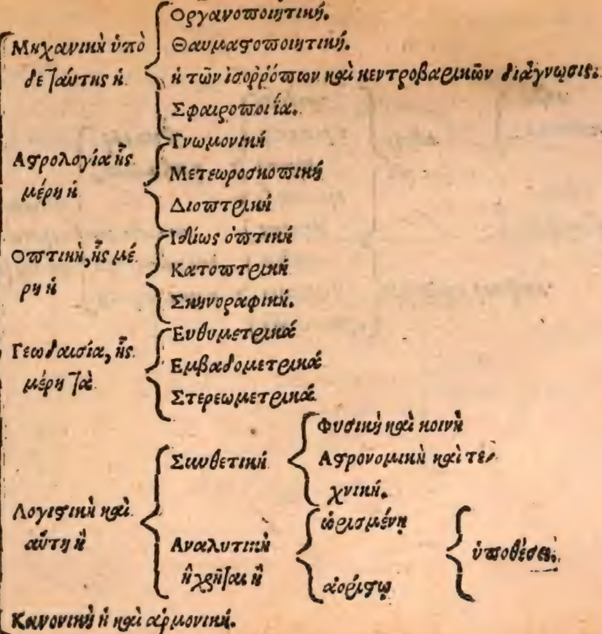
Τὰ γένη τῶν ὄντων ἢ ἐστι
- Πρώτιστα, ἁπλᾶ καὶ ἀσύνθετα καὶ ἀδιαίρετα.
- Μέσα μαθηματικά.
- Ἔσχατα, μεριστά, καὶ ἐν συνθέσεσι παντοίαις καὶ ποικίλαις διαιρέσεσιν ἀφωρισμένα.

καὶ ταῦτα ἢ
- Νοητὰ καὶ ταῦτα
  - νοητὰ ἁπλῶς καὶ κυρίως
  - Διανοητά
- Αἰσθητὰ καὶ ταῦτα
  - αἰσθητὰ ἁπλῶς καὶ κυρίως
  - εἰκαστά

Τούτων γνώσεις
- Νόησις
- Διάνοια
- Πίστις
- Εἰκασία.



Περὶ ὧν ἡ μία καὶ καθόλου καὶ πάσας
Νοητὰ ὧν κυριώταται εἰσὶν ἐπιστῆμαι δύο
Αριθμητικὴ ἣ καὶ διαιρεῖται εἰς τὴν τῶν
Γραμμικῶν
ἐπιπέδων
στερεῶν
ἀριθμῶν θεωρίαν.
Γεωμετρία ἣ ἔστι περὶ
Σημεῖα
Γραμμὰς
Γωνίας
Επίπεδα
Στερεά.
καὶ ταύτης μέρη
ἡ κυρίως γεωμετρία
Στερεωμετρία.



Ἡ μὲν τὰς μαθηματικὰς γνώσεις ἐν ἑνὶ περιέχουσα· ἐστὶ ἡ.
Αἰσθητὰ ὧν κυριώταται εἰσὶν ἐπιστῆμαι ἓξ ἡ
Μηχανικὴ ὑπὸ δὲ ταύτης ἡ.
Οργανοποιητική.
Θαυμαστοποιητική.
ἡ τῶν ἰσοῤῥόπων καὶ κεντροβαρικῶν διάγνωσις.
Σφαιροποιΐα.
Αστρολογία ἧς μέρη ἡ.
Γνωμονική
Μετεωροσκοπική
Διοπτρική
Οπτική, ἧς μέρη ἡ
Ἰδίως ὀπτική
Κατοπτρική
Σκηνογραφική.
Γεωδαισία, ἧς μέρη τὰ.
Ευθυμετρικά
Εμβαδομετρικά
Στερεομετρικά.
Λογιστικὴ καὶ αὕτη ἡ
Συνθετική
Φυσικὴ καὶ κοινὴ
Αστρονομικὴ καὶ τεχνική.
Αναλυτικὴ ἤγουν ἡ
ὡρισμένη
ἀόριστος
ὑποθέσεις.
Κανονικὴ ἡ καὶ ἁρμονική.

- Ἑκάστη τῶν ἐπιστημῶν ἔχει
  - Ἄλλο μὲν τὸ γένος τὸ ὑποκείμενον περὶ ὃ πραγματεύεται· καὶ οὗ τὰ πάθη σκοπεῖν προτίθεται.
  - Ἄλλας δὲ τὰς ἀρχὰς αἷς χρῆται πρὸς τὰς ἀποδείξεις.
  - Ἄλλα δὲ τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα.
- ὡς ἡ Γεωμετρία ἔχει
  - ὑποκείμενα
    - Τρίγωνα
    - Τετράγωνα
    - Κύκλους.
    - Καὶ ὅλως σχήματα καὶ μεγέθη καὶ τούτων πέρατα
  - Αἰτήματα καὶ ἀξιώματα.
  - Καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα
    - Διαιρέσεις
    - Λόγους
    - Ἁφάς
    - Ἰσότητας καὶ ἀνισότητας
    - Παραβολάς
    - Ὑπερβολάς
    - Ἐλλείψεις
    - Ἐναρμόσεις

Ἡ μαθηματικὴ χρῆται ταῖς τῶν διαλεκτικῶν μεθόδοις, καὶ ἔχει

- Ὁρισμοὺς, οἳ καὶ ὑποθέσεις καλοῦνται
- Διαιρέσεις
  - ἐν ταῖς τῶν ἀρχῶν ὑφηγήσεσι
- Συνθέσεις
- Αναλύσεις
  - ἐν ταῖς εὑρέσεσι
- Ἀποδείξεις ἐν ταῖς μετὰ τὰς ἀρχὰς προτάσεσι.

Τῶν θεωρημάτων τὰ μὲν ἐστὶ

- Στοιχεῖα. δεῖ δὲ τὸν τὰ στοιχεῖα συντάττοντα χωρὶς παραδοῦναι
  - Τὰς ἀρχὰς τῆς ἐπιστήμης, καὶ μὴ διδόναι λόγον αὐτῶν.
  - Τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν, καὶ λόγον αὐτῶν διδόναι.
- Στοιχειώδη.
- Ἔξω τῆς τούτων δυνάμεως.

Αἱ κοιναὶ τῆς ἐπιστήμης ἀρχαὶ διαιροῦνται εἰς

- Ὑποθέσεις καὶ ὅρους.
- Αἰτήματα, ἐν οἷς πορίσασθαί τι καὶ ποιῆσαι προστατόμεθα, εὐπόριστα καὶ εὐμήχανα.
- Ἀξιώματα, ἢ κοινὰς ἐννοίας, ὅσα αὐθότι εἰς γνῶσιν ἐστὶ καταφανῆ, καὶ πρόχειρα ταῖς ἀδιδάκτοις ἡμῶν ἐννοίαις.

Καὶ ταῦτα ἤ ἐστι

- Ἴδια ἑκάστης ἐπιστήμης
- Κοινὰ πάσης θεωρίας.

Η Γεωμετρία ζητεῖ

- τί
- εἰ
- ὅτι
- διότι

ἐστί.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν διαιρεῖται εἰς τὰ

- Προβλήματα περιέχοντα τὰ τῶν σχημάτων παθήματα, ὥς εἰσί
  - Γενέσεις.
  - Θέσεις.
  - Τομαί.
  - Ἐπαφαί.
  - Ἀφαιρέσεις.
  - Προσθέσεις.
  - Παραβολαί.
  - Ἀναγραφαί.
  - Περιγραφαί.
  - Ἐναρμόσεις.
- Θεωρήματα, ἃ δείκνυσι τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα, καὶ μὴ ὑπάρχοντα.

Πᾶν πρόβλημα καὶ πᾶν θεώρημα τὸ ἐκ τελείων ἑαυτοῦ μερῶν συμπεπληρωμένον: πάντα ταῦτα ἔχει ἐν ἑαυτῷ: τὰ δὲ ἀναγκαιότατα μέρη ἐστὶ. Πρότασις, ἀπόδειξις, συμπέρασμα.

- Πρότασιν, ἐν ᾗ τὸ
  - δεδομένον, καὶ τοῦτο δέδοται ἢ
    - Θέσει
    - Λόγῳ
    - Μεγέθει
    - Εἴδει
  - Ζητούμενον.
- Ἐκθεσιν δεδομένου.
- Διορισμὸν τοῦ ζητουμένου.
- Κατασκευήν, ἣ καὶ γίνεται διὰ αἰτημάτων καὶ προβλημάτων
- Ἀπόδειξιν, ἣ καὶ γίνεται δι' ἀξιωμάτων καὶ θεωρημάτων.
- Μαθηματικαὶ δὲ πίστεις, ἤ εἰσὶν
  - ἀπὸ τῶν ἀρχῶν, καὶ αὗται ἢ ἀπὸ
    - Κοινῶν ἐννοιῶν.
    - προαποδεδειγμένον.
    - Θετικαὶ τῶν ἀρχῶν, καὶ καλοῦνται
  - ἐπὶ τὰς ἀρχὰς, καὶ αὗται εἰσίν, ἢ
    - ἀναλύσεις, αἷς ἀντίκεινται αἱ συνθέσεις
    - Ἀναιρετικαὶ καὶ καλοῦνται ἀπαγωγαὶ εἰς τὸ ἀδύνατον.
    - ὅπερ ἔδει δεῖξαι τῶν θεωρημάτων.
- Συμπέρασμα διπλοῦν.
  - ἐν μέρει.
  - καθόλου
    - ὅπερ ἔδει ποιῆσαι τῶν προβλημάτων.

- Τὰ θεωρήματα ἢ ἐστὶ
  - Καθολικά
  - Ἐπὶ μέρους.
  - Ἁπλᾶ
  - Σύνθετα καὶ ταῦτα ἢ
    - ἀσύμπλεκτα
    - συμπεπλεγμένα
  - Τοπικὰ
  - Οὐ τοπικά.

- Τὰ δὲ τῶν θεωρημάτων πρώτιστα
  - ἀναστροφή
  - ἀπαγωγὴ εἰς τὸ ἀδύνατον.

- Τὰ συνηρτημένα τοῖς τε προβλήμασι καὶ τοῖς θεωρήμασι ἐστὶ
  - Πορίσματα
    - Γεωμετρικὴ
    - Ἀριθμητικὴ
    - Ἄλλης τινὸς ἐπιστήμης.
    - καὶ ταῦτα ἕπεται ἢ τοῖς
      - προβλήμασι.
      - Θεωρήμασι.
      - καὶ ἐν τούτοις ἢ
        - Δεικτικαῖς ἐφόδοις.
        - Ἀπαγωγαῖς εἰς τὸ ἀδύνατον.
  - Πτώσεις
  - Λῆμμα
  - Ἔνστασις
  - Ἀπαγωγή.

ΤΥΠΟΙ

ΣΧΗΜΑΤΑ καὶ κανόνες Ἀστρονομίας ἢ τῆς σφαίρας.

Κόσμος διαιρεῖται εἰς

- Αἰθέρα, ὃς καὶ οὐρανὸς, καὶ πρώτη οὐσία, καὶ σφαῖρα καλεῖται. ἐν δὲ τῷ αἰθέρι εἰσὶν
  - Ἀστέρες ἀπλανεῖς, ὧν πλῆθος ἄπειρον ἐστι καὶ καλοῦνται Ἀπλανῆ. ἄστρα, ἃ καὶ διαιρεῖται εἰς μημορφώματα καὶ ταῦτα ἤ ἐστι. α
  - Πλανῆται ἑπτὰ
    - Κρόνιος ἢ Φαίνων
    - Ζεὺς ἢ Φαέθων.
    - Ἄρης
    - Ἥλιος
    - Ἀφροδίτη καὶ αὕτη ἤ.
      - ἑωσφόρος ἢ φώσφορος
      - ἕσπερος.
    - Ἑρμῆς ἢ στίλβων
    - Σελήνη.
- Τέσσαρα στοιχεῖα καὶ διαιρεῖται εἰς
  - Πῦρ
  - Ἀέρα.
  - Ὕδωρ
  - Γῆν.

Σφαῖρα δὲ ἢ ζῶναι δι' ὧν φέρονται οἱ ἀστέρες ἀπλανεῖς τε καὶ πλανῆται εἰσὶν ῑ, ἤ	Ανωτάτη ἢ δεκάτη καὶ πρώτη. Εννάτη ἄναστρος. Απλανῶν σφαῖρα. Κρόνου. Διός. Αρέος. Ηλίου. Αφροδίτης. Ερμοῦ. Σελήνης.

I

- ἐπὶ τοῦ Ζωδιακοῦ κύκλου ιβ
  - 1 Κριός ♈
  - 2 Ταῦρος ♉
  - 3 Δίδυμοι ♊
  - 4 Καρκῖνος ♋
  - 5 Λέων ♌
  - 6 Παρθένος ♍
  - 7 Ζυγὸς ἢ χηλαὶ ♎
  - 8 Σκόρπιος ♏
  - 9 Τοξότης ♐
  - 10 Αἰγόκερως ♑
  - 11 ὑδροχόος ♒
  - 12 Ἰχθύες ♓

Ταῦτα διαιρεῖται εἰς τά

- ἰσημερινὰ
  - ♈ ἐαρινόν
  - ♎ φθινοπωρινόν.
- τροπικὰ
  - ♋ θερινόν
  - ♑ χειμερινόν.
- στερεὰ
  - ♉
  - ♌
  - ♏
  - ♒
- Δίσωμα
  - ♊
  - ♍
  - ♐
  - ♓

ἔχει δὲ ἀστέρας ἰδίας προσηγορίας ἠξιωμένους.

- ♉
  - πλειάδες
  - ὑάδες
- ♊ πρόπους.
- ♋ Φάτνη.
- ♌ Βασιλίσκος.
- ♍
  - Στάχυς.
  - Προτρυγητής.
- ♒ Κάλπη.
- ♓
  - λίνοι.
  - σύνδεσμος.

Βόρεια τὸν ἀριθμὸν κά

1 Μεγάλη ἄρκτος
2 Μικρὰ ἄρκτος
3 Δράκων διὰ τῶν ἄρκτων.
4 Κηφεὺς
5 Βοώτης ἢ ἀρκτόφυλαξ.
6 Στέφανος βόρειος
7 Εγγόνασιν ἢ Ἡρακλῆς
8 Λύρα
9 Ορνις

10 Κασσιέπεια.
11 Περσεύς.
12 Οἰνίοχος
13 Οφιοῦχος
14 Οφις
15 Οἰστὸς
16 Αετὸς
17 Δέλφις
18 Προτομὴ ἵππου
19 Ἵππος
20 Ανδρόμεδα
21 Δέλτωτον.

ἀστέρες ἐπίσημοι.

Αρκτοφύλακος Αρκτοῦρος
Λύρας: λύρα
Περσέως — Γόργονος ἅρπη.
Ηνιόχου — Αἲξ, ἔριφοι

α

Νότια τὸν ἀριθμὸν ιε

1 Ὠρίων.
2 Προκύων.
3 Κύων.
4 Λαγώς.
5 Αργώ.
6 Ὕδρα.
7 Κρατήρ.
8 Κόραξ.
9 Κένταυρος.
10 Θηρίον, ὃ κρατεῖ ὁ κένταυρος.
11 Θυμιατήριον.
12 Νότιος ἰχθύς.
13 Κῆτος.
14 Ἠρίδανος ποταμὸς
15 Νότιος στέφανος.

ἀστέρες ἐπίσημοι.
Προκύων
Κύων
Κάνωβος ἐπὶ τῆς Αργοῦς.

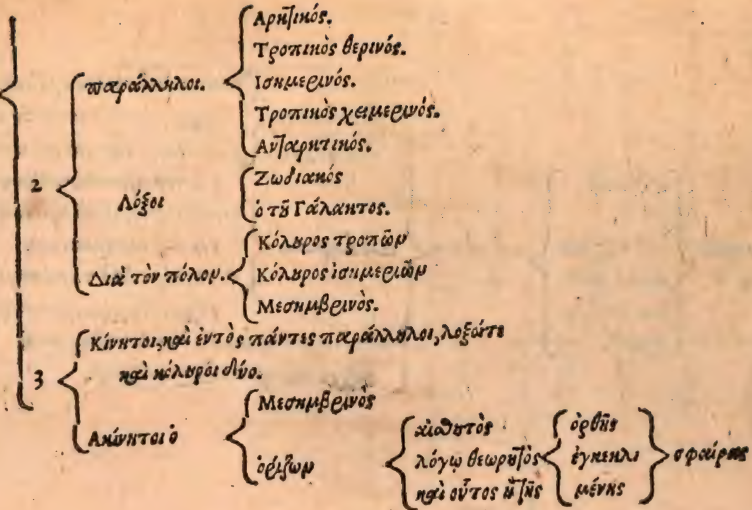
Κίνησις ἡ ἐστί.

- Κυκλοφορία ἡ ἐν κύκλῳ φορὰ ὡς ἡ τοῦ αἰθέρος καὶ αἰθερίων σωμάτων.
  - Μία ὑφ' ἧς πάντα φέρεται ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς ἀεὶ ὡσαύτως καὶ ἰσοταχῶς ποιουμένη τὴν περιαγωγὴν κβ ὥραις.
  - Ἑτέρα δὲ καθ' ἣν αἱ τῶν ἀστέρων σφαῖραι φέρονται ἀπὸ δυσμῶν ἐπ' ἀνατολὰς ἡ
    - Ἀπλανῶν ἀστέρων.
    - ἔτεσι:
      - Κρόνου λ
      - Διὸς ιβ
      - Ἄρεος β
    - ἐνιαυτῷ:
      - Ἡλίου
      - Ἀφροδίτης
      - Ἑρμοῦ
    - Σελήνης κζ ἡμέραις.
- Εὐθυφορία ἡ ἡ ἐπ' εὐθείας φορά, ὡς ἡ τῶν τεσσάρων στοιχείων καὶ αὐτῆς
  - ἄνω
    - πῦρ
    - ἀήρ
  - κάτω
    - ὕδωρ
    - γῆ.



1
μέγιστοι
Ἰσημερινός
Ζωδιακός
Κόλουρος τροπῶν
Κόλουρος ἰσημεριῶν
Μεσημβρινός
Ὁρίζων
Ὁ τοῦ γάλακτος.
ἐλάχιστοι
Ἀρκτικός
Ἀνταρκτικός
ἴσοι
Τροπικοί
Θερινὸς
Χειμερινός.
Ἀρκτικοί
Ἀρκτικός
Ἀνταρκτικός

II


Οἱ τῆς σφαίρας κύκλοι εἰσὶ εἰσίν.
2
παράλληλοι.
Ἀρκτικός.
Τροπικὸς θερινός.
Ἰσημερινός.
Τροπικὸς χειμερινός.
Ἀνταρκτικός.
Λόξοι
Ζωδιακός
ὁ τοῦ Γάλακτος.
Διὰ τὸν πόλον.
Κόλουρος τροπῶν
Κόλουρος ἰσημεριῶν
Μεσημβρινός.
3
Κίνητοι, καὶ ἐντὸς πάντες παράλληλοι, λοξοί τε καὶ κόλουροι δύο.
Ακίνητοι ὁ
Μεσημβρινός
ὁρίζων
χωριστὸς
λόγῳ θεωρητὸς
καὶ οὗτος ὁ τῆς
ὀρθῆς
ἐγκεκλιμένης
σφαίρας

Ζῶναι πέντε

- ἐν οὐρανῷ
- ἐπὶ τῆς γῆς κατὰ κάθετον τῶν ἐν οὐρανῷ

καὶ αὗται ἢ

- Δύο ἀοίκητοι διὰ ψῦχος.
  - Νότιος ἀπὸ τοῦ ἀνταρκτικοῦ κύκλου μέχρι τὸν ἀνταρκτικὸν πόλον.
  - Βόρειος ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου μέχρι τὸν ἀρκτικὸν πόλον.
- Δύο εὔκρατοι
  - Βορειοτέρα ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ μέχρι τὸν θερινὸν τροπικόν.
  - Νοτιωτέρα ἀπὸ τοῦ ἀνταρκτικοῦ μέχρι τὸν χειμερινὸν τροπικόν.
- Μία διακεκαυμένη ἀπὸ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ μέχρι τὸν τροπικὸν χειμερινόν.

Τὰ ἄστρα ἤ ἐστὶ

- Ἀειφανῆ.
- Ποτὲ μὲν φαινόμενα, ποτὲ δὲ ἀφανῆ: τοῦτ' ἐστι ἀνατέλλει καὶ δύνει. ὧν τῆς δέ ἐστι δύσις καὶ ἀνατολὴ τῶν ἄστρων.
  - ἑῴα
    - ἀνατολή.
    - δύσις.
  - ἑσπερία
    - ἀνατολή
    - δύσις.
- Ἀφανῆ.

Ἐν ταῖς εὐκράτοις ζώναις οἰκούντων, ἄλλοι εἰσὶ

- Περίοικοι οἱ τὴν αὐτὴν οἴκησιν οἰκοῦσιν, οἷον οἱ τὴν βόρειον οἰκοῦντες.
- Ἀντοῖκοι, οἱ τὴν Νότιον οἰκοῦντες τοῖς τὴν βόρειον.
- Ἀντίχθονες, οἱ κατὰ διάμετρον ἐν ὁμοίαις Ζώναις οἰκοῦντες.
- Ἀντίποδες, οἱ κατὰ διάμετρον ἐν ταῖς ἐναντίαις Ζώναις οἰκοῦντες.

Ἐν ταῖς οἰκήσεσι εἰσὶν

- Ἄσκιοι.
- Βραχύσκιοι.
- Μακρόσκιοι.
- Ἑτερόσκιοι.
- Ἀντίσκιοι.
- Ἀμφίσκιοι.
- Περίσκιοι.

CONSTITVTIO MVNDI.

pag. 93.



DE IMAGINIBVS

cœlestibus. pag. 95.



X TRADITIONE ANTI- quorum Astronomorum & poëtarū: sunt 1022 cognitæ stellæ fixæ: & 48 imaginibus siue constellationibus in firmamento siue octauo cœlo distinguuntur: deinde

sextu-



sextuplici magnitudinum ordine. Maximæ enim sunt illæ, quæ primæ dicũtur eße magnitudinis: numero 15. Arcturus in Boote, Lyra, Capra in Heniocho. Oculus ♉, Cor ♌. Cauda ♌ Spica ♍ extrema effusionis ♒. Dexter humerus Orionis; sinister pes Orionis, Syriuss, Procyon, postrema Eridani, in dextro pede Centauri, Canobus. Deinde magnitudinis secundæ 45. tertiæ 208. quartæ 474. quintæ 212. sextæ deniq; 68. qui numeri in unam summam collecti efficiunt 1022. Stellæ itaq; fixæ in firmamento sparsæ; si ita disponantur, ut sunt à maioribus nostris obseruatæ, in partibus atque membris harum 48 imaginum: facilius & discerni & memoria retineri poßunt.

Sunt autem quatuor potißimũ rationes, ob quas ueteres constellationes hasce nominarint, uel ad formã brutorum animalium, ut Vrsæ, Canis: uel ferarum, ut Leonis, Draconis: uel reptilium & aquatilium, ut Cancri, & Scorpionis: uel auium, ut Corui, uel hominũ, ut Geminorũ & Herculis, uel deniq; rerum inanimatarum, ut Libræ, Coronæ, Nauis. Atque prima ratio est forma ipsa alicuius cõstellationis, ut Deltoton, Corona, Draco, Serpens. Secunda ipsius constellati-

onis conuenientia cum re uel animali, cuius præ se fert effigiem, ut Arietis, Tauri. Tertia ab effectu uirtutis irradiantis, ut Argo nauis facit nautas. Ara sacerdotes. Heniochus aurigas, si in horoscopo fuerint, ut tradit Firmicus & Ptolemæus. Quarta pendet à uoluntate eorum, qui primi hæc stellis imposuerunt nomina: qui uel suos celebrare in omnem usq; posteritatem, uel rei gestæ historiam perennem reddere, uel suis principibus adulari uoluerunt.

Stellæ itaq; fixæ inter se distinctæ sunt formis & cõfigurationibus atq; magnitudinibus, sicuti nunc est dictum: præter alias, quibus distinguuntur, differentias, ut sunt splendor, color, situs, scintillatio, quibus etiam à Planetis seiunguntur. Ordine nunc singulas enumerabo constellationes, breui adiuncta fabulæ expositione, & numero stellarum, ex quibus unaquæq; facta & composita est.



VRSA MINOR. Hæc olim à Phœnicibus nautis obseruabatur teste Arato, & dicebatur κυνόσουρα. Sicuti ursa maior à Græcis nautis cognita ἑλίκη dicta fuit. Ambæ ursæ etiam appellantur ἅμαξαι: uel quod plaustrorum similitudinem gerant: uel quod uicinæ axi quasi uehicula incumbant,

bant, & circumferantur. Fabula est, eas fuisse Iouis nutrices in Creta insula ad Idæum montem: appellatur etiam ursa minor cornu. Stellæ in ea sunt septem, quarũ duæ sunt magnitudinis secundæ, tertiæ 1, quartæ 4, & una informis. Verum extrema in ursæ minoris cauda appellatur stella Polaris, quod Polo arctico sit uicinißima.



VRSA MAIOR. Fabula est, Calistho Lycaonis regis filiã in Vrsam commutatam esse; cum filio Arcade, quem Bootem uocant. Dicitur etiam ἑλίκη & plaustrum maius. Habet stellas 27 magnitudinis secundæ 6, tertiæ 8, quartæ 8, quintæ 5. & circa ipsam sunt aliæ informes 8, magnitudinis tertiæ 1, quartæ 2, quintæ 1, obscuræ 4. Veteres Latini septem præcipuas stellas, tàm maioris, quàm minoris Vrsæ, Triones uocabant: hoc est, boues, quia tardo motu, ut boues, plaustrum trahant circa axem mundi. Bubulci enim ueteres boues, triones, quasi terriones à terra terenda olim uocabant. Vnde pars illa mundi septentrio est dicta.

DRACO. Ad fabulam de hortis Hesperidum



ptinet Draco, quē Hercules dicitur interfeciſſe, ideoq; Hercules in cœlo cōſpicitur decertans, & ἐγγόνασι dicitur. Vel eſt Draco quem Minerua cum Gigantibus decertans in hunc cœli locum proiecit. Continet ſtellas 31. quarum magnitudinis tertiæ ſunt 8, quartæ 16, quintæ 3, informes 2.



CEPHEVS, Rex Aethiopiæ, cuius filia Andromeda, uxor Caſsiopeia, gener Perſeus, qui Andromedam Cephei filiā Ceto monſtro marino in littore expoſitam deuorandam: liberauit, & in uxorem duxit. Stellæ Cephei ſunt 11. magnitudinis tertiæ 1, quartæ 7, quintæ 3, informes 2.



BOOTES. Hic fuit Arcas, Caliſthûs urſæ maioris filius: Vociferator Arcturus, & Arctophylax dictus: uulgo bubulcus, ſeu paſtor boum, qui plauſtra trahunt. Stellæ eius ſunt 22. Magnitudinis tertiæ 4, quar=

4, quartæ 9, quintæ 9, una informis primæ magnitudinis, dicta Arcturus.



CORONA Septentrionalis, Ariadne filia Minois regis & soror Minotauri, atq; cõiunx Thesei, postea Bachus ei gratificari uolens, coronam à Vulcano insigni artificio factam, Veneriq; donatam, à qua ipsa Ariadne muneris loco acceperat, in cœlũ euexit. Stellas habet 8, magnitudinis secundæ 1, quartæ 5, quintæ 1, sextæ 1.



ΕΓΓΟΥΝΑΣΙ. Hercules, ut supra de Dracone est dictũ: uel Theseus, qui conatur omnibus uiribus lapidem amouere, sub quo Aegeus pater gladium abscondérat, uel Lycaon, qui dolet filiam Calistho in Vrsam esse conuersam, & flexis genibus, manibusq; explicatis precatur filiam sibi restitui. Habet stellas 28. magnitudinis tertiæ 6, quartæ 17, quintæ 2, sextæ 3. informem unam magnitudinis quintæ.



ΛΥΡΑ. Mercurius dicitur Lyram fabricaſſe, eamq; filio ſuo Orpheo donaſſe. Stellas habet decem, magnitudinis primæ 1, tertiæ 2, quartæ 7. Dicitur etiam uultur cadens.

CYGNVS. Olor, auis, Gallina, ὄρνις, κύκνος in quem Iupiter cõmutatus ex Leda uel Nemeſi, Helenam, Caſtorem & Pollucem ſuſcepit. Habet ſtellas 17. magnitudinis ſecundæ 1, tertiæ 5, quartæ nouem, quintæ 2. & duas informes, atq; unam nebuloſam.





CASSIOPEIA, κασσιέπεια. De qua ſupra in Cephei conſtellatione. Habet ſtellas 13. magnitudinis tertiæ 4, quartæ 6, quintæ 1, ſextæ 2.



PERSEVS, περσεύς. Iouis et Danaë filius qui Gorgonas, homines in Saxa suo conspectu conuertentes deuicit: acceptis à Mercurio talaribus, & ense falcato, atq; secum caput Medusæ attulit. Andromedam à Ceto liberauit, aliasq; res magnas gessit. Stellæ eius sunt 26, magnitudinis secundæ 2, Caput Medusæ γοργόνιον, tertiæ 5, quartæ 16, quintæ 2. Vna nebulosa circa ipsam, informes 3. magnitudinis quintæ 2, una obscura.



AVRIGA, ἡνίοχος. Dicitur esse Erichtonius filius Vulcani, qui primus inuẽtor currus fuit. Stellæ eius sunt 14. magnitudinis primæ 1. Capra dicta αἴξ. secundæ 1, tertiæ 2, quartæ 7. quarum duæ dicuntur ἔριφοι. hædi, quintæ 2, sextæ 1.

SERPENTARIVS, ὀφιοῦχος. Quidam Aesculapium insignem medicum: alij Phorbantem, qui Rhodiorum insulam à multitudine Serpentum liberauit, esse uolunt. Stellæ eius sunt 24. magnitudinis

tertiæ 5, quartæ 13, quintæ 6, informes 5 habet magnitudinis quartæ.



SERPENS ὄφις habet stellas 18, magnitudinis tertiæ 5, quartæ 12, quintæ 1.

SAGITTA ὀϊστός. Dicitur esse una ex sagittis Herculis, qua Aquilam depascentem uiscera Promethei, interfecit. Stellæ eius sunt 5, magnitudinis quartæ 1, quintæ 3, sextæ 1.

AQVILA, ἀετός. Vultur uolans. Dicitur eius ministerio Iupiter esse usus in rapiendo Ganymede. Habet stellas 9. magnitudinis secundæ 1, tertiæ 4, quartæ 1, quintæ 3, & informes 6. magnitudinis tertiæ 4, quartæ 1, & quintæ 1.



DELPHINVS. Δελφῖνος. Quidam ad Neptunum referũt, qui Delphinum hac dignitate decorauit, quod inuenisset Amphitritem: alij ad Delphinum Arionis Musici excellentissimi. Sunt

in eo stellæ 10. magnitudinis tertiæ 5, quartæ 2, sextæ 3.



PRIOR EQVVS

προτομὴ ἵππος. Nihil de eo memoria dignũ legitur. Habet stellas quatuor obscuras.

EQVVS ALATVS, ἵππος. Pegasus. Cuius fabula de Bellerophonte nota est. Stellæ in eo sunt 20. magnitudinis secundæ 4, tertiæ 4, quartæ 9, quintæ 3.



ΑΝΔΡΟΜΕΔΑ. De hac supra dictum est. Habet autem stellas 23. magnitudinis tertiæ 7, quartæ 12, quintæ 4.



TRIANGVLVS. δέλτωτον. Diuersæ sunt sententiæ de triangulo qui iuxta caput ♈ conspicitur. Quidam huc esse collocatum uolunt,

ut Arietis signum per se obscurum facilius dignosceretur. alij Siciliam, alij Aegyptum, quidam terræ in tres partes diuisionem significari uolunt. Sunt in ea quatuor stellæ magnitudinis tertiæ 3, & una quartæ.

Atq; hæ sunt Septentrionales constellationes 21. in quibus stellæ 360 magnitudinis primæ 3, secundæ 18, tertiæ 81, quartæ 177, quintæ 58, sextæ 13, obscuræ 9, nebulosa una.

ZODIACI SIGNA SEptentrionalia 6.

ARIES κριός ♈. Fabula de aureo uellere arietis & Argonautis in Colchidem profectis nota est. Habet stellas 13. magn. tertiæ 2, quartæ 4, quintæ 6, sextæ 1. circa Arietem informes sunt 5, magnitudinis tertiæ 1. quartæ 1. quintæ 3.



TAVRVS ταῦρος. Huius fabula etiam nota est, de Europa Agenoris Phoeniciæ filia. Sunt in hac constellatione ὑάδες numero quinq;, quarum maxima Oculus tauri & palliticium dicitur. Verum ita appel

lantur



lantur uel à litera υ græca, cuius formam referunt, uel ab ὕω, quod significat pluo: unde eas Virgilius pluuiales nominat: Gellius eas ὑάδες dici putat, & idcirco etiam ſucculas dici. λαμπάδιαι quoq; appellantur. Sunt qui dicant ab Hya matre aut fratre Hyante eas nominari. Vulgo Gallina cum pullis. πλειάδες ſeptē ſorores regis Atlantis filiæ, à Pleiena matre: & ſunt minutiſsimæ ſtellæ, non procul à Tauri genibus, quidam à pluralitate ſic eas dici autumant. Latini Vergilias uocant, ut ait Feſtus, quia poſt uer mane oriuntur. Habet ſtellas 33 magnitud. primæ 1, quæ oculus ♉ dicitur, tertiæ 7, quartæ 11, quintæ 13. ſextæ 1, circa Taurum informes ſunt 11, magnitu. quartæ 1, quintæ 10.



GEMINI Δίδυμοι ♊. *Caſtor & Pollux Ledæ filij, & fratres Helenæ, qui ſingulari ſeſe mutuo proſequuti ſunt amore. Stellæ in uniuerſum ſunt 18. magnit. ſecundæ 2, tertiæ 5, quartæ 9, quintæ 2. Pro-*

2.Propus prior pes,est magnitudinis quartæ, informes circa geminos sunt 7. magnitudinis quartæ 3, quintæ 4.

CANCER καρκίνος 69. Fabula de Ioue, qui cũ Nymphum post habitum in Aethiopia conuiuiũ prosequeretur, detentus fuit morsu cancri, et ideo in cœlũ translatus postea dicitur. ὄνοι aselli in eo conspiciuntur propter bellum quod Iupiter gessit cum Gigantibus, in quo etiã Satyri & Syluani asinis insidentes Ioui auxilio uenerunt: ob quod beneficiũ in cœlũ euecti sunt. Cancer etiam habet φάτνην præsepe. Sunt autem in Cancro stellæ 9. magnitudinis quartæ 7, quintæ 1. nebulosa 1. quæ φάτνη dicitur.



LEO, Λέων ♌. Leonis fabula est, quod Hercules uictoriam obtinuerit à Leone ferocissimo, qui in Nemea sylua degens, totam regionem, quæ inter Argos & Thebas est, deuastabat, Habet stellas



27.ma-

27. magnitudinis primæ 2. βασιλίσκον & caudam, secundæ 2, tertiæ 6, quartæ 8, quintæ 5, sextæ 4. informes sunt 8. magnitudinis quartæ unum, quintæ 2. luminosa 1. obscuræ 2. & dicuntur πλοκαμὸς βερενίκης, quia Berenice regis Aegypti Ptolomæi coniunx suam comã pulcherrimam deuouerat Veneri, si rex uictor rediret, quæ cum non amplius in templo Veneris appareret, aliquot diebus post ab Astrologis quibusdam in cœlum euecta est.



VIRGO, παρθένος ♍. Astreæ aut Iustitiæ fabula prolixè ab Arato exponitur.

SIGNA ZODIACI MERIdionalia. 6.



LIBRA, χηλαὶ ἢ ζυγὸς ♎. Quia Astronomi uiderunt signum Scorpij occupare spatium duorum signorũ, ex uno scorpionis signo fecerunt duo, & primum

num nominarunt Libram, uel quod formam talem referret, uel quod Sol in eo existens, quasi certa statera libret diem & noctem. Sunt in ea stellæ 8. magnitudinis secundæ 2, Lanx septentrionalis, & Lanx meridionalis, quartæ 4, quintæ 2. Informes circa has sunt 9. magnitudi. tertiæ 1, quartæ 5 quintæ 2 sextæ 1.



SCORPIO, σκόρπιος ♏. Orion, egregius uenator cum scorpione decertans occisus est. Habet stellas 21, magnitudinis secundæ 1. tertiæ 13. quartæ 5. quintæ 2. circa Scorpium informes sunt tres, magnitudinis quintæ 2, & una nebulosa.



SAGITTARIUS, Τοξότης ♐. Hic dicitur esse Croton, filius nutricis Musarũ, qui & uenandi et equitandi studio multum potuit, et in cœlum à Ioue translatus est. Habet 31 stellas magnitudinis secundæ

2, tertiæ

2, tertiæ 9. quartæ 9, quintæ 8, sextæ 2, nebulosam 1.



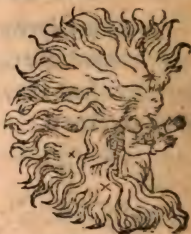
CAPRICORNVS, αἰγόκερως, ♑. Cum dijin Aegypto fuissent conuiuio excepti, unus ex Titanibus Thyphæas nomine superuenit: ideoq; omnes in alias formas sese conuerterunt. Pan uero in fluuium sese subito conijciens, priori sui parte in Capram & posteriori in piscis figurã sese commutauit. Sic Capricornus in cœlum peruenit. Stellæ in eo sunt 28. magnitudinis tertiæ 4. quartæ 9. quintæ 9. sextæ 6.



AQVARIVS, ὑδροχόος ♒. Vel est fabula illa de Ganymede, uel Deucalion significatur, & per effusionem aquæ repræsentatur maximũ illud diluuium, quod Deucalionis tempore fuit. Habet stellas 42, magnitudinis primæ 1, quæ extrema effusionis aquæ dicitur, tertiæ 9, quartæ 18, quintæ 13, sextæ 1.



PISCES, ἰχθύες ♓.
Typhon Gigas obuiam factus Veneri & Cupidini ad Euphratis fluuij ripam perterrefecit eam, itaq; se suumq; filium in pisces commutauit, atq; in flumen submersit, ut euitarent periculũ. Sunt in his stellæ 34, magnitudinis tertiæ 2, quartæ 22, quintæ 3, sextæ 7. informes quatuor, magnitudinis quartæ. Sunt itaq; in Zodiaco circulo stellæ 346, magni. primæ 5, secũdæ 9, tertiæ 64, quartæ 133, quintæ 105. sextæ 27, nebulosæ 3, & coma Berenices.



MERIDIONALES
constellationes 15.

CETVS, κῆτος.
Fabula de Andromeda supra explicata huc referatur. Habet stellas 22. magnitudinis tertiæ 10, quartæ 8, quintæ 4.



ORION,



ORION, Ὠρίων. De Orione scribit Ouidius in Metamorphosi. Sunt in eo stellæ 38, magnitudinis primæ 2, secundæ 4, tertiæ 8, quartæ 15, quintæ 3, sextæ 5, & una nebulosa.



ERIDANVS, ἠρίδανος. Ab Eridano dictus fuit, cuius fabula est nota. Stellæ eius sunt 34. magnitudinis primæ 1, tertiæ 5, quartæ 27, quintæ 1.



LEPVS, Λαγώς. Fabula est quod in Lero insula hoc animal aliquando ignotũ fuerit, postea à quodam importatum: tandem aucta leporum multitudine, deuastarunt insulam, & uix incolæ illis liberari potuerunt. Stellas habet 12. magnitudinis tertiæ 2, quartæ 6, quintæ 4.



CANIS, κύων. Canis hic dicitur etiam Syrius. Fabula est de Cane Lælape Cephalo ab Auroradonato, qui tanta fuit celeritate, ut omnes feras uinceret cursu. Habet stellas 18. magnitudinis primæ 1. quæ Canicula dicitur, unde dies caniculares, tertiæ 5, quartæ 5, quintæ septem. Informes sunt circa eum 11. magnitudinis secundæ 2, quartæ 9.



CANIS MINOR, Antecanis προκύων. Hic unà cũ hero suo in cœlum translatus est. Stellæ in eo sunt duæ, magnitudinis primæ 1. quartæ 1.



NAVIS ARGO, aut nauis Iasonis, uel arca, Αργώ. Fabula de Argonautis satis est nota: quia hæc prima nauis in mari uisa fuit, ob nouitatem inter sydera est relata. Sunt

ta. Sunt in ea stellæ 45. magnitudinis primæ 1, quæ κάνωβος dicitur, secundæ 6, tertiæ 8, quartæ 22, quintæ 7, sextæ 1.



HYDRA SERPENS, cui insidet coruus iuxta craterē aqua plenum. Fabula est de Apolline sacra faciente, qui cum Coruum misisset cū cratere ad hauriendam aquā, ad fontē quendam: diutius emansit propter ficus, quorum maturitatem expectaret. Apollo iratus, ex aue candidißima nigram fecit: & pœnam imposuit, ut dum ficus maturescerent aquam non biberet. Huius rei ut extaret memoria, in cœlum transtulerunt craterem & coruum. Hydram uerò quidam autumant Lerneam eße.

ΚΡΑΤΗΡ, Crater. De Cratere alia etiam est fabula, quod Demiphon Rex, cum Mathusij filiā ad necem raperet, Mathusius filias regis postea in conclaui clausas necarit: earumq; sanguinem uino commixtum regi aduentanti in Cratere porrexit. De coruo uero etiam alia est fabula, quod prodiderit Apollini Coronim & Ischyn: ideoq; inter astra fuit relatus. Hydra habet stellas 25, magnitudinis secundæ 1,

tertiæ 3, quartæ 19, quintæ 1, sextæ 1. Informes duas magnitudinis tertiæ. CRATER stellas septem, magnitudinis quartæ. CORVVS stellas septem, magnitudinis tertiæ 5, quartæ 1, quintæ 1.



CENTAVRVS κένταυρος. Chiron Centaurus dicitur religionis & iustitiæ amantißimus fuisse, adeo ut in astrorum numerum referretur. Stellæ in eo sunt 38, magnitudinis primæ 1, secundæ 5, tertiæ 7, quartæ 15, quintæ 9.

LVPVS, Bestia, θηρίον, fera. Dicitur esse uictima, quā Centaurus affert ad aram, alij dicunt esse Lupum in quem Lycaon conuersus fuit. Stellæ in eo sunt 19. magnitudinis tertiæ 2, quartæ 11, quintæ 6.

ARA seu thuribulum, θυμιατήριον. Fabula est, eam à Cyclopibus, Vulcani ministris fuisse factam,

& deos



& deos omnes conueniſſe, ut coniurarent aduerſus Gygantes & Titanem. Stellæ in ea ſunt 7, magnitudinis quartæ 5, quintæ 2.



CORONA, *στέφανος νότιος.* Hæc eſt *corona, quã Bacchus in memoriã Semeles matris in cœlum euexit.* Habet *ſtellas 13. magnitudinis quartæ, 5, quintæ 6, ſextæ 2.*



PISCIS *meridionalis, νότιος ἰχθύς.* Re*fert* Higinius Syrios *populos piſcem hũc in memoriam aſtrorũ uoluiſſe referri.* Habet *autem ſtellas 11. magnitudinis quartæ 9, quintæ 2. Informes 6 magnitudinis tertiæ 3, quartæ 2, quintæ 1.*

Sunt itaq; meridionales conſtellationes 316 ex quibus primæ magnitudinis ſunt 7, ſecundæ 18, tertiæ

60, *quartæ* 167, *quintæ* 54, *sextæ* 9. *nebulosa una.*



Has omnes cum septentrionales, tum meridionales & Zodiaci circuli stellas, si in unam colligas summam, habebis 1022. Et *ex his primæ magnitudinis sunt* 15, *secundæ* 45, *tertiæ* 208, *quartæ* 474, *quintæ* 216, *sextæ* 50, *obscuræ nebulosæ* 5, & *coma Berenices.*

SEQVVNTVR SCHEMATA EORVM QVAE IN SINgulis Capitibus traduntur ipsis distincta paginis.

pag. 101



pag. 102



pag. 102

pag. 102 pag. 102





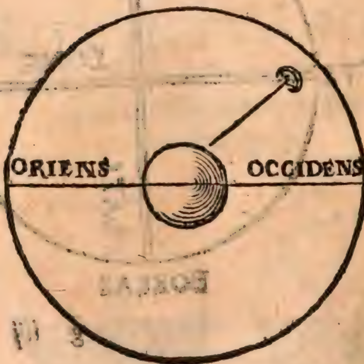
pag. 105



pag. 106



pag. 107

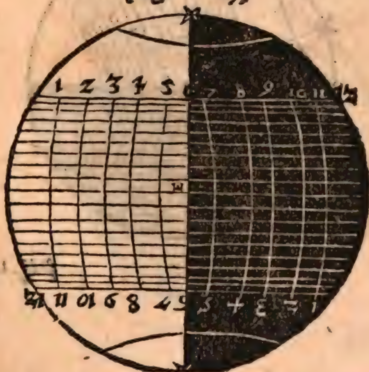


pag. 26

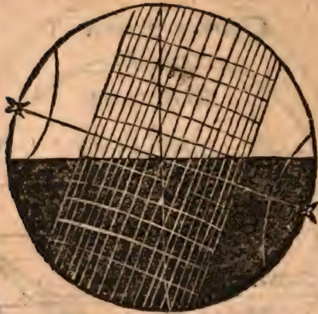
pag. 126



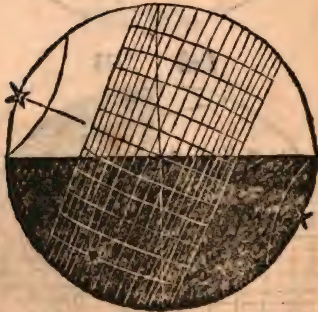
pag. 133



pag. 137

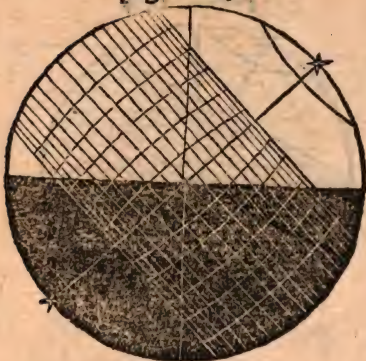


pag. 137.

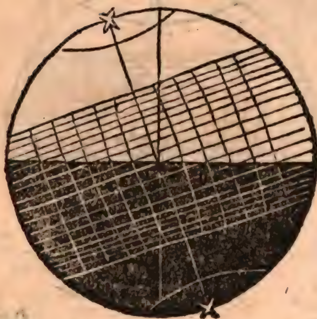


pag. 142

pag. 142

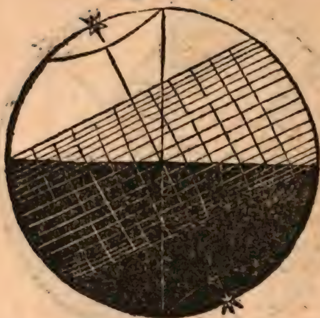


pag. 144

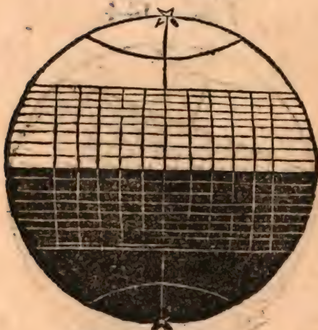


pag. 144

pag. 144



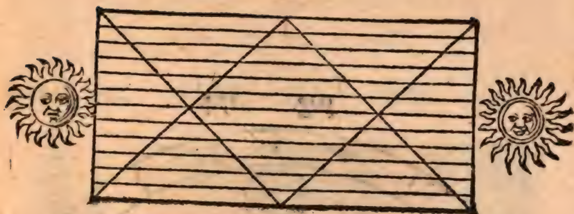
pag. 145



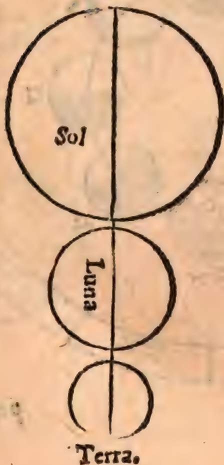
pag. 154

4.

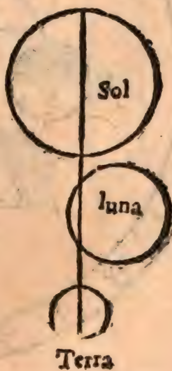
pag. 154



pag. 154



pag. 154



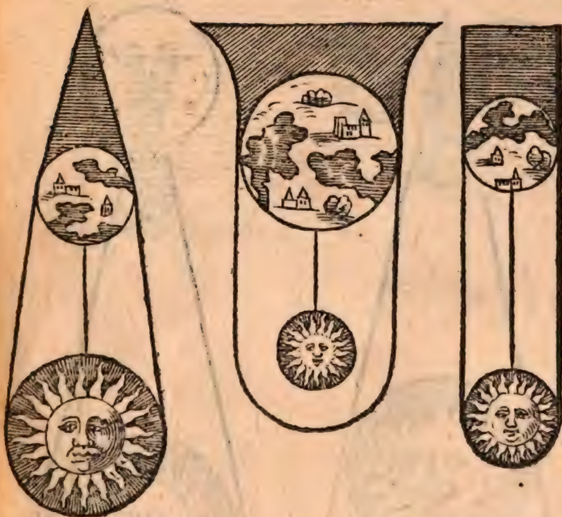
pag. 154

pag. 154



pag. 154

pag. 154 pag. 154 pag. 154



pag. 154



pag. 154



pag. 157



Oriens.
Eurus.
Euroauster
Auster.
Eurono.
Africus.
Fauonius.
Corus.
Circius.
Aquilo.
Vulturnus

ORTVS VESPERTINVS.

Nomina stellarum fixarum.	Zodiaci S.	G.	M.	Mensis,	dies.
Cornu ♉	♎	3.	47	Septemb.	17
Dexter humerus Orionis	♑	13	4	Decemb.	26
Canis maior	♒	12	51	Ianua.	23
Canis minor	♑	3	34	Ianua.	14
Cauda ♌	♓	9	31	Febru.	19
Arcturus	♈	1	48	Martij	13
Spica ♍	♈	18	42	Martij	30
Aquila	♊	16	34	Maij	29
Delphinus	♊	24	16	Iunij	6
Lucida ♎ Borealis.	♉	8	2	April.	20
Orionis Cingulus	♑	15	8	Decemb.	27
Lucida Hydræ	♓	2	33	Febru.	12
Hœdi	♍	27	20	Septemb.	11
Vindemiarũ.	♓	26	5	Martij	8
Lucida coronæ	♈	8	37	Martij	20
Crus Pegasi.	♋	9	20	Iunij	22

VESPERTINI, ET
rundam insignium
tionem poli 49
duum.

OCCASVS MATVTINVS.

Nomina stellarum fixarũ.	Zodiaci S.	G.	M.	Mensis,dies	
Cornu ♈	♏	3	13	Octob.	17
Dexter humerus Orionis	♐	6	23	Nouemb.	19
Canis maior	♏	27	30	Nouemb.	10
Canis minor	♐	27	32	Decemb.	10
Cauda ♌	♈	22	8	Aprilis	3
Arcturus	♊	24	52	Iunij	7
Spica ♍	♈	11	49	Martij	23
Aquila	♌	17	18	Augusti	1
Delphinus	♍	4	30	Augusti	18
lucida ♎ Borealis	♊	1	20	Maij	13
Caput Medusæ	♐	21	20	Decemb.	4
Oculus ♉	♏	29	24	Nouemb.	12
Cor ♏	♉	24	48	Maij	6
Lyra	♍	13	41	Augusti	28
Vltima aquæ	♌	10	27	Iulij	25
Hyades	♏	25	5	Nouemb.	8

TABVLA ORTVS
ſtellarum præcipuarum
priſci & recentiores
mè obſeruant,
Poli 49 ferè

ORTVS MATVTINVS.

Nomina ſtellarum fixarũ.	Zodiaci S.	G.	M.	Menſis, dies.	
Cornu ♈	♈	3	40	Martij	15
Extrema Eridani.	0	0	0	0	0
Caput Meduſæ	♒	8	5	Ianuarij	19
Pleiadum minima.	♉	10	45	Aprilis	22
Oculus ♉	♊	13	17	Maij	26
Dexter humerus Orionis.	♋	13	41	Iunij	26
Cingulum Orionis	♋	15	47	Iunij	28
Siniſter ci9pes	♋	19	47	Iulij	2
Caput ♊ ſequens	♋	10	0	Iunij	23
Hœdi	♈	27	20	Martij	9
Aſellus boueus	♋	28	40	Iulij	13
Canis maior	♌	13	50	Iulij	27
Canis minor	♌	3	52	Iulij	17
Cor ♌	♌	23	26	Auguſti	7

Zodiaci

ET OCCASVS

numero 30: quas &

scriptores maxi-

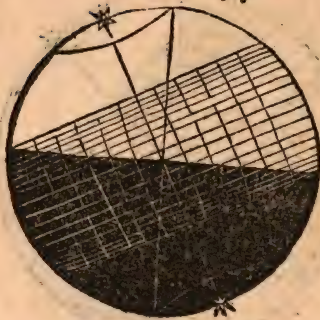
Ad eleuationem

graduum.

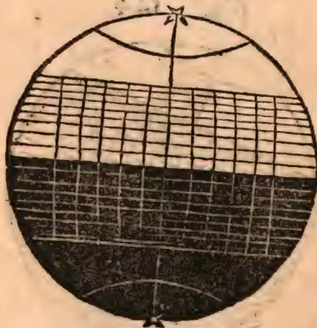
OCCASVS VESPERTINVS.

Zodiaci S.	G.	M.	*Mensis, dies*		*Magnitudo et natura stellæ.*			
♉	2	0	April.	13	3	☿	♄	♀
0	0	0	0	0	1	♀	♃	
♊	22	45	Iunij	5	2	♄	♃	
♉	27	57	Maij	8	5	♂	☽	
♉	29	0	Maij	11	1	♂		
♊	5	47	Maij	19	1	♂	☿	
♉	26	10	Maij	8	2	♄	♃	
♉	15	0	Aprilis	27	1	♄	♃	
♌	2	0	Iulij	16	2	♂		
♋	20	59	Iulij	4	4	♂	☿	
♌	8	15	Iulij	22	4	♂	☉	
♉	26	17	Maij	9	1	♃	♂	
♊	26	51	Iunij	10	1	☿	♂	
♌	23	52	Augusti	7	1	♂	♃	

pag. 144

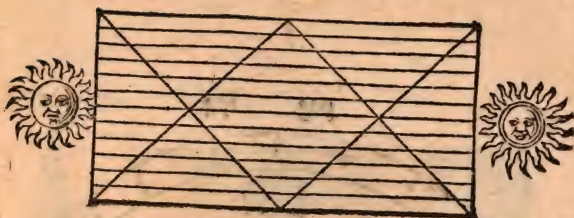


pag. 145

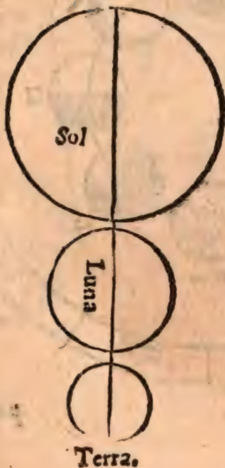


4.   pag. 154

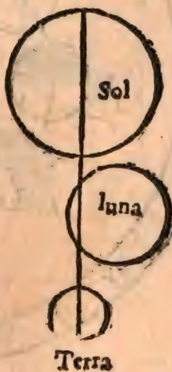
pag. 154



pag. 154

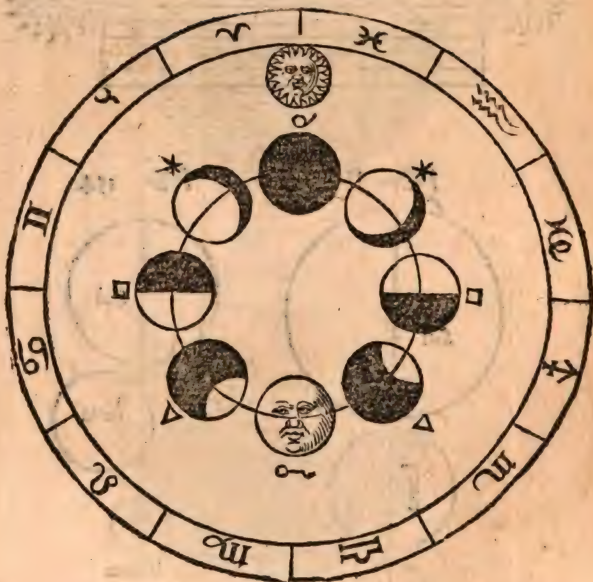


pag. 154



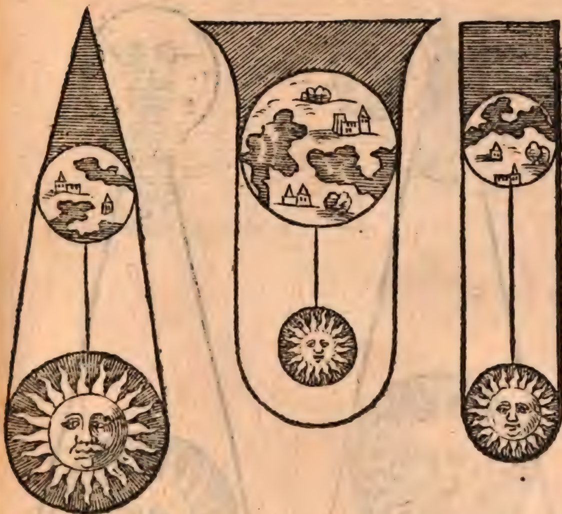
pag.154

pag. 154



pag. 154

pag. 154 pag. 154 pag. 154



pag. 154



pag. 154



pag. 157


Oriens.
Eurus.
Euroauster
Auster.
Eurono.
Africus.
Fauonius.
Corus.
Circius.
Septentrio.
Aquilo.
Vulturnus

ORTVS VESPERTINVS.

Nomina stella rum fixarum.	Zodiaci S.	G.	M.	Mensis,	dies.
Cornu ♉	♎	3.	47	Septemb.	17
Dexter humerus Orionis	♑	13	4	Decemb.	26
Canis maior	♒	12	51	Ianua.	23
Canis minor	♑	3	34	Ianua.	14
Cauda ♌	♓	9	31	Febru.	19
Arcturus	♈	1	48	Martij	13
Spica ♍	♈	18	42	Martij	30
Aquila	♊	16	34	Maij	29
Delphinus	♊	24	16	Iunij	6
Lucida ♎ Borealis.	♉	8	2	April.	20
Orionis Cingulus	♑	15	8	Decemb.	27
Lucida Hydræ	♓	2	33	Febru.	12
Hœdi	♍	27	20	Septemb.	11
Vindemiarũ.	♓	26	5	Martij	8
Lucida coronæ	♈	8	37	Martij	20
Crus Pegasi.	♋	9	20	Iunij	22

VESPERTINI, ET
rundam insignium
tionem poli 49
duum.

OCCASVS MATVTINVS.

Nomina stellarum fixarũ.	Zodiaci S.	G.	M.	Mensis,dies	
Cornu ♈	♏	3	13	Octob.	17
Dexter humerus Orionis	♐	6	23	Nouemb.	19
Canis maior	♏	27	30	Nouemb.	10
Canis minor	♐	27	32	Decemb.	10
Cauda ♌	♈	22	8	Aprilis	3
Arcturus	♊	24	52	Iunij	7
Spica ♍	♈	11	49	Martij	23
Aquila	♌	17	18	Augusti	1
Delphinus	♍	4	30	Augusti	18
lucida ♎ Borealis	♊	1	20	Maij	13
Caput Medusæ	♐	21	20	Decemb.	4
Oculus ♉	♏	29	24	Nouemb.	12
Cor ♏	♉	24	48	Maij	6
Lyra	♍	13	41	Augusti	28
Vltima aquæ	♌	10	27	Iulij	25
Hyades	♏	25	5	Nouemb.	8

TABVLA ORTVS
ſtellarum præcipuarum
priſci & recentiores
mè obſeruant,
Poli 49 ferè

ORTVS MATVTINVS.

Nomina ſtellarum fixarū.	Zodiaci S.	G.	M.	Menſis, dies.	
Cornu ♈	♈	3	40	Martij	15
Extrema Eridani.	0	0	0	0	0 0
Caput Meduſæ	♒	8	5	Ianuarij	19
Pleiadum minima.	♉	10	45	Aprilis	22
Oculus ♉	♊	13	17	Maij	26
Dexter humerus Orionis.	♋	13	41	Iunij	26
Cingulum Orionis	♋	15	47	Iunij	28
Siniſter cippes	♋	19	47	Iulij	2
Caput ♊ ſequens	♋	10	0	Iunij	23
Hœdi	♈	27	20	Martij	9
Aſellus boreus	♋	28	40	Iulij	13
Canis maior	♌	13	50	Iulij	27
Canis minor	♌	3	52	Iulij	17
Cor ♌	♌	23	26	Augusti	7

numero 30: quas &
ſcriptores maxi-
Ad eleuationem
graduum.

OCCASVS VESPERTINVS.

Zodiaci S.	G.	M.	Menſis, dies		Magnitudo et natura ſtellæ.		
♉	2	0	April.	13	3	☿ ♄	♀
0	0	0	0	0	1	♀	♃
♊	22	45	Iunij	5	2	♄	♃
♉	27	57	Maij	8	5	♂	☽
♉	29	0	Maij	11	1	♂	
♊	5	47	Maij	19	1	♂	☿
♉	26	10	Maij	8	2	♄	♃
♉	15	0	Aprilis	27	1	♄	♃
♌	2	0	Iulij	16	2	♂	
♋	20	59	Iulij	4	4	♂	☿
♌	8	15	Iulij	22	4	♂	☉
♉	26	17	Maij	9	1	♃	♂
♊	26	51	Iunij	10	1	☿	♂
♌	23	52	Augusti	7	1	♂	♃

Cauda leonis	♍	9	12	*Augusti*	24
Lucida hydræ	♍	3	0	*Augusti*	17
Vindemiator	♍	25	42	*Septemb.*	10
Arcturus	♎	1	40	*Septemb.*	15
Spica ♍	♎	19	55	*Octob.*	2
Cor ♏	♐	7	38	*Nouemb.*	20
Lucidacoronæ	♎	7	19	*Septemb.*	22
Lyra	♎	23	15	*Octob.*	7
Aquila	♐	16	12	*Nouemb.*	29
Delphinus	♐	22	40	*Decemb.*	4
Effusio ♒	♉	23	33	*Maij*	5
Libra Merid.	♏	8	32	*Octob.*	22
Crus Pegasi	♑	8	42	*Decemb.*	22
Præsepe	♌	0	51	*Iulij*	14
Hyades	♊	10	29	*Maij*	23
Lybræ Borealis	♏	8	2	*Octob.*	22

♎	24	20	*Septemb.*	6	1	♄	♀
♋	12	34	*Iunij*	25	2	♄	♀
♏	16	55	*Octob.*	30	3	♄	☿
♐	25	38	*Decemb.*	9	1	♂	♃
♎	12	10	*Septemb.*	25	1	♀	♂
♏	24	10	*Octob.*	7	2	♂	♃
♑	21	42	*Ianua.*	3	2	♀	☿
♓	13	41	*Febru.*	23	1	♀	☿
♒	17	42	*Ianua.*	27	2	♂	♃
♒	27	40	*Februa.*	6	3	♄	♂
♒	9	30	*Ianua.*	21	1	♀	♃
♏	10	51	*Octob.*	24	2	♃	☿
♈	10	7	*Martij*	21	2	♂ ♃	☿
♌	2	47	*Iulij*	16	*Nebulosi*	♂	☽
♉	25	5	*Maij*	7	3	♄	☿
♐	1	20	*Nouemb.*	14	2	♃	☿

TABVLAE ASCENSIONVM RECTARVM ET OBLIQVARVM, AD

eleuationem poli grad. 32. 33. 48. 51. & 52. utiles ad doctrinam ascensionum, & constituendorum thematum cœli, in Sphæricis quæstionibus expositam, rectè intelligendam.

ADIECTAE SVNT ET TABVLAE, *quæ ostendunt, quæ signa rectè, quæue obliquè in ijsdem eleuationibus poli oriantur & occidant.* Item, *Tabula declinationis partium Zodiaci.*



	♈		♉		♊		♋		♌		♍	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	0	0	27	54	57	48	90	0	122	12	152	6
1	0	55	28	51	58	51	91	6	123	14	153	3
2	1	50	29	49	59	54	92	12	124	16	154	0
3	2	45	30	36	60	57	93	17	125	18	154	57
4	3	40	31	44	62	0	94	22	126	20	155	54
5	4	35	32	42	63	3	95	27	127	22	156	51
6	5	30	33	40	64	6	95	33	128	24	157	48
7	6	25	34	39	65	9	97	38	129	25	158	45
8	7	20	35	37	66	13	98	43	130	26	159	41
9	8	15	36	36	67	17	99	48	131	27	160	37
10	9	11	37	35	68	21	100	53	132	27	161	33
11	10	6	38	34	69	25	101	58	133	28	162	29
12	11	1	39	33	70	29	103	3	134	29	163	25
13	11	57	40	32	71	33	104	8	135	29	164	21
14	12	52	41	31	72	38	105	13	136	29	165	17
15	13	48	42	31	73	43	106	17	137	29	166	12
16	14	43	43	31	74	47	107	22	138	29	167	8
17	15	39	44	31	75	52	108	27	139	28	168	3
18	16	35	45	31	76	57	109	31	140	27	168	59
19	17	31	46	32	78	2	110	35	141	26	169	54
20	18	27	47	33	79	7	111	39	142	25	170	49
21	19	23	48	33	80	12	112	43	143	24	171	45
22	20	19	49	34	81	17	113	47	144	23	172	40
23	21	15	50	35	82	22	114	51	145	21	173	35
24	22	12	51	36	83	27	115	54	145	20	174	30

25	23	9	52	38	84	39	116	57	147	18	175	25
26	24	6	53	40	85	38	118	0	148	16	176	20
27	25	3	54	42	86	43	119	3	149	14	177	15
28	26	0	55	44	87	48	120	6	150	11	178	10
29	26	57	56	46	88	45	121	9	151	9	179	5
30	27	54	57	48	90	0	122	12	152	6	180	0

Reſiduum tabulæ aſcenſionum Rectarum.

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	180	0	207	54	237	48	270	0	302	12	332	6
1	180	55	208	51	238	51	271	6	303	14	333	3
2	181	50	209	49	239	54	272	12	304	16	334	0
3	182	45	210	46	240	57	273	17	305	18	334	57
4	183	40	211	44	242	0	274	22	306	20	335	54
5	184	35	212	42	243	3	275	27	307	22	336	51
6	185	30	213	40	244	6	276	33	308	24	337	48
7	186	25	214	39	245	9	277	38	309	25	338	45
8	187	20	215	37	246	13	278	43	310	26	339	41
9	188	15	216	36	247	17	279	48	311	27	340	37
10	189	11	217	35	248	21	280	53	312	27	341	33
11	190	6	218	34	249	25	281	58	313	28	342	29
12	191	1	219	33	250	29	283	3	314	29	343	25
13	191	57	220	32	251	33	284	8	315	29	344	21
14	192	52	221	31	252	38	285	13	316	29	345	17
15	193	48	222	31	253	43	286	17	317	29	346	12
16	194	43	223	31	254	47	287	22	318	29	347	8

17	195	39	224	31	255	52	288	27	319	28	348	3
18	196	35	225	31	259	57	289	31	320	27	348	59
19	197	31	226	32	258	2	290	35	321	26	349	54
20	198	27	227	33	259	7	291	39	322	25	350	50
21	199	23	228	33	260	12	292	43	323	24	351	45
22	200	19	229	34	261	17	293	45	324	23	352	50
23	201	15	230	35	262	22	294	51	325	21	353	35
24	902	12	231	36	263	27	295	54	326	20	354	30
25	203	9	232	38	264	33	296	57	327	18	355	25
26	204	6	233	40	265	38	298	0	328	16	356	20
27	205	3	234	42	266	43	299	3	329	14	357	15
28	206	0	235	44	267	48	300	6	330	11	358	10
29	206	57	236	46	268	54	301	9	331	9	359	5
30	207	54	237	48	270	0	302	12	332	6	360	0

Tabula Ascensionum obliquarum

	♈		♉		♊		♋		♌		♍	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	0	0	20	36	44	31	74	14	108	55	144	48
1	0	40	21	20	45	25	75	19	110	6	145	59
2	1	20	22	4	46	19	76	25	111	18	147	10
3	2	0	22	48	47	13	77	31	112	30	148	21
4	2	40	23	32	48	7	78	38	113	42	149	32
5	3	20	24	16	49	2	79	45	114	54	150	43
6	4	0	25	1	49	58	80	53	116	5	151	54
7	4	40	25	46	50	54	82	1	117	17	153	5
8	5	21	26	37	51	50	83	9	118	29	154	16
9	6	1	27	17	52	46	84	17	119	41	155	27
10	6	42	28	3	53	43	85	25	120	53	156	37
11	7	22	28	49	54	40	86	34	122	5	157	48
12	8	3	29	36	55	38	87	43	123	17	158	58
13	8	43	30	22	56	37	88	52	124	30	160	9
14	9	24	31	9	57	36	90	1	125	42	161	19
15	10	5	31	56	58	36	91	10	126	54	162	29
16	10	46	32	44	59	36	92	20	128	6	163	40
17	11	27	33	33	60	36	93	30	129	18	164	50
18	12	8	34	31	61	37	94	40	130	30	166	0
19	12	49	35	10	62	38	95	50	131	42	167	10
20	13	31	35	59	63	39	97	1	132	53	168	20
21	14	13	36	49	64	40	98	12	134	5	169	31
22	14	55	37	39	65	43	99	23	135	17	170	40
23	15	37	38	29	66	45	100	34	136	29	171	50
24	16	19	39	19	67	48	101	45	137	41	173	0

Tabula Ascensionum obliquarum

25	17	1	40	10	68	51	102	56	138	52	174	10
26	17	44	41	2	69	55	104	7	140	4	175	20
27	18	27	41	54	70	59	105	19	141	15	176	30
28	19	10	42	46	72	4	106	31	142	26	177	40
29	19	53	43	38	73	9	107	43	143	37	178	50
30	20	36	44	31	74	14	108	55	144	48	180	0

Tabula Ascensionum obliquarum ad eleuationem poli 32.

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	180	0	215	12	251	5	285	46	315	29	339	24
1	181	10	216	23	252	17	286	51	316	22	340	7
2	182	20	217	34	253	29	287	56	317	14	340	50
3	183	30	218	45	354	41	289	1	318	8	341	33
4	184	40	219	56	255	53	290	5	318	58	342	16
5	185	50	221	8	257	4	291	9	319	50	342	59
6	187	0	222	19	258	15	292	12	320	41	343	41
7	188	10	223	31	259	26	293	15	321	31	344	23
8	89	20	224	43	260	37	294	17	322	21	345	5
9	190	30	225	55	261	48	295	19	323	11	345	47
10	191	40	227	7	262	59	295	21	324	1	346	29
11	192	50	228	18	264	10	297	22	324	50	347	11
12	194	0	229	30	265	20	298	23	325	39	347	52
13	195	10	230	42	266	30	299	24	326	27	348	33
14	196	20	231	54	267	40	300	24	327	16	349	14
15	197	31	233	6	268	50	301	24	328	4	349	55

16	198 41	234 18	269 59	302 24	328 15	350 36
17	199 51	235 30	271 8	303 23	329 38	351 17
18	201 2	236 43	272 17	304 22	330 24	351 57
19	202 12	237 55	273 26	305 20	331 11	352 38
20	203 23	239 7	274 35	306 17	331 57	353 18
21	204 33	240 19	275 43	307 14	332 43	353 59
22	205 44	241 31	276 51	308 10	333 28	354 39
23	206 55	242 43	277 59	309 6	334 14	355 20
24	208 6	243 55	279 7	310 2	334 59	356 0
25	209 17	245 6	280 15	310 58	335 44	356 40
26	210 28	246 18	281 22	311 53	336 28	357 20
27	211 39	247 30	282 29	312 47	337 12	358 0
28	212 59	248 42	283 35	313 41	337 56	358 40
29	214 1	249 54	284 41	314 35	338 56	359 20
30	215 12	251 5	285 46	315 29	339 24	360 0

Tabula Ascensionum obliquarum

	♈		♉		♊		♋		♌		♍	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	0	0	20	18	43	59	73	36	108	23	144	30
1	0	39	21	1	44	52	74	42	109	35	145	42
2	1	18	21	44	45	45	75	48	110	47	146	54
3	1	58	22	27	46	39	76	54	111	59	148	5
4	2	37	23	11	47	33	78	0	113	11	149	17
5	3	17	23	55	48	28	79	7	114	24	150	28
6	3	56	24	40	49	23	80	15	115	36	151	40
7	4	36	25	25	50	19	81	23	116	48	152	51
8	5	16	26	10	51	15	82	31	118	1	154	3
9	5	56	26	55	52	11	83	39	119	13	155	14
10	6	36	27	40	53	8	84	47	120	26	156	25
11	7	16	28	26	54	5	85	56	121	38	157	36
12	7	56	29	12	55	3	87	4	122	51	158	47
13	8	36	29	58	56	1	88	15	124	3	159	59
14	9	16	30	44	57	0	89	23	125	16	161	9
15	9	56	31	31	57	59	90	33	126	29	162	20
16	10	36	32	18	58	59	91	43	127	42	163	31
17	11	17	33	6	59	59	92	53	128	54	164	42
18	11	57	33	54	60	59	94	5	130	6	165	53
19	12	38	34	43	62	0	95	14	131	18	167	4
20	13	19	35	32	63	1	96	26	132	30	168	14
21	14	0	36	21	64	3	97	37	133	43	169	25
22	14	41	37	10	65	5	98	48	134	55	170	36
23	15	22	38	0	66	7	99	59	136	7	171	46
24	16	4	38	50	67	10	101	10	137	19	172	57

25	16	46	39	40	68	13	102	22	138	31	174	7
26	17	28	40	31	69	17	103	34	139	43	175	18
27	18	10	41	22	70	21	104	46	140	55	176	29
28	18	52	42	14	71	26	105	58	142	7	177	39
29	19	35	43	6	72	31	107	10	143	19	178	50
30	20	18	43	59	73	36	108	23	144	30	180	0

Tabula Ascensionum obliquarum ad eleuationem poli 32.graduum.

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	180	0	215	30	251	37	286	24	316	1	339	42
1	181	10	216	41	252	50	287	29	316	54	340	25
2	182	21	217	53	254	2	288	34	317	46	34	8
3	183	31	219	5	255	14	289	39	318	38	341	50
4	184	42	220	17	256	26	290	43	319	29	342	32
5	185	53	221	29	257	38	291	47	220	20	343	14
6	187	3	222	41	258	50	292	50	321	10	143	56
7	188	14	223	53	260	1	293	53	322	0	344	38
8	189	24	225	5	261	12	294	55	322	50	345	19
9	190	35	226	17	262	23	295	57	323	39	346	0
10	191	46	227	30	263	34	296	59	324	28	346	41
11	192	56	228	42	264	45	298	0	325	17	347	22
12	194	7	229	54	265	56	299	1	326	6	348	3
13	195	18	231	6	267	7	300	1	326	54	348	43

ad eleuationem poli 32. graduum.

14	196	29	232	18	268	17	301	1	327	16	349	24
15	197	40	233	31	269	27	302	1	328	29	350	4
16	198	51	234	44	270	37	303	0	329	16	350	44
17	200	2	235	57	271	46	303	59	330	2	351	24
18	201	13	237	9	272	55	304	57	330	48	352	4
19	202	24	238	22	274	4	305	55	331	34	352	44
20	303	35	239	34	275	13	306	52	332	20	353	24
21	204	46	240	47	276	21	307	49	333	5	354	4
22	205	57	241	59	277	29	308	45	333	50	354	44
23	207	9	243	12	278	37	309	41	334	35	355	24
24	208	20	244	24	279	45	310	37	335	20	356	4
25	209	32	245	36	280	53	311	32	336	5	356	43
26	210	43	246	49	282	0	312	27	336	49	357	23
27	211	55	248	1	283	6	313	21	337	33	358	2
28	213	6	249	13	284	12	314	15	338	16	358	42
29	214	18	250	25	285	18	315	8	338	59	359	21
30	215	30	251	37	286	24	316	1	339	42	360	0

Tabula ascensionum obliquarum ad eleuationem poli 48. graduum.

	♈		♉		♊		♋		♌		♍	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	0	0	14	50	33	41	61	7	98	5	139	2
1	0	28	15	23	34	26	62	13	99	25	140	25
2	0	56	15	56	35	12	63	20	100	46	141	47
3	1	25	16	29	35	58	64	27	102	6	143	10
4	1	53	17	2	36	45	65	35	103	27	144	32
5	2	22	17	35	37	33	66	43	104	48	145	54
6	2	50	18	9	38	22	67	51	106	9	147	17
7	3	19	18	43	39	12	69	1	107	30	148	39
8	3	48	19	18	40	1	70	11	108	52	150	1
9	4	17	19	52	40	51	71	22	110	13	151	23
10	4	55	20	27	41	41	72	34	111	35	152	45
11	5	15	21	2	42	32	73	46	112	57	154	7
12	5	44	21	38	43	24	74	59	114	19	155	29
13	6	13	22	14	44	17	76	12	115	41	156	51
14	6	42	22	51	45	11	77	26	117	3	158	13
15	7	11	23	28	46	6	78	40	118	26	159	35
16	7	40	24	6	47	1	79	55	119	48	160	57
17	8	10	24	45	47	57	81	10	121	10	162	19
18	8	39	25	23	48	53	82	26	122	32	163	4
19	9	9	26	2	49	50	83	42	123	54	165	3
20	9	39	26	41	50	48	84	59	125	17	166	24
21	10	9	27	21	51	47	86	16	126	40	167	46
22	10	40	28	2	52	47	87	34	128	3	169	8
23	11	10	28	42	53	47	88	51	129	26	170	29
24	11	41	29	23	54	48	90	9	130	49	171	5

25	12	12	30	4	55	49	91	27	132	11	173	12
26	12	43	30	46	56	51	92	46	133	34	174	34
27	13	15	31	29	57	54	94	6	134	56	175	56
28	13	46	32	12	58	58	95	25	136	18	177	17
29	14	18	32	56	60	2	96	45	137	40	178	39
30	14	50	33	41	61	7	98	5	139	2	180	0

Tabula ascensionum rectarum ad eleuationem poli 48.grad.

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	180	0	220	58	261	55	298	53	326	19	345	10
1	181	21	222	20	263	15	299	58	327	4	345	42
2	182	43	223	42	264	35	301	2	327	48	346	14
3	184	4	225	4	265	54	302	6	328	31	346	45
4	185	26	226	26	267	14	303	9	329	14	347	17
5	186	48	227	49	268	33	304	11	329	56	347	48
6	188	9	229	11	269	51	305	12	330	37	348	19
7	189	31	230	34	271	9	306	13	331	18	348	50
8	190	52	231	57	272	26	307	13	331	58	349	20
9	192	14	233	20	273	44	308	13	332	39	349	51
10	193	36	234	43	275	1	309	12	333	19	350	21
11	194	57	236	6	276	18	310	10	333	58	350	51
12	196	19	237	28	277	34	311	7	334	37	351	21
13	197	41	238	50	278	50	312	3	335	15	351	50
14	199	3	240	12	280	5	312	59	335	54	352	20
15	200	25	241	34	281	20	313	54	336	32	352	49

16	201	47	242	57	282	34	314	49	337	9	353	18
17	203	9	244	19	283	48	315	43	337	46	353	47
18	204	31	245	41	285	1	316	36	338	22	354	16
19	205	53	247	3	286	14	317	28	338	58	354	45
20	207	15	248	25	287	26	318	19	339	33	355	14
21	208	37	249	47	288	38	319	9	340	8	355	43
22	209	59	251	8	289	49	319	59	340	42	356	12
23	211	21	252	30	290	59	320	48	341	17	356	41
24	212	43	253	51	292	8	321	38	341	51	356	10
25	214	6	255	12	293	17	322	27	342	25	357	38
26	215	28	256	33	294	25	323	15	342	58	358	7
27	216	50	257	54	295	33	324	2	343	31	358	35
28	218	13	259	14	296	40	324	48	344	4	359	4
29	219	35	260	35	297	47	325	34	344	37	359	32
30	220	58	261	55	298	53	326	19	345	10	360	0

	♈		♉		♊		♋		♌		♍	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	0	0	13	21	30	46	57	31	95	10	137	33
1	0	25	13	50	31	29	58	37	96	33	138	59
2	0	50	14	20	32	13	59	44	97	56	140	24
3	1	16	14	50	32	57	60	51	99	19	141	50
4	1	41	15	20	33	42	61	59	100	42	143	15
5	2	7	15	50	34	27	63	8	102	6	144	40
6	2	32	15	21	35	13	64	18	103	30	145	6
7	2	58	16	53	36	0	65	29	104	54	147	31
8	3	24	17	24	36	48	66	40	106	18	148	56
9	3	50	17	56	37	36	67	52	107	42	150	21
10	4	16	18	28	38	25	69	4	109	7	151	46
11	4	42	19	1	39	15	70	17	110	32	153	11
12	5	8	19	34	40	5	71	30	111	57	154	36
13	5	34	20	7	40	56	72	44	113	22	156	1
14	6	0	20	40	41	48	73	59	114	47	157	26
15	6	26	21	14	42	41	75	5	116	12	158	50
16	6	52	21	49	43	35	76	32	117	37	160	15
17	7	19	22	25	44	30	77	50	119	2	161	40
18	7	46	23	1	45	25	79	8	120	27	163	5
19	8	13	23	37	46	21	80	25	121	52	164	30
20	8	40	24	13	47	18	81	43	123	18	165	54
21	9	7	24	50	48	16	83	2	124	43	167	19
22	9	35	25	28	49	14	84	21	126	9	168	44
23	10	2	26	6	50	13	85	41	127	35	170	8
24	10	30	26	44	51	13	87	1	129	1	171	33

25	10	58	27	22	52	14	88	21	130	26	175	57
26	11	26	28	1	53	16	89	42	131	52	174	22
27	11	55	28	41	54	19	91	4	133	17	175	47
28	12	23	29	22	55	22	92	26	134	43	177	11
29	12	52	30	4	56	26	93	48	136	8	178	36
30	13	21	30	46	57	31	95	10	137	33	180	0

Tabula Ascensionum obliquarum ad latitudinem 51. graduum.

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	180	0	222	27	264	50	302	29	329	14	346	39
1	181	24	223	52	265	12	303	34	329	56	347	8
2	182	49	225	17	267	34	304	38	330	38	347	34
3	184	13	226	43	268	56	305	41	331	19	348	5
4	185	38	228	8	270	18	306	44	331	59	348	34
5	187	3	229	34	271	39	307	46	332	38	349	2
6	188	27	230	59	272	59	308	47	333	16	349	30
7	189	52	232	25	274	19	309	47	333	54	349	58
8	191	16	233	51	275	39	310	46	334	32	350	25
9	192	41	235	17	276	58	311	44	335	10	350	53
10	194	6	236	42	278	17	312	42	335	47	351	20
11	195	30	238	8	279	35	313	39	336	23	351	47
12	196	55	239	33	280	52	314	35	336	59	352	14
13	198	20	240	58	282	10	315	30	337	35	352	41
14	199	45	242	23	283	28	316	25	338	11	353	8
15	201	10	243	48	284	45	317	19	338	46	353	34

Tabula ascensionum obliquarum ad latitudinem 51. graduum.

16	202	34	245	13	286	1	318	12	339	20	354	0
17	203	59	246	38	287	16	319	4	339	53	354	26
18	205	34	248	3	288	30	319	55	340	26	354	52
19	206	49	249	28	289	43	320	45	340	59	355	18
20	208	14	250	53	290	55	321	35	341	32	355	44
21	209	39	252	18	292	8	322	24	342	4	356	10
22	211	4	253	42	293	20	323	12	342	36	356	36
23	212	29	255	6	294	31	324	0	343	7	357	2
24	213	54	256	30	295	42	324	47	343	39	357	28
25	215	20	257	54	296	52	325	33	344	10	357	53
26	216	44	259	18	298	1	326	18	344	40	358	10
27	218	10	250	41	299	9	327	3	345	10	358	44
28	219	36	262	4	300	16	325	47	345	40	359	10
29	221	1	263	27	301	23	328	31	346	10	259	30
30	222	27	264	50	302	29	329	14	346	39	360	0

Tabula

Tabula Ascensionum obliquarum ad latitudinem 52. grad.

	♈		♉		♊		♋		♌		♍	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	0	0	12	48	29	42	56	11	94	6	137	0
1	0	24	13	16	30	24	57	17	95	30	138	37
2	0	48	13	45	31	7	58	24	96	54	139	54
3	1	13	14	14	31	50	59	31	98	18	141	20
4	1	37	14	43	32	34	60	39	99	42	142	47
5	2	12	15	12	33	18	61	48	101	7	144	13
6	2	26	15	42	34	3	62	58	102	32	145	40
7	2	51	16	13	34	49	64	9	103	57	147	6
8	3	15	16	43	35	36	65	20	105	22	148	32
9	3	40	17	14	36	24	66	32	106	47	149	58
10	4	5	17	45	37	12	67	45	108	12	151	24
11	4	30	18	16	38	1	68	59	109	38	152	50
12	4	55	18	48	38	51	70	13	111	4	154	16
13	5	20	19	20	39	42	71	28	112	30	155	42
14	5	45	19	52	40	34	72	44	113	56	157	8
15	6	10	20	25	41	26	74	0	115	23	158	39
16	6	35	20	59	42	19	75	17	116	49	160	0
17	7	1	21	34	43	13	76	34	118	15	161	26
18	7	26	22	8	44	8	77	52	119	42	162	52
19	7	52	22	43	45	3	79	11	121	8	164	18
20	8	18	23	18	45	59	80	30	122	35	165	43
21	8	44	23	54	46	56	81	50	124	2	167	9
22	9	11	24	31	47	54	83	10	125	28	168	35
23	9	17	25	8	48	53	84	31	126	55	170	1

24	10	4	25	45	49	53	85	51	128	22	171	27
25	10	31	26	23	50	54	87	12	129	48	172	52
26	10	58	27	2	51	56	88	34	131	15	174	18
27	11	25	27	41	52	59	89	57	132	41	175	44
28	11	53	28	21	54	2	91	20	134	8	177	9
29	12	20	29	1	55	6	92	43	135	34	178	35
30	12	48	29	42	56	11	94	6	137	0	180	0

Tabula ascensionum obliquarum ad latitudinem 51. graduum.

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	180	0	223	0	265	54	303	49	330	18	347	12
1	181	25	224	26	267	17	304	54	330	59	347	40
2	182	51	225	52	268	40	305	58	331	39	348	7
3	184	16	227	19	270	3	307	1	332	19	348	35
4	185	42	228	45	271	26	308	4	332	58	349	2
5	187	8	230	12	272	48	309	6	333	37	349	29
6	188	33	231	28	274	9	310	7	334	15	349	56
7	189	59	233	5	275	29	311	7	334	52	350	23
8	191	25	234	32	276	50	312	6	335	29	350	49
9	192	51	235	58	278	10	313	4	336	6	351	16
10	194	17	237	25	279	30	314	1	336	42	351	42
11	195	42	238	52	280	49	314	57	337	17	352	8
12	197	8	240	18	282	8	315	52	337	52	352	34
13	198	34	241	45	283	26	316	47	338	26	352	59

14	200	0	243	11	284	43	317	41	339	1	353	25
15	201	26	244	37	286	9	318	34	339	35	353	50
16	202	52	346	4	287	16	319	26	340	8	354	15
17	204	18	247	30	288	32	320	18	340	40	354	40
18	205	44	248	56	289	47	321	9	341	12	355	5
19	207	10	250	22	291	1	321	59	341	44	355	30
20	208	36	251	48	292	15	322	48	342	15	355	55
21	210	2	253	13	293	28	323	36	342	46	356	20
22	211	28	254	38	294	40	324	24	343	17	356	45
23	212	54	256	3	295	51	325	11	343	47	357	9
24	214	20	257	28	297	2	325	57	344	18	357	34
25	215	47	258	53	298	12	326	42	344	48	357	58
26	217	13	260	18	299	21	327	26	345	17	358	23
27	218	40	261	42	300	29	328	10	345	46	358	47
28	220	6	263	6	301	36	328	53	346	15	359	12
29	221	33	264	30	302	43	329	36	346	44	359	36
30	223	0	265	54	303	49	330	18	347	12	360	0

Tabula oſtendens quæ ſigna rectè queúe obliquè oriantur in Sphæra recta.

Signa	G	M	Zodiaci	G	M
♈ Obliquè	27	54	♎ Obliquè	27	54
♉ Obliquè	29	54	♏ Obliquè	29	54
♊ Rectè	32	12	♐ Rectè	32	22
♋ Rectè	32	12	♑ Rectè	32	12
♌ Obliquè	29	54	♒ Obliquè	29	54
♍ Obliquè	27	54	♓ Obliquè	27	54

Tabula oſtendens quæ ſigna rectè quæúe obliquè oriantur in Sphæra obliqua, cuius polus eleuatur gradibus 32.

Signa	G	M	zodiaci	G	M
♈ Obliquè	20	36	♎ Rectè	35	12
♉ Obliquè	23	55	♏ Rectè	35	53
♊ Obliquè	29	45	♐ Rectè	34	41
♋ Rectè	34	41	♑ Oliquè	29	43
♌ Rectè	35	53	♒ Obliquè	23	55
♍ Rectè	35	12	♓ Obliquè	20	36

Tabula oſtendens quæ ſigna rectè quæúe obquè oriantur in Sphęra obliqua, cuius polus eleuatur gradibus 33.

Signa	G	M	zodiaci	G	M
♈ Obliquè	20	18	♎ Rectè	35	30

♉ Obli-

♉ Obliquè	23	41	♏ Rectè	36	7
♊ Obliquè	29	37	♐ Rectè	34	47
♋ Rectè	34	47	♑ Obliquè	29	37
♌ Rectè	36	7	♒ Obliquè	23	41
♍ Rectè	35	30	♓ Obliquè	20	18

Tabula oſtendens quæ ſigna oriantur rectè, quæúe obliquè in Sphæra obliqua, cuius polus eleuatur gradibus 48.

Signa	G	M	Zodiaci	G	M
♈ Obliquè	14	50	♎ Rectè	40	58
♉ Obliquè	18	51	♏ Rectè	40	57
♊ Obliquè	27	26	♐ Rectè	36	58
♋ Rectè	36	58	♑ Obliquè	27	26
♌ Rectè	40	57	♒ Obliquè	18	51
♍ Rectè	40	58	♓ Obliquè	14	50

Tabula oſtendens quæ ſigna rectè, quæue obliquè oriantur in Sphera obliqua, cuius polus eleuatur gradibus 51.

Signa	G	M	Zodiaci	G	M
♈ Obliquè	13	21	♎ Rectè	42	27
♉ Obliquè	17	25	♏ Rectè	42	23
♊ Obliquè	26	45	♐ Rectè	37	39

♋ Rectè

♋ Rectè	37	39	♑ Obliquè	26	45
♌ Rectè	42	23	♒ Obliquè	17	25
♍ Rectè	42	27	♓ Obliquè	13	21

Tabula oſtendens quæ ſigna rectè,quæúe obliquè oriantur in Sphæra obliqua,cuius polus eleuatur gradibus 52.

Signa	G	M	Zodiaci	G	M
♈ Obliquè	12	48	♎ Rectè	43	0
♉ Obliquè	16	54	♏ Rectè	42	54
♊ Obliquè	26	29	♐ Rectè	37	55
♋ Rectè	37	55	♑ Obliquè	26	29
♌ Rectè	42	54	♒ Obliquè	16	54
♍ Rectè	43	0	♓ Obliquè	12	48

Tabula declinationis Solis.

	♈	♎	♉	♏	♊	♐	
G	G	M	G	M	G	M	G
0	0	0	11	29	20	10	30
1	0	24	11	50	20	23	29
2	0	48	12	11	20	25	28
3	1	12	12	32	20	47	27
4	1	36	12	52	20	58	26
5	2	0	13	12	21	9	25
6	2	23	13	32	21	29	24
7	2	47	13	52	21	30	23
8	3	11	14	12	21	40	22
9	3	35	14	31	21	49	21
10	3	58	14	50	21	58	20
11	4	22	15	9	22	7	19
12	4	45	15	27	22	15	18
13	5	9	15	46	22	23	17
14	5	32	16	4	22	30	16

15	5	55	16	22	22	37	15
16	6	19	16	39	22	44	14
17	6	41	16	56	22	50	13
18	7	4	17	13	22	55	12
19	7	27	17	30	23	1	11
20	7	49	17	46	23	5	10
21	8	12	18	1	23	10	9
22	8	34	18	17	23	13	8
23	8	57	18	32	23	17	7
24	9	19	18	47	23	20	6
25	9	41	19	2	23	22	5
26	10	3	19	16	23	24	4
27	10	25	19	30	23	26	3
28	10	46	19	44	23	27	2
29	11	8	19	57	23	28	1
30	11	20	20	10	23	28	0
	♍	♓	♌	♒	♋	♑	

Tabula Maximi diei ad singulos gradus Eleuationis poli supputata.

Eleu. poli	Horæ Max. dies	Min.	Eleu. poli	Horæ Max. dies	Min.
1	12	3	31	14	1
2	12	7	32	14	6
3	12	10	33	14	12
4	12	14	34	14	18
5	12	18	35	14	24
6	12	21	36	14	29
7	12	24	37	14	34
8	12	27	38	14	39
9	12	30	39	14	45
10	12	33	40	14	51
11	12	37	41	14	57
12	12	41	42	15	4
13	12	45	43	15	11
14	12	49	44	15	18
15	12	53	45	15	25
16	12	57	46	15	33
17	13	1	47	15	42
18	13	5	48	15	51
19	13	9	49	16	0
20	13	13	50	16	10
21	13	17	51	16	20
22	13	21	52	16	31
23	13	25	53	16	42
24	13	29	54	16	54

25	13	33	55	17	8
26	13	37	56	17	22
27	13	41	57	17	36
28	13	46	58	17	50
29	13	51	59	18	5
30	13	56	60	18	30

Eleu. poli	Horæ	Max. dies Min.	Eleu. poli	Horæ	Max. dies Min.
6	18	55	64	20	22
62	19	20	65	21	54
63	19	50	66	22	20

Eleu. poli	Dies	Horæ	Minuta
67	24	1	40
68	42	1	16
66	54	16	25
70	64	13	46
71	74	0	0
72	82	6	29
73	89	4	58
74	96	17	0
75	104	1	4
76	110	7	27
77	116	14	22
78	122	17	6

79	127	9	55
80	134	4	85
81	139	13	36
82	145	6	43
83	151	2	6
84	156	3	3
85	161	5	23
86	166	11	23
87	171	21	47
88	76	5	29
89	181	21	58
90	187	6	39

Tabula climatum secundum partitionem ueterum.

	Climata		Longitudo diei Aestiui.	
			Ho.	Scr.
Primum	Per Meroen	Principiū	12	45
		Medium	13	0
		Finis	13	15
Secundū	Per Syenem	Principiū	13	15
		Medium	13	30
		Finis	13	45
Tertium	Per Alexandriam	Principiū	13	45
		Medium	14	0
		Finis	14	15
Quartum	Per Rhodum	Principiū	14	15
		Medium	14	30
		Finis	14	45
Quintum	Per Romam	Principiū	14	45
		Medium	15	0
		Finis	15	15
Sextum	Per Borysthenē	Principiū	15	15
		Medium	15	30
		Finis	15	45
Septimū	Per Ripheos montes	Principiū	15	45
		Medium	16	0
		Finis	16	15

Tabula climatum fecundum partitionem ueterum.

Latitudo climatum		*Interualla climatum*		*Milliaria Germanica*
Gra.	Scr.	Gra.	Scr.	
12	45			
16	40	7	45	116. 15
20	30			
20	30			
24	15	7	0	105. 0
27	30			
27	30			
30	45	6	10	92. 30
33	40			
33	40			
36	24	5	20	80. 0
39	0			
39	0			
41	20	4	30	67. 30
43	30			
43	30			
45	24	3	45	56. 15
47	15			
47	15			
48	40	3	15	48. 45
50	30			

Tabula climatum ex Ptolemæo.

Paralleli	Climata			Longitudo diei Aestiui Ho.	Longitudo diei Aestiui Scr.	Latitudo Climatum Gr.	Latitudo Climatum Scr.	Interuallum Gr.	Interuallum Scr.
I		Sub æquetore		12	0	0	0		
II		Per Taprobanā		12	15	4	15		
III		Per sinū Analitū		12	30	8	25		
IIII	Primum clima	Per Meroen	Principiū	12	45	12	45	7	29
V			Medium	13	0	16	27		
VI			Finis	13	15	20	14		
	Secundū	Per Syenen	Principiū	13	15	20	14	7	26
VII			Medium	13	30	23	51		
VIII			Finis	13	45	27	40		
	Tertiū	Per interioré Aegyptum	Principiū	13	45	27	40	5	38
IX			Medium	14	0	30	22		
X			Finis	14	15	33	18		

XI	Quartum	Per Rho-	Principiū	14	15	33	18	5	17
XII		dum	Medium	14	30	36	0		
			Finis	14	45	38	35		
XIII	Quintū	Per Helle-	Principiu	14	45	38	35	4	30
XIIII		ſpontum	Medium	15	0	40	56		
			Finis	15	15	43	5		
XV	Sextum	Per Me-	Principiū	15	15	43	5	3	46
XVI		diū pontū	Medium	15	30	45	1		
			Finis	15	45	46	51		
XVII	Septim.	Per Oſtia	Principiū	15	45	45	51	3	9
XVIII		Boryſthe-	Medium	16	0	48	32		
		nis	Finis	16	15	50	0		
XIX	Octauū.	Per Au-	Principiū	16	15	50	0	2	50
XX		ſtraliſ. bri-	Medium	16	30	51	35		
		tanniæ	Finis	16	45	52	50		
XXI	Nonum	Per Ta-	Principiū	16	45	52	50	2	10
XXII		naidis o-	Medium	17	0	54	1		
		ſtia	Finis	17	15	55	0		

XXIII XXIIII	Decim.	Per Mediá Britanniam	Principium Medium Finis		17 17 17	15 30 45		55 56 57	0 0 0		1	0
XXV	Vndecimum	Per paruę Britã niæ Auſt.	Principium Medium Finis		17 18	45 0		57 58 59	0 0 0		1	0
XXVI	Duodecimum	Per mediam paruã Britãn.			18	30		59			1	0
XXVII	Decim. tertium.	Per borealia paruæ Britãniæ			19	0		61			1	0
XXVIII	Decim. quartũ	Per inſulas Ebudas			19	30		62			1	0
XXIX	Decim. quintũ.	Per Thylen inſulam			20	0		63			1	0

Tabula climatum recentior.

Paralleli	Climatum appellationes		Long. diei Aeſti. Ho.	S.	Latitu. Climatum Gr.	Sc.	Interuallum Gr.	Scr.
I			12	0	0	0		
II			12	15	4	18		
III			12	30	8	34		
IIII	I Clima per Me-	P	12	45	12	43		
V	roen	M	13	0	16	43	7	50
VI		F	13	15	20	33		
	II Per Syenen	P	13	15	20	33		
VII	ſub tropico	M	13	30	23	11	7	3
VIII	Cancri	F	13	45	27	36		
	III per Alexan-	P	13	45	27	36		
IX	driam Aegy-	M	14	0	30	47	6	9
X	pti	F	14	15	33	45		
	IIII per Rho-	P	14	15	33	45		
XI	dum & Baby-	M	14	30	36	30	5	17
XII	lonem	F	14	45	39	2		

	V Per Romam,	P	14	45	39	2		
XIII	Corſicã,& Helle-	M	15	0	41	22	4	30
XIIII	ſpontum	F	15	15	43	32		
	VI per Venetias	P	15	15	43	32		
XV	& Mediola-	M	15	30	44	29	3	48
XVI	num	F	15	45	47	20		
	VII per Podoliã	P	15	45	47	20		
XVII	& Tartariam	M	16	0	49	1	3	13
XVIII	minorem	F	16	15	50	33		
	VIII per Vite-	P	16	15	50	33		
XIX	bergam	M	16	30	51	58	2	44
XX		F	16	45	53	17		
	IX per Roſto-	P	16	45	53	17		
XXI	chium	M	17	0	54	29	2	17
XXII		F	17	15	55	34		
	X per Hyberni-	P	17	15	55	34		
XXIII	am & Moſco-	M	17	30	56	37	2	0
XXIIII	uiam	F	17	45	57	34		

XXV	XI per Bohus ca-	P	17	45	57	34		
	ſtrum Nor-	M	18	0	58	26		40
XXVI	uegiæ	F	18	15	59	14		
XXVII	XII per Go-	P	18	15	59	14		
		M	18	30	59	59	1	26
XXVIII	thiam	F	18	45	60	40		
	XIII per Ber-	P	18	45	60	40		
XXIX	gis Norue-	M	19	0	61	18	1	13
XXX	giæ	F	19	15	61	53		
	XIIII per Vi-	P	19	15	61	53		
XXXI	burgum Fin-	M	19	30	62	25	1	1
XXXII	landiæ	F	19	45	62	54		
		P	19	45	62	54		
XXXIII	XV per Aroti-	M	20	0	63	22	0	52
XXXIIII	am Suetiæ	F	20	15	63	46		
	XVI per Dale-	P	20	15	63	46		
XXXV	kanlij fluuij	M	20	30	64	6	0	44
XXXVI	oſtia	F	20	45	64	30		

XXXVII	XVII per reli.	P		20	45		64	30			
XXXVIII		M		21	0		64	49		0	36
		F		21	15		65	9			
XXXIX	XVIII qua lo-	P		21	15		65	6			
XL		M		21	30		65	21		0	29
		F		21	45		65	35			
XLI	XIX ca Norue-	P		21	45		65	35			
XLII		M		22	0		65	47		0	22
		F		22	15		65	57			
XLIII	XX giæ, Suetiæ,	P		22	15		65	57			
XLIIII		M		22	30		66	6		0	17
		F		22	45		66	14			
XLV	XXI albę Rußię	P		22	45		66	14			
XLVI		M		23	0		66	20		0	11
		F		23	15		66	25			
XLVII	XXII & uici-	P		23	15		66	25			
XLVIII	narum	M		23	30		66	28		0	5
		F		23	45		66	30			
XLIX	XXIII insul.	F		24	0		66	31		0	0

MENSA PYTHAGORAE.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

VNITAS SEIPSAM MVLTIPLICANDO VNITATEM *producit. Sic & unum se ipsum multiplicans producit unum.*

MENSA *Pythagorica resoluta.*

Multiplicantes 2	2	producti numeri.	4
	3		6
	4		8
	5		10
	6		12
	7		14
	8		16
	9		18

Multiplicantes 3	3	producti numeri.	9
	4		12
	5		15
	6		18
	7		21
	8		24
	9		27

Multiplicantes 4	4	producti numeri	16
	5		20
	6		24
	7		28
	8		32
	9		36

Multiplicantes 5		producti numeri.	
	5		25
	6		30
	7		35
	8		40
	9		45

Multiplicantes 6		producti numeri	
	6		36
	7		42
	8		48
	9		54

Multipli. 7		producti numeri	
	7		49
	8		56
	9		63

Multipli. 8		produ.	
	8		64
	9		72

Multipl. 9 product. 81.
Multipl. 10 product. 100
Multipl. 100 product. 10000

